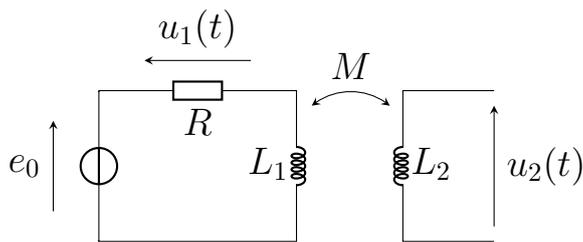


**Remarque** : exercice avec  $\star$  : exercice particulièrement important, à maîtriser en priorité (de même que les exemples de questions de cours des “ce qu'il faut savoir faire”) [●○○] : difficulté des exercices

## I Méthode de mesure de $M$ \_\_\_\_\_ $\star$ | [●○○]



Le montage ci-contre permet de mesurer le coefficient d'inductance mutuelle entre deux circuits, représentés ici par deux bobines. Les deux bobines se font face comme sur la figure.

La première bobine est montée en série avec une résistance  $R = 100 \Omega$  et un générateur de tension  $e_0$  harmonique de fréquence  $f = 2,0 \text{ kHz}$ . Les tensions  $u_1$  et  $u_2$  sont mesurées grâce à un oscilloscope supposé idéal, c'est-à-dire de résistance d'entrée infinie.

1 - Justifier pourquoi l'intensité circulant dans la bobine 2 est nulle.

D'après la loi de comportement habituelle de la bobine, que vaudrait alors la tension  $u_2$ ? Pourquoi cette loi n'est elle pas applicable telle quelle ici?

2 - Exprimer la tension  $u_2$  en fonction de  $M$ ,  $R$  et  $u_1$ .

3 - Calculer  $M$  sachant que les tensions lues à l'oscilloscope ont des amplitudes  $U_1 = 3,00 \text{ V}$  et  $U_2 = 0,50 \text{ V}$ .

4 - Comment faut-il placer les deux bobines pour que le coefficient  $M$  soit le plus grand possible?

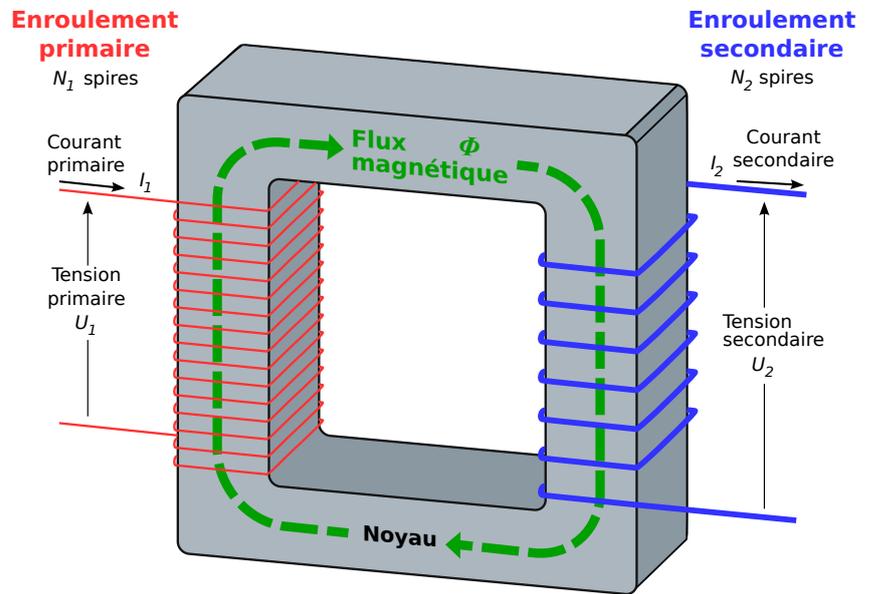
## II Modèle du transformateur idéal \_\_\_\_\_ $\star$ | [●○○]

Un schéma de transformateur est présenté ci-contre. Le noyau est un matériau magnétique qui canalise les lignes de champ magnétique entre le circuit primaire et le secondaire.

On supposera, dans le cadre du modèle idéal, qu'il n'y a aucune perte de flux : aucune ligne de champ ne sort du noyau. Ainsi, le flux magnétique  $\Phi$  est le même pour toute section droite du noyau. On néglige également la résistance des fils.

On l'appelle le flux commun. Il est dû à la fois au champ produit par l'enroulement primaire et au champ produit par l'enroulement secondaire. Le flux total à travers une spire vaut donc  $\pm\Phi$ , en fonction de l'orientation de sa normale.

On négligera également toute résistance.



1 - Exprimer le flux du champ magnétique à travers le circuit 1 en fonction de  $\Phi$  et de  $N_1$ . On prendra garde au fait que ce flux est à travers la normale au circuit 1, dont le sens est donné en fonction du courant par la règle de la main droite.

Faire de même pour le flux à travers le circuit 2.

2 - Faire un circuit électrique équivalent, où apparaissent les tensions induites  $e_1$  et  $e_2$  (orientées correctement, point 3 de la méthode).

Donner l'expression de ces tensions à l'aide de la loi de Faraday.

3 - En déduire une relation entre  $e_2$  et  $e_1$  (c'est-à-dire l'équation électrique du circuit), puis entre  $U_1$  et  $U_2$ . On posera le rapport de transformation  $m = N_2/N_1$ . Encore une fois, attention aux signes...

4 - Dans le modèle idéal, la puissance dans le primaire se retrouve intégralement dans le secondaire. En déduire une relation entre les courants  $i_1$  et  $i_2$  en fonction de  $m$ .

**Remarque :** La relation entre  $U_1$  et  $U_2$  démontrée ici est valable lorsque le secondaire est en circuit ouvert. Elle peut être modifiée s'il est branché sur une impédance faible.

**Remarque :** Un transformateur réel n'est évidemment pas idéal. D'un point de vue puissance, il y a en réalité des pertes (effet Joule dans les fils, pertes à cause des courants induits dans le matériau magnétique et à cause d'autres effets magnétiques). Le rendement, défini comme la puissance au secondaire divisée par celle au primaire, est de l'ordre de 80 à 95% en basse puissance, et va jusqu'à 99,8% pour les transformateurs industriels haute tension.

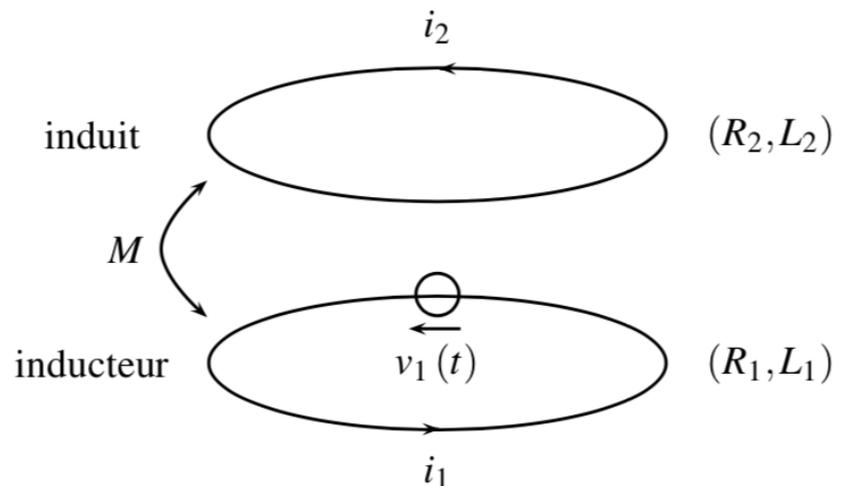
### III Plaques à induction



Le principe d'une plaque à induction est le suivant : un bobinage, appelé bobinage inducteur, situé dans la plaque de cuisson, est parcouru par un courant sinusoïdal de haute fréquence et génère ainsi un champ magnétique variable. Le fond de la casserole joue le rôle d'induit en contenant un disque métallique conducteur du courant. La variation du flux de  $\vec{B}$  à travers ce fond va induire une fem, et donc des courants. De tels courants, générés dans le volume d'un conducteur métallique, sont appelés "courants de Foucault". Par effet Joule, ils vont produire de la chaleur, ce qui chauffe la casserole.

On fait la modélisation simplifiée suivante :

- L'inducteur est assimilé à une bobine de résistance  $R_1 = 1,8 \cdot 10^{-2} \Omega$  et d'inductance propre  $L_1 = 30 \mu\text{H}$ . Il est alimenté par une tension  $v_1(t)$  sinusoïdale de fréquence 25 kHz et de valeur efficace fixée égale à 24 V.



- Le fond du récipient est assimilé à une seule spire de courant de résistance  $R_2 = 8,3 \text{ m}\Omega$  et d'inductance propre  $L_2 = 0,24 \mu\text{H}$ .
- Les deux circuits sont couplés par une mutuelle inductance  $M$ , qui vaut  $2 \mu\text{H}$  en conditions idéales.

**1 -** Faire un schéma électrique qui retranscrit la situation, sur lequel apparaît le circuit de l'inducteur (générateur, résistance, inductance  $L_1$ ) et le circuit de l'induit (résistance  $R_2$ , inductance  $L_2$ ), les deux circuits étant couplés par la mutuelle  $M$ .

Faire ensuite un schéma électrique équivalent.

Aboutir aux équations de couplage entre les intensité  $i_1$  et  $i_2$  dans l'inducteur et dans l'induit.

**2 -** En utilisant la notation complexe, en déduire l'expression du rapport  $\frac{\dot{i}_2}{\dot{i}_1}$ , puis celle du rapport  $\frac{I_2}{I_1}$  des amplitudes des courants  $i_1(t)$  et  $i_2(t)$ .

Simplifier ces deux expressions en utilisant le fait que  $R_2 \ll L_2\omega$ .

**3 -** Déterminer également l'expression de l'impédance d'entrée du système :  $Z_e = \frac{v_1}{\dot{i}_1}$  (on utilisera les résultats approchés de la question précédente).

Simplifier cette expression en utilisant le fait que  $R_1 \ll L_1\omega$ .

4 - En déduire que  $I_2$  s'écrit  $I_2 = V_1 \times \frac{|M|}{(L_1 L_2 - M^2)\omega}$ , où  $V_1 = \sqrt{2} \times 24 \text{ V}$  est l'amplitude de  $\underline{v}_1$ . Effectuer l'application numérique pour  $I_2$ , ainsi que pour la puissance dissipée dans la casserole donnée par  $\mathcal{P}_2 = \frac{1}{2} R_2 I_2^2$ .

5 - On soulève la plaque à chauffer. Comment varie l'amplitude du courant  $i_2$  circulant dans l'induit, et donc la puissance dissipée dans l'induit ?

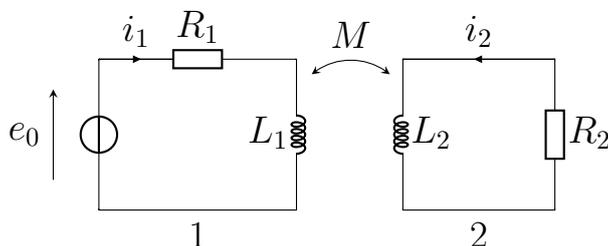
Autre cas : que vaut la puissance dissipée lorsque le couplage est parfait ( $|M| = \sqrt{L_1 L_2}$ ) ?

## IV Détecteur de métaux [● ○ ○]



Un détecteur de métaux utilise un bobinage placé au bout du détecteur, et alimenté par une tension sinusoïdale du type  $e_0 = E_0 \cos(\omega t)$ . Ce bobinage possède une certaine inductance propre  $L_1$ , et une résistance totale  $R_1$ .

En présence d'un objet métallique dans le sol, il y a couplage magnétique entre le bobinage du détecteur et l'objet. Le champ variable du détecteur va induire un courant dans l'objet métallique, qui à son tour va induire un courant dans le bobinage, ce qui peut être détecté.



Pour modéliser ceci, nous considérons que l'objet métallique agit comme un circuit d'inductance propre  $L_2$ , de résistance totale  $R_2$ , et nous notons  $M$  le coefficient d'inductance mutuelle entre l'objet et le détecteur.

Nous sommes alors dans la situation de l'EC4, où nous avons montré qu'en RSF les deux équations électriques sont :

$$\underline{e}_0 = R_1 \underline{i}_1 + L_1 j\omega \underline{i}_1 + M j\omega \underline{i}_2 \quad \text{et} \quad 0 = R_2 \underline{i}_2 + L_2 j\omega \underline{i}_2 + M j\omega \underline{i}_1$$

1 - Refaire le schéma électrique équivalent qui a permis, dans l'EC3, d'arriver à ce résultat.

2 - Utiliser les deux équations ci-dessus pour obtenir l'expression de l'impédance du circuit 1 :  $\underline{Z}_1 = \frac{\underline{e}_0}{\underline{i}_1}$ , en fonction de  $L_1$ ,  $L_2$ ,  $R_1$ ,  $R_2$ ,  $M$  et  $\omega$ .

L'idée est ensuite que la présence d'un objet métallique (donc  $M \neq 0$  et  $L_2 \neq 0$ ) modifie cette impédance. En mesurant  $\underline{Z}_1$  (par exemple par une mesure du courant), l'appareil peut donc savoir s'il y a ou non présence d'un objet.

C'est le même principe qui est mis en œuvre dans les boucles insérées dans la chaussée qui détectent la présence de véhicules (c'est le châssis du véhicule qui joue le rôle d'objet métallique).

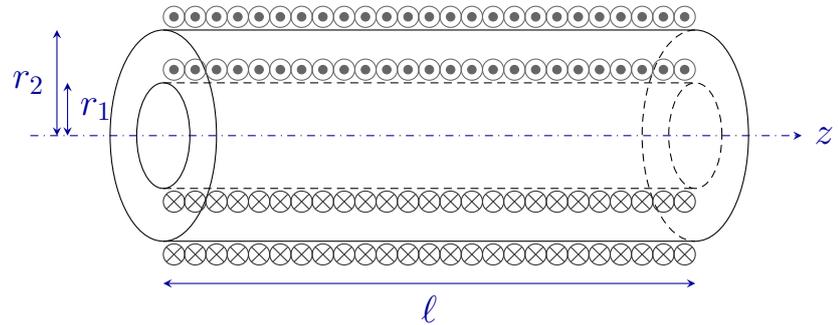
## V Solénoïdes imbriqués



Deux solénoïdes  $\mathcal{S}_1$  et  $\mathcal{S}_2$  de même axe ( $Oz$ ), de même longueur  $l$ , même nombre de spires  $N$  et de rayons  $r_1$  et  $r_2 > r_1$  sont emboîtés l'un dans l'autre.

On suppose que la longueur  $l$  est très supérieure aux rayons, si bien que le champ magnétique produit à l'intérieur du solénoïde  $p$  ( $p = 1$  ou  $2$ ) est  $\vec{B}_p = \mu_0 n i_p \vec{e}_z$ .

La bobine intérieure est parcourue par un courant  $i_1(t) = I \cos(\omega t)$ , avec  $I = 1,0 \text{ A}$ . La bobine extérieure est en court-circuit.



- 1 - Déterminer les coefficients d'induction propre  $L_1$ ,  $L_2$ , et le coefficient d'induction mutuelle  $M$ .
- 2 - En négligeant les résistances internes des fils, déterminer le courant  $i_2(t)$  parcourant la bobine extérieure. Quelle est son amplitude ?
- 3 - Que vaut le champ magnétique à l'intérieur du solénoïde central ?