Devoir Surveillé

Correction – Physique-chimie – DS 8

I Compression “monobare”

1 - La transformation n’est pas isobare car la pression du système évolue.

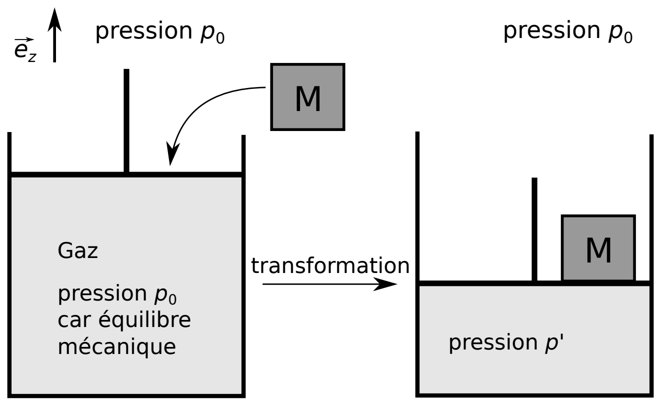
Elle n’est pas monobare, car dans l’état d’équilibre initial (avant d’appliquer la masse) la pression extérieure est p_0, alors qu’elle vaut ensuite $p_0+Mg/(\pi R^2)$ (pression s’appliquant sur le système $\{$piston+cylindre+gaz$\}$).

Cela dit, la réponse monobare peut tout de même être acceptée.

2 - On utilise le fait que dans l’état final l’équilibre mécanique est atteint. Ceci devrait donner la valeur de la pression dans le cylindre.

L’équilibre mécanique implique que le piston est immobile, et donc les forces qui s’exercent sur lui se compensent. Ces forces sont :

- La force pressante exercée par le gaz à l’intérieur du cylindre : $F_1 = p_f \times \pi R^2$, dirigée vers le haut.
- La force pressante exercée par l’air de l’atmosphère : $F_2 = p_0 \times \pi R^2$, dirigée vers le bas.
- La force exercée par la masse : $F_3 = Mg$, dirigée vers le bas.



On a donc $p_f\pi R^2 = p_0\pi R^2 + Mg$, soit une pression dans le cylindre dans l’état final

$$\boxed{p_f = p_0 + \frac{Mg}{\pi R^2} = 1.35\,\text{bar.}}$$

On note qu’on peut définir $p_{\text{ext}} = p_0 + \dfrac{Mg}{\pi R^2}$, puisque cela correspond à la pression exercée par le milieu extérieur sur le gaz dans le cylindre.

3 - L’équilibre thermodynamique implique en particulier l’équilibre thermique : la température du gaz dans l’état initial et dans l’état final est égale à la température extérieure T_{ext}.

4 - Cherchons enfin V_f. D’après le point précédent et le fait que l’on a un gaz parfait, on a $p_fV_f = nRT_0 = p_0V_0$, donc

$$\boxed{V_f = \frac{p_0}{p_f}V_0 = \frac{V_0}{1+\frac{Mg}{p_0\pi R^2}}.}$$

L’application numérique donne $\boxed{V_f = 0.74V_0.}$

II Particule dans un champ électrique

1 - L'unité usuelle du champ électrique est le V/m (volt par mètre).

2 - Bilan des forces sur le proton : $\vec{F} = e\vec{E} = eE_0\vec{e}_x$.

Comme d'habitude dans ce genre de cas on néglige le poids.

Principe fondamental de la dynamique au proton : $m\vec{a} = \vec{F}$.

Or en coordonnées cartésiennes : $\vec{a} = \ddot{x}\vec{e}_x + \ddot{y}\vec{e}_y$ (on ne s'intéresse pas au mouvement selon $\vec{e}_z$, car il a lieu dans le plan Oxy (si on considère le terme en $\ddot{z}\vec{e}_z$ on trouve à la fin que $z = 0$).

Ainsi : $m\ddot{x}\vec{e}_x + m\ddot{y}\vec{e}_y = eE_0\vec{e}_x$.

Projection sur x et sur y :

$$m\ddot{x} = eE_0 \quad \text{et} \quad m\ddot{y} = 0, \text{ soit : } \quad \ddot{x} = \frac{eE_0}{m} \quad \text{et} \quad \ddot{y} = 0.$$

On primitive une première fois :

$$\dot{x} = \frac{eE_0}{m}t + A \quad \text{et} \quad \dot{y} = B,$$

avec A et B des constantes d'intégration qu'on obtient via les conditions initiales.

En effet, $\dot{x}(0) = v_x(0) = 0$, donc $A = 0$; et $\dot{y}(0) = v_y(0) = v_0$, donc $B = v_0$. D'où

$$\boxed{v_x = \dot{x} = \frac{eE_0}{m}t \quad \text{et} \quad v_y = \dot{y} = v_0.}$$

On primitive une seconde fois pour obtenir la position :

$$x = \frac{eE_0}{2m}t^2 + C \quad \text{et} \quad y = v_0 t + D.$$

Or $x(0) = y(0) = 0$, donc $C = D = 0$ et :

$$\boxed{x = \frac{eE_0}{2m}t^2 \quad \text{et} \quad y = v_0 t.}$$

3 - La vitesse est donnée par la norme de $\vec{v}$, donc :

$$v(t) = \sqrt{v_x^2 + v_y^2} = \sqrt{\left(\frac{eE_0}{m}t\right)^2 + v_0^2}.$$

On cherche quand $v(t) = c$, donc :

$$\left(\frac{eE_0}{m}t\right)^2 + v_0^2 = c^2 \quad \Rightarrow \quad \left(\frac{eE_0}{m}t\right)^2 = (c^2 - v_0^2) \quad \Rightarrow \quad \boxed{t = \frac{m}{eE_0}\sqrt{c^2 - v_0^2} = 0{,}31\,\mathrm{s}.}$$

C'est bien sûr impossible. Lorsque la vitesse devient proche de celle de la lumière c, on sort du domaine de validité de la théorie de la mécanique de Newton et il faut utiliser celle de la relativité restreinte.

4 - Par définition : $E_c = \frac{1}{2}mv^2$.

Le théorème de l'énergie cinétique indique que $\frac{\mathrm{d}E_c}{\mathrm{d}t} = \sum W(\vec{F})$, soit donc ici :

$$\frac{1}{2}m\frac{\mathrm{d}v^2}{\mathrm{d}t} = q\vec{E}\cdot\vec{v} = eE_0 v_x(t).$$

Il n'est pas possible de résoudre cette équation car v^2 s'écrit $v_x(t)^2 + v_y(t)^2$: il y a deux fonctions inconnues, v_x et v_y, pour une seule équation.

III Autour de la galène – cristallographie

1 - C'est un réseau cubique faces centrées.

2 - $N = 4$ pour chacun.

3 - $1s^2 2s^2 2p^6 3s^2 3p^4$, l'ion le plus stable est donc S^{2-} (ajout de deux électrons pour compléter la couche 4 et ainsi atteindre la structure du gaz noble le plus proche, qui est en $1s^2 2s^2 2p^6 3s^2 3p^6$).

4 - L'ensemble doit être neutre, il y a une population de 4 S^{2-} par maille et de 4 Pb^{n}.

On en déduit qu'il s'agit de Pb^{2+}.

5 - Masse volumique : $\rho = \dfrac{4M_{\mathrm{Pb}}/N_A + 4M_{\mathrm{S}}/N_A}{a^3}$, d'où en inversant : $\boxed{a = 596\,\mathrm{pm}.}$

6 - La galène est un cristal ionique (car constitué de cations et d'anions).

En terme de force des interactions ou d'énergie de liaison, les cristaux moléculaires sont les plus faibles. Viennent ensuite à plus ou moins égalité les cristaux ioniques et métalliques, puis les cristaux macrocovalents.

IV Coefficient de dissociation

1 - Tableau d'avancement :

	$PCl_{5\,(g)}$ =	$PCl_{3\,(g)}$	$+\ Cl_{2\,(g)}$	$n_{\mathrm{tot,gaz}}$
E.I.	n_0	0	0	n_0
E.F.	$n_0 - \xi = n_0(1-\alpha)$	$\xi = n_0\alpha$	$\xi = n_0\alpha$	$n_0 + \xi = n_0(1+\alpha)$

2 - On peut utiliser la loi des gaz parfait pour la totalité du gaz : $p_{\mathrm{tot}}V = n_{\mathrm{tot,gaz}}RT$. Or $n_{\mathrm{tot,gaz}} = n_0(1+\alpha)$.

On peut alors isoler α : $\boxed{\alpha = \dfrac{p_{\mathrm{tot}}V}{n_0RT} - 1 = 0{,}79.}$

3 - À l'équilibre on a $K^0 = Q_r$. Il faut donc calculer Q_r.

Ici $Q_r = \dfrac{(p_{\mathrm{Cl_2}}/p^\circ)(p_{\mathrm{PCl_3}}/p^\circ)}{(p_{\mathrm{PCl_5}}/p^\circ)}$.

Or on a $p_{\mathrm{Cl_2}} = \dfrac{n_{\mathrm{Cl_2}}}{n_{\mathrm{tot\,gaz}}}p_{\mathrm{tot}} = \dfrac{\xi}{n_0+\xi}p_{\mathrm{tot}} = \dfrac{\alpha}{1+\alpha}p_{\mathrm{tot}}$.

De même :

$$p_{\mathrm{PCl_3}} = \frac{\alpha}{1+\alpha}p_{\mathrm{tot}} \quad \text{et} \quad p_{\mathrm{PCl_5}} = \frac{1-\alpha}{1+\alpha}p_{\mathrm{tot}}.$$

On a donc :

$$Q_r = \frac{\dfrac{\alpha}{1+\alpha}\dfrac{p_{\mathrm{tot}}}{p^\circ} \times \dfrac{\alpha}{1+\alpha}\dfrac{p_{\mathrm{tot}}}{p^\circ}}{\dfrac{1-\alpha}{1+\alpha}\dfrac{p_{\mathrm{tot}}}{p^\circ}} = \frac{\alpha^2}{1-\alpha^2}\frac{p_{\mathrm{tot}}}{p^0}$$

On connaît la valeur de α, il reste donc à faire l'A.N. : $\boxed{K^0 = Q_r = \dfrac{\alpha^2}{1-\alpha^2}\dfrac{p_{\mathrm{tot}}}{p^0} = 3{,}32.}$