Devoir Surveillé

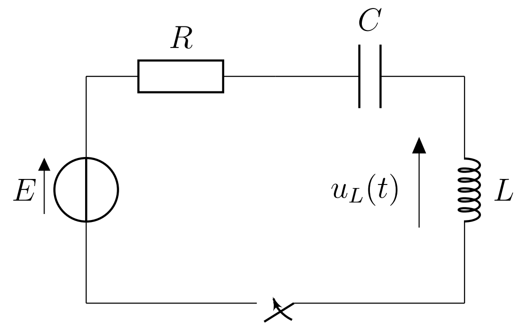
Physique-chimie – DS 6

- Calculatrices autorisée.
- Toute A.N. sans **unité** ne comptera aucun point, et dégradera l'humeur du correcteur.
- Vérifiez l'**homogénéité** de vos relations.

I Production d'une tension sinusoïdale à partir d'une tension continue

Un appareil photographique est alimenté par une pile de tension $E = 1{,}5\,\mathrm{V}$. Pour fonctionner, son flash a besoin d'une tension bien plus importante, de l'ordre de $300\,\mathrm{V}$. Celle-ci est obtenue à l'aide d'un transformateur. Ce dernier a besoin pour fonctionner d'une tension alternative.
Il faut donc transformer la tension continue E en une tension alternative sinusoïdale.

Pour produire une telle tension, on utilise le montage ci-contre. Le condensateur est initialement déchargé.
On a $C = 25\,\mathrm{nF}$, $L = 36\,\mathrm{mH}$, $E = 1{,}5\,\mathrm{V}$, et R est la résistance interne de la pile.



On ferme l'interrupteur à l'instant $t = 0$.

1.a – Donner en justifiant la valeur à l'instant $t = 0^+$ du courant i, de la tension aux bornes de la résistance, de la tension u_C aux bornes du condensateur, et de la tension u_L aux bornes de la bobine.

1.b – Montrer que la tension aux bornes de la bobine suit l'équation suivante :

$$\frac{\mathrm{d}^2 u_L}{\mathrm{d}t^2} + \frac{\omega_0}{Q}\frac{\mathrm{d}u_L}{\mathrm{d}t} + \omega_0^2 u_L = 0, \tag{1}$$

et donner l'expression de ω_0 et de Q en fonction de R, L et C.

On pourra pour aboutir à l'équation partir de la loi des maille et la dériver une ou plusieurs fois par rapport au temps.

1.c – Montrer qu'il va y avoir production d'oscillations seulement si $R < 2\sqrt{\dfrac{L}{C}}$.

Faire l'application numérique pour obtenir la valeur limite de R.

On supposera la résistance suffisamment petite pour vérifier ce critère par la suite.

1.d – Tracer l'allure de la tension $u_L(t)$ entre l'instant où l'on ferme l'interrupteur et un instant suffisamment long.

Quel est le paramètre qui donne l'ordre de grandeur du nombre d'oscillations ?

Pour répondre à la problématique posée en début de cette partie, quel type de facteur de qualité faut-il ?

Les solutions de l'équation 1 sont du type $u_L(t) = [A\cos(\omega t) + B\sin(\omega t)]\mathrm{e}^{-\beta t}$, avec $\omega = \omega_0\sqrt{1-\dfrac{1}{4Q^2}}$ et $\beta = \dfrac{\omega_0}{2Q}$. Il y a deux constantes d'intégration A et B, et il faut donc deux conditions initiales pour les déterminer : par exemple une sur $u_L(0^+)$ et une sur $\dfrac{\mathrm{d}u_L}{\mathrm{d}t}(0^+)$. On a déjà donné la valeur de $u_L(0^+)$.

2 − Montrer que $\dfrac{\mathrm{d}u_L}{\mathrm{d}t}(0^+) = -\dfrac{RE}{L}$.

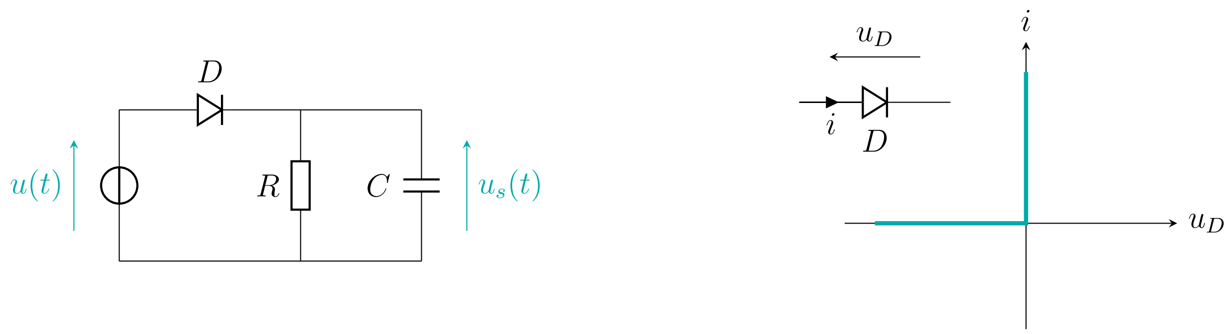
On pourrait ensuite déterminer A et B, mais nous ne le ferons pas.

II Production d'une tension continue à partir d'une tension sinusoïdale

La partie précédente s'intéressait à la production d'une tension oscillante à partir d'une tension continue. La présente partie s'intéresse au processus inverse : la production d'une tension continue (constante) à partir d'une tension alternative. Le dispositif qui effectue ceci est nommé un redresseur, et est utilisé dans un grand nombre de cas pratique (alternateur de voiture, transformateur pour charger une batterie, etc...). Plusieurs types existent. Nous en considérons un seul ici, appelé détecteur d'enveloppe, qui sert aussi en traitement du signal.

Le montage détecteur d'enveloppe est représenté sur la figure ci-dessous. Il utilise une diode D dont la caractéristique courant-tension est représentée sur la droite de la figure. La diode a deux modes de fonctionnement : passante ($i > 0$ et $u_D = 0$) ou bloquée ($i = 0$ et $u_D < 0$).

L'objectif ici est d'avoir une tension de sortie u_s approximativement constante, et proportionnelle à l'amplitude du signal oscillant $u(t)$.



Détecteur d'enveloppe à diode. Une diode passante est équivalente à un fil, une diode bloquée équivalente à un interrupteur ouvert.

3. On suppose que la diode est passante. Faire un schéma équivalent du circuit (remplacer la diode par un fil). Exprimer alors u_s en fonction de u.

4. On suppose que la diode est bloquée et que initialement le condensateur est chargé à une tension U_0. Faire un schéma équivalent du circuit (remplacer la diode par un interrupteur ouvert).

Établir alors une équation différentielle sur $u_s(t)$, puis la résoudre complètement pour exprimer $u_s(t)$ en fonction de U_0, R et C.

5. On suppose ensuite que $u(t) = u_m\cos(\omega t)$. On suppose la diode bloquée à l'instant $t = 0$. On admet qu'elle devient passante lorsque u et u_s redeviennent égales, et qu'elle redevient bloquée lorsque u atteint un maximum.

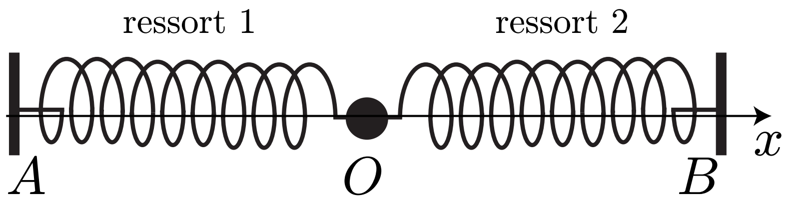
Quel est le comportement de u_s lorsque la diode change d'état ? Représenter sur un même graphe les allures de $u(t)$ et $u_s(t)$.

6. Que devient u_s si RC est très faible ? très élevé ? Représenter dans les deux cas l'allure de u et u_s sur un même graphe.

En déduire que RC doit vérifier une certaine condition par rapport à ω afin que le signal u_s soit effectivement une tension continue proportionnelle à l'amplitude u_m.

III Système à deux ressorts

Un mobile supposé ponctuel de masse m est astreint à glisser le long d'une tige horizontale de direction Ox. Ce mobile est relié par deux ressorts linéaires à deux points fixes A et B.



Les deux ressorts sont identiques (constante de raideur k, longueur à vide l_0). On néglige tout frottement et le référentiel d'étude est galiléen.

Dans la position d'équilibre, les longueurs des ressorts sont identiques et valent $l_{\text{éq}}$, et le mobile est en O.

x dénote la distance (positive ou négative) entre la position de la masse et le point O.

À l'instant initial, le mobile est abandonné sans vitesse d'une position x_0.

7 - Montrer très soigneusement que les expressions de la force exercée par chacun des ressorts sur la masse sont $\vec{F_1} = -k(x + l_{\text{éq}} - l_0)\vec{e}_x$ et $\vec{F_2} = k(-x + l_{\text{éq}} - l_0)\vec{e}_x$.

8 - Établir l'équation différentielle dont $x(t)$ est solution.

9 - Montrer que le système constitue un oscillateur harmonique dont on précisera la pulsation ω_0 et la période T_0 en fonction de k et m.

10 - Donner l'expression de $x(t)$ en tenant compte des conditions initiales. Tracer son allure. Tracer l'allure du portrait de phase.

11 - Donner les expressions de l'énergie potentielle élastique des deux ressorts, de l'énergie cinétique du mobile, et de l'énergie mécanique totale $E_m(t)$ en fonction de m, k, $x(t)$, $\dot{x}(t)$, l_0 et $l_{\text{éq}}$.

12 - Par un raisonnement énergétique, redémontrer l'équation du mouvement suivie par $x(t)$.

On applique les résultats précédents à l'étude de la molécule de disulfure de carbone, CS_2, d'usage courant en synthèse industrielle. Elle est symétrique, avec l'atome de carbone au centre.

La longueur de la liaison carbone-soufre est de 155 pm. On observe par spectroscopie une fréquence de vibration de la liaison de $4{,}5 \times 10^{13}$ Hz.

On modélise la liaison carbone - soufre par un ressort de raideur k et de longueur à vide l_0, égale à la longueur à l'équilibre. L'atome de carbone étant plus léger, il bougera davantage que ceux de soufre et on peut dont dire que la situation ressemble à celle traitée ci-dessus. Nous admettons donc que les deux ressorts agissent comme un ressort de raideur $k' = 2k$ et longueur l et longueur à vide l_0, avec des oscillations de pulsation $\omega_0 = \sqrt{k'/m}$ et une énergie potentielle élastique $E_p = \frac{1}{2}k'(l - l_0)^2$.

On donne les masses molaires du soufre et du carbone : $M_S = 32\,\text{g/mol}$ et $M_C = 12\,\text{g/mol}$; la constante d'Avogadro : $N_A = 6{,}02 \times 10^{23}\,\text{mol}^{-1}$; la célérité de la lumière $c = 3{,}0 \times 10^8\,\text{m/s}$.

13 - En déduire la valeur de la constante de raideur k' associée.

14 - En supposant que la liaison se brise lorsque la longueur de liaison est égale au double de celle au repos, en déduire une estimation de l'énergie de la liaison (définie comme l'énergie nécessaire à briser la liaison).

Comparer à l'énergie typique d'une liaison covalente, située entre 100 et 1000 kJ/mol.