Étude des systèmes linéaires
Chapitre 3

TP 9 – Régime transitoire du circuit RLC

Matériel : Oscilloscope, GBF, $L \simeq 40\,\mathrm{mH}$ (petite bobine pour plaquette), $C = 100\,\mathrm{nF}$, R variable, plaquette.

Objectifs : étudier expérimentalement le circuit RLC série, visualiser les différents régimes ; vérifier expérimentalement la validité des formules établies en cours.

Rappels théoriques

Le comportement d'un circuit du deuxième ordre est complètement régi par les deux paramètres de sa forme canonique : sa **pulsation propre** ω_0 et son **facteur de qualité** Q.
Dans un circuit RLC **série**, la tension $u_C(t)$ aux bornes du condensateur vérifie l'équation différentielle

$$\frac{\mathrm{d}^2 u_C}{\mathrm{d}t^2} + \frac{\omega_0}{Q}\frac{\mathrm{d}u_C}{\mathrm{d}t} + \omega_0^2 u_C = \alpha, \quad \text{avec} \quad \omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}} \quad \text{et} \quad Q = \frac{1}{R_{\text{tot}}}\sqrt{\frac{L}{C}}, \tag{1}$$

avec R_{tot} la résistance totale du circuit, et où :

- $\alpha = 0$ si le générateur de tension passe d'une valeur E à la valeur nulle,
- $\alpha = \omega_0^2 E$ s'il passe de 0 à une valeur E constante.

I Étude qualitative

1 - Régler le GBF pour produire un signal créneau allant de 0 à quelques volts, avec une fréquence de l'ordre de $100\,\mathrm{Hz}$.

2 - Proposer un montage (= schéma) permettant d'étudier la réponse d'un circuit RLC à un échelon de tension (allant de 0 à quelques volts) en visualisant à l'oscilloscope d'une part l'échelon de tension imposé par le GBF et d'autre part la tension aux bornes du condensateur. Câbler ce montage sur votre paillasse.

3 - En faisant varier R, identifier deux différents types de régimes transitoires. Reproduire l'allure des signaux pour chacun, les nommer, indiquer la valeur de R qui correspond au schéma.

4 - Calculer la valeur numérique de la résistance totale qui, théoriquement, correspond au régime critique. On la notera $R_{c,\text{théo}}$.

5 - Estimer expérimentalement la valeur critique de la résistance pour laquelle on est à la limite entre un régime pseudo-périodique et un régime apériodique.

Comparer à la valeur attendue d'après la théorie et conclure quant à l'accord. D'où peut venir une différence ?

6 - Se placer en régime *nettement* pseudo-périodique : faire en sorte de voir au moins une dizaine d'oscillations.

Mesurer alors leur période T (appelée pseudo-période) et comparer à la période propre $T_0 = 2\pi/\omega_0$ du circuit. Y a-t-il une différence significative ?

Est-ce que cela était attendu étant donnée les formules théoriques donnant T et T_0 (on rappelle que $T = 2\pi/\Omega$ avec Ω donné équation 2 ci-après) ?

II Mesure du facteur de qualité en régime pseudo-périodique : méthode du décrément logarithmique

Dans le cas particulier où $Q > 1/2$, lors de la décharge du condensateur (générateur passant de $+E$ à $0\,\mathrm{V}$), la solution théorique est :

$$u_C(t) = E\cos(\Omega t)\,\mathrm{e}^{-\mu t} \quad \text{avec} \quad \begin{cases} \mu = \dfrac{\omega_0}{2Q} \\ \Omega = \omega_0\sqrt{1 - \dfrac{1}{4Q^2}} \end{cases} \tag{2}$$

Document : le décrément logarithmique

Soit $x(t)$ une grandeur pseudo-harmonique dont l'amplitude décroît exponentiellement avec un temps caractéristique τ :

$$x(t) = X_0\cos(\Omega t + \varphi)\mathrm{e}^{-\mu t}\,. \tag{3}$$

On appelle décrément logarithmique de x la quantité

$$\delta = \ln\frac{x(t)}{x(t+T)}, \quad \text{avec} \quad T = \frac{2\pi}{\Omega}\,. \tag{4}$$

On peut montrer (cf exercice de TD) que δ ne dépend pas du temps, et vaut $\delta = \dfrac{2\pi\mu}{\Omega}$.

Sa mesure est simple expérimentalement, par exemple en repérant les maximums d'oscillation de $x(t)$ et en mesurant le rapport des valeurs de x pour deux maxima consécutifs.
Ceci constitue un moyen rapide d'accéder au temps caractéristique τ de la décroissance.

Choisir une valeur de résistance telle que le transitoire soit *nettement* pseudo-périodique : faire en sorte de voir une dizaine d'oscillations (pour avoir $\omega_0 \simeq \Omega$).

7 - À l'aide de l'encadré précédent et de l'approximation $\omega_0 \simeq \Omega$, montrer que $Q = \pi/\delta$.

8 - À l'aide de l'encadré précédent et de la question précédente, proposer et mettre en œuvre un protocole de mesure du facteur de qualité du circuit.

On fera l'étude à la décharge, lorsque le générateur passe d'une valeur E positive à la valeur *nulle* (sinon on n'est pas dans le cas de l'équation 3).

On détaillera chaque étape du raisonnement. On fera un schéma du signal étudié sur lequel on reportera ce que l'on mesure et comment.

9 - La valeur obtenue pour Q est-elle cohérente avec celle obtenue en comptant grossièrement le nombre d'oscillations visibles ?

10 - Répéter le protocole précédent de mesure de Q pour plusieurs valeurs de R, afin de vérifier si le facteur de qualité du circuit RLC série est bien proportionnel à $1/R$. Faire un tableau avec vos résultats, puis il faudra faire un tracé (de quoi en fonction de quoi ?) et vérifier si les points sont alignés.

Notebook Python : `f645-999280`.