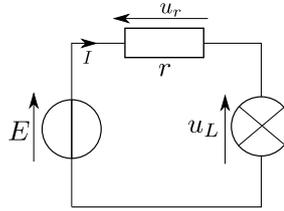


Correction – DM – Lampe de poche

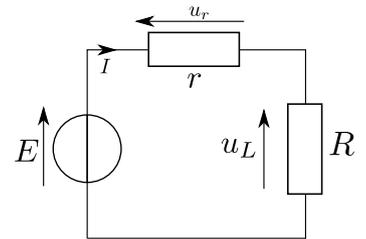
1 - Schéma :



2 - On modélise la lampe par une résistance R .

Elle reçoit une puissance : $\mathcal{P} = u_L I = RI^2$.

Or $E = (R + r)I$, donc $I = \frac{E}{R + r}$, et donc $\mathcal{P} = R \frac{E^2}{(R + r)^2}$.



3 - On considère la fonction $f(R) = \frac{R}{(R + r)^2}$. Il s'agit de trouver la valeur de R pour laquelle elle est maximale.

On calcule : $f'(R) = \frac{1 \times (R + r)^2 - R \times 2(R + r)}{(R + r)^4} = \frac{R^2 + 2Rr + r^2 - 2R^2 - 2Rr}{(R + r)^4} = \frac{r^2 - R^2}{(R + r)^4}$.

$r > 0$ et $R > 0$ (ce sont des résistances) donc pas de souci d'annulation au dénominateur.

On voit donc que $f'(R) = 0 \Leftrightarrow R = r$.

$R = r$ est donc soit un maximum, soit un minimum. Un tableau de signe montre que $f'(R) > 0$ si $R < r$ donc f croissante, et inversement si $R > r$. C'est donc bien un maximum.

4 - Avec $R = r$, on a $\mathcal{P} = r \frac{E^2}{(2r)^2} = \frac{E^2}{4r}$. D'où une énergie délivrée pendant une durée T : $\mathcal{E} = \frac{E^2}{4r} T = 3240 \text{ J}$.

Le courant est $I = \frac{E}{R + r} = \frac{E}{2r}$, d'où $I = 0,3 \text{ A}$.

La charge débitée est $Q = I \times T = 1080 \text{ C}$.

5 - Notons $Q_h = 1080 \text{ C/h}$ la charge débitée par heure de fonctionnement.

La charge que peut débiter une pile est $Q_{\text{pile}} = 1,25 \text{ A} \times 3600 \text{ s} = 4500 \text{ C}$.

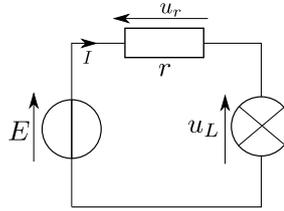
Les piles étant en série, elles débitent toutes le même courant et donc la même charge : lorsqu'une pile débite 1 C , les autres également. Les piles se vident donc toutes au même rythme et les ajouter en série n'améliore pas l'autonomie.

La durée de fonctionnement est donc $t = \frac{Q_{\text{pile}}}{Q_h} = \frac{4500 \text{ C}}{1080 \text{ C} \cdot \text{h}^{-1}} = 4,17 \text{ h}$.

Remarque : c'est lorsque les piles sont en dérivation (et non pas en série) que leurs autonomies s'ajoutent. En effet s'il y a par exemple quatre piles en dérivation, chaque pile débite un courant quatre fois moindre et donc une charge quatre fois moindre.

Correction – DM – Lampe de poche

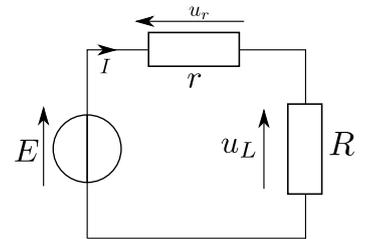
1 - Schéma :



2 - On modélise la lampe par une résistance R .

Elle reçoit une puissance : $\mathcal{P} = u_L I = RI^2$.

Or $E = (R + r)I$, donc $I = \frac{E}{R + r}$, et donc $\mathcal{P} = R \frac{E^2}{(R + r)^2}$.



3 - On considère la fonction $f(R) = \frac{R}{(R + r)^2}$. Il s'agit de trouver la valeur de R pour laquelle elle est maximale.

On calcule : $f'(R) = \frac{1 \times (R + r)^2 - R \times 2(R + r)}{(R + r)^4} = \frac{R^2 + 2Rr + r^2 - 2R^2 - 2Rr}{(R + r)^4} = \frac{r^2 - R^2}{(R + r)^4}$.

$r > 0$ et $R > 0$ (ce sont des résistances) donc pas de souci d'annulation au dénominateur.

On voit donc que $f'(R) = 0 \Leftrightarrow R = r$.

$R = r$ est donc soit un maximum, soit un minimum. Un tableau de signe montre que $f'(R) > 0$ si $R < r$ donc f croissante, et inversement si $R > r$. C'est donc bien un maximum.

4 - Avec $R = r$, on a $\mathcal{P} = r \frac{E^2}{(2r)^2} = \frac{E^2}{4r}$. D'où une énergie délivrée pendant une durée T : $\mathcal{E} = \frac{E^2}{4r} T = 3240 \text{ J}$.

Le courant est $I = \frac{E}{R + r} = \frac{E}{2r}$, d'où $I = 0,3 \text{ A}$.

La charge débitée est $Q = I \times T = 1080 \text{ C}$.

5 - Notons $Q_h = 1080 \text{ C/h}$ la charge débitée par heure de fonctionnement.

La charge que peut débiter une pile est $Q_{\text{pile}} = 1,25 \text{ A} \times 3600 \text{ s} = 4500 \text{ C}$.

Les piles étant en série, elles débitent toutes le même courant et donc la même charge : lorsqu'une pile débite 1 C , les autres également. Les piles se vident donc toutes au même rythme et les ajouter en série n'améliore pas l'autonomie.

La durée de fonctionnement est donc $t = \frac{Q_{\text{pile}}}{Q_h} = \frac{4500 \text{ C}}{1080 \text{ C} \cdot \text{h}^{-1}} = 4,17 \text{ h}$.

Remarque : c'est lorsque les piles sont en dérivation (et non pas en série) que leurs autonomies s'ajoutent. En effet s'il y a par exemple quatre piles en dérivation, chaque pile débite un courant quatre fois moindre et donc une charge quatre fois moindre.