Partie III : Structure de la matière
Chapitre 1

Correction – TD – Description quantique de la matière

Remarque : exercice avec $\star$: exercice particulièrement important, à maîtriser en priorité (de même que les exemples de questions de cours des “ce qu’il faut savoir faire”) | [$\bullet \circ \circ$] : difficulté des exercices

I Nécessité d’un traitement quantique

1 - $\lambda = \dfrac{h}{p}$ avec $p = mv$ la quantité de mouvement.

On a donc $\lambda = 3.3 \times 10^{-31}\,\mathrm{m}$, très inférieur à toute taille caractéristique du problème (la taille de la mouche par exemple). Un traitement classique est donc suffisant.

2 - **a.** Énergie cinétique moyenne d’une molécule : $\dfrac{1}{2}mv^2 = \dfrac{3}{2}k_\mathrm{B}T$, d’où une vitesse $v = \sqrt{\dfrac{3k_\mathrm{B}T}{m}}$ et une quantité de mouvement $p = mv = \sqrt{3mk_\mathrm{B}T}$, et enfin une longueur d’onde de De Broglie $\lambda = \dfrac{h}{p} = \dfrac{h}{\sqrt{3mk_\mathrm{B}T}}$.

Il manque la masse, donnée par $m = \dfrac{M}{N_\mathrm{A}}$. D’où $\lambda = h\sqrt{\dfrac{N_\mathrm{A}}{3Mk_\mathrm{B}T}} = 2.6 \times 10^{-11}\,\mathrm{m} = 0.026\,\mathrm{nm}$.

b. On a $n = \dfrac{p}{k_\mathrm{B}T} = 3.5\,\mathrm{nm}$.

La taille caractéristique du problème est très supérieure à la longueur d’onde de De Broglie des molécules, un traitement classique est donc suffisant.

3 - Quantité de mouvement et énergie sont reliés, en ordre de grandeur, par $\dfrac{p^2}{2m} \sim E$ avec E l’énergie de quelques électrons-volts. On en déduit p, puis $\lambda = \dfrac{h}{p} = \dfrac{h}{\sqrt{2mE}} = 3.9 \times 10^{-10}\,\mathrm{m}$ (en prenant $10\,\mathrm{eV}$ pour E).

Ceci est du même ordre de grandeur que la taille d’un atome, il est donc nécessaire d’utiliser un traitement quantique.