Partie I : Signaux et ondes
Chapitre 2

Correction – DM 2 – Interférences et acoustique

1 - $\boxed{k = \dfrac{2\pi}{\lambda}}$ et $\boxed{\lambda f = c.}$

2 - L'onde réfléchie a parcouru une distance supplémentaire $\boxed{L = 2D.}$

3 - • On prend l'expression de l'énoncé, $s(x,t) = s_0 \cos(\omega t - kx + \varphi)$, qu'on évalue en $x = 0$:

$$\boxed{s(x=0,t) = s_0 \cos(\omega t + \varphi).}$$

• De même, $\boxed{s(x=L,t) = s_0 \cos(\omega t - kL + \varphi).}$

• On a deux signaux harmoniques synchrones : $s_0 \cos(\omega t + \underbrace{\varphi}_{\text{phase à l'origine}})$ et $s_0 \cos(\omega t + \underbrace{-kL+\varphi}_{\text{phase à l'origine}})$.

Le déphasage s'obtient en faisant la différence des phases à l'origine (cf chapitre 1), donc

$$\Delta\varphi = \varphi - (-kL + \varphi) = kL = 2kD.$$

On utilise ensuite $k = \dfrac{2\pi}{\lambda} = \dfrac{2\pi}{c/f} = \dfrac{2\pi f}{c}$, pour obtenir

$$\boxed{\Delta\varphi = \frac{4\pi D f}{c}.}$$

On peut vérifier que l'homogénéité de cette relation est correcte.

4 - Deux ondes interfèrent de façon destructive lorsque leur déphasage vérifie $\Delta\varphi = 2\pi \times k + \pi$ avec $k \in \mathbb{Z}$.

5 - Écrivons :

$$\begin{aligned}
&\Delta\varphi = 2\pi \times k + \pi\\
\Leftrightarrow &\frac{4\pi D f}{c} = 2\pi(k + 1/2)\\
\Leftrightarrow &f = \frac{2\pi c}{4\pi D}(k + 1/2)\\
&\boxed{\Leftrightarrow f_k = \frac{c}{2D}(k + 1/2), \quad k \in \mathbb{N}.}
\end{aligned}$$

(on a restreint à $k \in \mathbb{N}$ car f ne peut pas être négative)

Toutes ces fréquences f_0, f_1, ..., seront donc atténuées. Il en résulte un signal audio déformé, puisque certaines de ses fréquences sont atténuées.

6 - Les deux fréquences les plus faibles sont pour $k = 0$ et $k = 1$: $\boxed{f_0 = \dfrac{c}{4D} = 85\,\mathrm{Hz}}$

et $\boxed{f_1 = \dfrac{c}{2D}(1 + 1/2) = \dfrac{3c}{4D} = 255\,\mathrm{Hz}.}$

Ils s'agit bien de fréquences audibles, plutôt dans les graves.

Partie I : Signaux et ondes
Chapitre 2

Correction – DM 2 – Interférences et acoustique

1 - $\boxed{k = \dfrac{2\pi}{\lambda}}$ et $\boxed{\lambda f = c.}$

2 - L'onde réfléchie a parcouru une distance supplémentaire $\boxed{L = 2D.}$

3 - • On prend l'expression de l'énoncé, $s(x,t) = s_0\cos(\omega t - kx + \varphi)$, qu'on évalue en $x = 0$:

$$\boxed{s(x=0,t) = s_0\cos(\omega t + \varphi).}$$

• De même, $\boxed{s(x=L,t) = s_0\cos(\omega t - kL + \varphi).}$

• On a deux signaux harmoniques synchrones : $s_0\cos(\omega t + \underbrace{\varphi}_{\text{phase à l'origine}})$ et $s_0\cos(\omega t + \underbrace{-kL+\varphi}_{\text{phase à l'origine}})$.

Le déphasage s'obtient en faisant la différence des phases à l'origine (cf chapitre 1), donc

$$\Delta\varphi = \varphi - (-kL + \varphi) = kL = 2kD.$$

On utilise ensuite $k = \dfrac{2\pi}{\lambda} = \dfrac{2\pi}{c/f} = \dfrac{2\pi f}{c}$, pour obtenir

$$\boxed{\Delta\varphi = \frac{4\pi D f}{c}.}$$

On peut vérifier que l'homogénéité de cette relation est correcte.

4 - Deux ondes interfèrent de façon destructive lorsque leur déphasage vérifie $\Delta\varphi = 2\pi \times k + \pi$ avec $k \in \mathbb{Z}$.

5 - Écrivons :

$$\begin{aligned} &\Delta\varphi = 2\pi \times k + \pi \\ \Leftrightarrow &\frac{4\pi D f}{c} = 2\pi(k + 1/2) \\ \Leftrightarrow &f = \frac{2\pi c}{4\pi D}(k+1/2) \\ &\boxed{\Leftrightarrow f_k = \frac{c}{2D}(k+1/2), \quad k \in \mathbb{N}.} \end{aligned}$$

(on a restreint à $k \in \mathbb{N}$ car f ne peut pas être négative)

Toutes ces fréquences f_0, f_1, ..., seront donc atténuées. Il en résulte un signal audio déformé, puisque certaines de ses fréquences sont atténuées.

6 - Les deux fréquences les plus faibles sont pour $k = 0$ et $k = 1$: $\boxed{f_0 = \dfrac{c}{4D} = 85\,\text{Hz}}$

et $\boxed{f_1 = \dfrac{c}{2D}(1 + 1/2) = \dfrac{3c}{4D} = 255\,\text{Hz}.}$

Ils s'agit bien de fréquences audibles, plutôt dans les graves.