

Fiche de cours – Électrostatique : champ \vec{E} et potentiel V

Ceci est un exemple minimal de fiche de cours concernant ce chapitre. Je vous encourage à vous en inspirer pour faire votre propre fiche (écrire votre fiche vous aidera à retenir), qui pourra être plus complète, plus personnelle, avec des schémas, des couleurs, des flèches...

► Généralités :

- Unité du champ électrique \vec{E} : V/m (volt par mètre).
- Unité du potentiel électrostatique V : V (volt).
- Unité de la charge électrique : C (coulomb).

► Densités de charges :

Type de distribution	Densité	Charge dans un volume $d\tau$	Charge totale
Densité volumique	$\rho = \frac{dq}{d\tau}$	$dq = \rho d\tau$	$Q = \iiint_V \rho(M) d\tau$ Si ρ uniforme, $Q = \rho \times \mathcal{V}$
Densité surfacique	$\sigma = \frac{dq}{dS}$	$dq = \sigma dS$	$Q = \iint_S \sigma(M) dS$ Si σ uniforme, $Q = \sigma \times \mathcal{S}$

► Loi de Coulomb et champ créé par une charge ponctuelle :

Force exercée par une charge q_2 sur une charge q_1 :

$$\vec{F}_{2 \rightarrow 1} = \frac{q_1 q_2}{4\pi\epsilon_0 d^2} \vec{u}_{2 \rightarrow 1}.$$

- ▷ Les charges doivent être ponctuelles et immobiles.
- ▷ $\vec{u}_{2 \rightarrow 1}$ est un vecteur unitaire allant de la charge 2 vers la charge 1.
Faire un schéma et vérifier que la force est bien répulsive si $q_1 q_2 > 0$.
- ▷ ϵ_0 est la permittivité diélectrique du vide.

Champ électrique créé par une charge q , placée à l'origine O (coord. sphériques) :

$$\vec{E}(M) = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 r^2} \vec{u}_r.$$

Le potentiel associé est :

$$V(M) = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 r}.$$

- ▷ La charge doit être ponctuelle et immobile.

► Force ressentie par une charge ponctuelle q , au point M :

$$\vec{F} = q\vec{E}(M).$$

- ▷ La charge doit être ponctuelle et immobile.
- ▷ $\vec{E}(M)$ est le champ électrique total au point M où se situe la charge q .
Il est créé par toutes les autres charges.

Cette force électrostatique dérive du potentiel :

$$E_{p,\text{elec}} = qV.$$

- ▷ Si c'est la seule force en jeu, alors $E_m = E_c + E_{p,\text{elec}} = \text{cst}$ au cours du mouvement.
S'il y a d'autres forces conservatives, on ajoute leurs E_p . Par exemple pesanteur : $E_{p,\text{pes}} = mgz$.

► **Méthode – déterminer la direction du champ \vec{E} et les coordonnées dont il dépend :**

- Choisir le système de coordonnées adapté.
- **Symétries** de la distribution de charge \Rightarrow donne la **direction** du vecteur \vec{E} .
Pour cela : prendre un point M **quelconque**, puis trouver des plans Π ou Π^* **passant par M** .
Sachant que :

$$\boxed{\text{Si } M \in \Pi, \text{ alors } \vec{E}(M) \in \Pi \quad | \quad \text{Si } M \in \Pi^* \text{ alors } \vec{E}(M) \perp \Pi^*}$$

- **Invariances** de la distribution de charge \Rightarrow donne les **coordonnées** dont dépend \vec{E} .
Invariance de la distribution de charge par...
 - ...translation selon x, y ou z : les composantes de \vec{E} ne dépendent pas de cette coordonnée.
 - ...rotation d'angle θ ou φ autour d'un axe ou de l'origine : les composantes de \vec{E} ne dépendent pas de cet angle.

► **Le potentiel électrostatique V :**

Il existe une fonction V telle que $\vec{E} = -\overrightarrow{\text{grad}} V$. On a la relation : $\int_{A,C}^B \vec{E} \cdot \overrightarrow{dl} = -(V_B - V_A)$.

- ▷ Seul le champ **électrostatique** vérifie ceci. Si le champ dépend du temps t , alors en général ces relations ne sont plus valables (sauf cas particuliers).
- ▷ Autre propriété du champ électrostatique, moins importante pour nous : $\forall \mathcal{C}$ fermé, $\oint_{\mathcal{C}} \vec{E} \cdot \overrightarrow{dl} = 0$
et donc $\forall M, \overrightarrow{\text{rot}} \vec{E} = \vec{0}$.
- ▷ À connaître en coordonnées cartésiennes, $\overrightarrow{\text{grad}} V = \frac{\partial V}{\partial x} \vec{e}_x + \frac{\partial V}{\partial y} \vec{e}_y + \frac{\partial V}{\partial z} \vec{e}_z$.

► **Lignes de champ, surfaces équipotentielles :**

- **Ligne de champ** : courbe tangente en tout point M au vecteur $\vec{E}(M)$.
- **Surface équipotentielle** : surface continue sur laquelle $V = \text{cst}$.

Propriétés :

- Les lignes de champ sont perpendiculaires aux surfaces équipotentielles.
- Si les équipotentielles se resserrent, alors $\|\vec{E}\|$ augmente.
- \vec{E} pointe vers les bas potentiels.