

Correction – Physique-chimie – DS 3

I, II et III : adapté du sujet G2E 2013, sauf 8.d et 8.e qui ont été remplacées par une approche avec S_c , et sauf la question 11 (étude du congélateur à l'aide du diagramme) qui a été ajoutée. IV : extrait de CCS 2017 TSI Physique-chimie 1.

I Machines thermiques et principes de la thermodynamique

1 - Moteur : $W < 0, Q_C > 0, Q_F < 0.$

Réfrigérateur et PAC : $W > 0, Q_C < 0, Q_F > 0.$

On rappelle que W , Q_F et Q_C sont définis comme étant reçu par le fluide qui circule dans la machine.

2 - $\eta = \frac{-W}{Q_C}, e_{RF} = \frac{Q_F}{W}, e_{RF} = \frac{-Q_C}{W}.$

3 - a - Système (fermé) : la machine.

Transformation : évolution au cours d'un cycle.

Lors de cette transformation cyclique, la variation des grandeurs d'état est nulle : $\Delta U = 0$ et $\Delta S = 0.$

Le premier principe s'écrit donc :

$$W + Q_C + Q_F = \Delta U = 0.$$

Et le second principe : $S_e + S_c = \Delta S = 0.$ On a en plus $S_c = 0$ car l'évolution est réversible.

Les transferts thermiques ayant lieu au contact de thermostats, on a $S_e = \frac{Q_C}{T_C} + \frac{Q_F}{T_F}.$ On obtient donc :

$$\frac{Q_C}{T_C} + \frac{Q_F}{T_F} = 0.$$

b - En utilisant et manipulant les deux relations précédentes, on arrive aux expressions du rendement et des efficacités réversibles :

$$\eta_C = 1 - \frac{T_F}{T_C}, e_{RF} = \frac{T_F}{T_C - T_F}, e_{PAC} = \frac{T_C}{T_C - T_F}.$$

4 - a - On a cette fois

$$\frac{Q_C}{T_C} + \frac{Q_F}{T_F} + \sigma = 0.$$

b - On a $\eta = \frac{-W}{Q_C} = \frac{Q_F + Q_C}{Q_C} = 1 + \frac{Q_F}{Q_C}.$

Or le second principe que l'on vient d'écrire indique que $\frac{Q_F}{Q_C} = -\frac{T_F}{T_C} - \frac{\sigma T_F}{Q_C}.$

On a donc $\eta = 1 - \frac{T_F}{T_C} - \frac{\sigma T_F}{Q_C},$ soit : $\eta = \eta_C - \frac{\sigma T_F}{Q_C}.$

L'entropie créée étant positive, et Q_C également pour un moteur, on a $\eta \leq \eta_C,$ avec égalité uniquement en cas d'évolution réversible.

c - D'après les données, on peut calculer $\eta = r \times \eta_C.$ On connaît également $W.$

* En utilisant la définition $\eta = \frac{-W}{Q_C},$ on en déduit $Q_C = -W/\eta = 19.9 \text{ kJ/cycle}.$

* On utilise ensuite $W + Q_F + Q_C = 0,$ d'où $Q_F = -W - Q_C = -4.9 \text{ kJ/cycle}.$

* L'entropie créée est alors $\sigma = (\eta_C - \eta) \frac{Q_C}{T_F} = 3.3 \text{ J} \cdot \text{K}^{-1}/\text{cycle}.$

II Chauffage d'une habitation

5 - L'énergie à fournir pendant $t =$ une heure est $E = \Phi_{th} \times t$.

La masse de bois correspondante vérifie $m_B \times q_B = E = \Phi_{th} \times t$.

On a donc $m_B = \Phi_{th} \times t / q_B = 2.4 \text{ kg}$.

6 - a - D'après la partie I, $e_1 = \frac{T_C}{T_C - T_F} = 15$, car ici $T_C = T = 293 \text{ K}$ et $T_F = T_E = 273 \text{ K}$ (attention à bien prendre les températures en Kelvin).

b - La puissance à fournir à la PAC est donc $P = \Phi_{th} / e_1 = 0.82 \text{ kW}$ (on suppose que toute la puissance électrique fournie au compresseur de la PAC est transmise au fluide).

7 - a - On a $Q_C = Q > 0$, $Q_F < 0$, $Q'_C < 0$, $Q'_F > 0$ et $W > 0$ (s'aider de la partie I si besoin).

b - Par définition, $Q_H = -Q_F - Q'_C$. Il faut exprimer chacun des deux termes.

★ Le rendement du moteur est $\eta = \frac{W}{Q}$, l'efficacité de la PAC est $e_{PAC} = \frac{-Q'_C}{W}$. On a donc

$$\eta \times e_{PAC} = -\frac{Q'_C}{Q}, \text{ et donc } -Q'_C = Q \eta \times e_{PAC}.$$

On exprimera plus tard η et e_{PAC} en fonction des températures (possible car le fonctionnement est réversible).

★ D'autre part, $\eta = \frac{Q_F + Q_C}{Q_C} = \frac{Q + Q_C}{Q}$, donc on a $Q_F = Q(\eta - 1)$.

★ Finalement, $Q_H = Q \eta e_{PAC} + Q(1 - \eta)$. On utilise ensuite $e_1 = \frac{T_H}{T_H - T_E}$ et $\eta = 1 - \frac{T_H}{T}$.

Après quelques simplifications on arrive à :

$$Q_H = Q \frac{T_H}{T} \frac{T - T_E}{T_H - T_E}.$$

c - Pour maintenir le bilan thermique de l'habitation, on doit encore fournir pendant $t = 1$ heure une énergie $Q_H = \Phi_{th} \times t$.

L'énergie thermique fournie par le bois est $Q = Q_H \frac{T}{T_H} \frac{T_H - T_E}{T - T_E}$. Elle correspond à une masse de bois telle que $m'_B \times q_B = Q$. On a donc

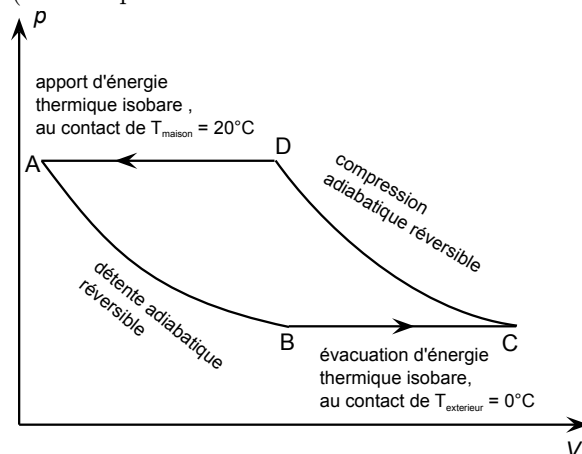
$$m'_B = \frac{\Phi_{th} t}{q_B} \frac{T}{T_H} \frac{T_H - T_E}{T - T_E} = 0.31 \text{ kg}.$$

Par rapport à $m_B = 2.4 \text{ kg}$, la consommation de bois a été divisée par 7.7, ce qui est remarquable.

Remarque : Le gain réel sera moindre, car nous avons supposé ici un fonctionnement réversible, un transfert d'énergie thermique sans perte entre réservoir de bois et moteur, un transfert de travail du moteur à la pompe sans perte, etc.

8 - a - Voir ci-dessous. Le sens est antihoraire, ce qui est normal pour une machine réceptrice.

(Notons qu'il vaudrait mieux utiliser v au lieu de V , mais nous suivons l'énoncé.)



- b - L'évolution $A \rightarrow B$ est isentropique et on utilise le modèle du gaz parfait. L'exposant γ ne dépend pas non plus de la température. On a donc la relation de Laplace $T^\gamma p^{1-\gamma} = \text{cst}$ (que l'on redémontre au brouillon à partir de $pV^\gamma = \text{cst}$ si besoin), soit $T_A^\gamma p_A^{1-\gamma} = T_B^\gamma p_B^{1-\gamma}$. On a également $p_B = p_C$ car $B \rightarrow C$ est isobare, d'où

$$T_B = T_A \left(\frac{p_A}{p_C} \right)^{\frac{1-\gamma}{\gamma}} = 152 \text{ K.}$$

On a de même :

$$T_D = T_C \left(\frac{p_C}{p_A} \right)^{\frac{1-\gamma}{\gamma}} = 527 \text{ K.}$$

- c - L'échange de chaleur avec la source chaude a lieu lors de l'étape $D \rightarrow A$. Le fluide est alors plus chaud que la maison ($527 \text{ K} = 254^\circ\text{C}$ au point D), et cède de l'énergie thermique à l'intérieur de la maison à mesure qu'il se refroidit.

L'échange de chaleur avec la source froide a lieu lors de l'étape $B \rightarrow C$. Le fluide est alors plus froid que le milieu extérieur ($152 \text{ K} = -121^\circ\text{C}$ au point B), et il se réchauffe donc au contact du milieu extérieur, gagnant ainsi de l'énergie thermique.

- d - \star Le gaz évolue de façon isobare de T_i à T_0 . Le premier principe version isobare, appliqué au système fermé $\{n \text{ moles de gaz}\}$, indique directement que $\Delta H = Q$.

Or $\Delta H = C_p \Delta T = \frac{\gamma n R}{\gamma - 1} (T_0 - T_i)$ pour un gaz parfait.

On a donc $Q = \frac{\gamma n R}{\gamma - 1} (T_0 - T_i)$.

\star On applique cette fois le second principe au système fermé $\{n \text{ moles de gaz}\}$: $\Delta S = S_e + S_c$.

On a $S_e = \frac{Q}{T_0} = \frac{\gamma n R}{\gamma - 1} \frac{T_0 - T_i}{T_0}$, et $\Delta S = \frac{\gamma n R}{\gamma - 1} \ln \frac{T_0}{T_i}$.

D'où $S_c = \frac{\gamma n R}{\gamma - 1} \left(\ln \frac{T_0}{T_i} - \frac{T_0 - T_i}{T_0} \right)$.

Remarque : L'énoncé prend le raccourci de raisonner sur un système fermé $\{n \text{ moles de gaz}\}$, alors qu'en réalité les échangeurs thermiques sont des systèmes ouverts où le gaz est en écoulement. Nous verrons comment traiter ceci dans un prochain chapitre : on aurait $\Delta h = w_i + q = q$, et $\Delta h = c_p \Delta T$. Il se trouve que comme l'évolution est isobare, cela revient au même.

- e - On applique la formule de la question précédente pour S_c , en prenant les bonnes températures.

\star Évolution de B vers C.

On a $T_i = T_B = 152 \text{ K}$ et $T_0 = T_C = 273 \text{ K}$, on obtient $\frac{S_c}{n} = 4.14 \text{ J} \cdot \text{K}^{-1} \cdot \text{mol}^{-1}$.

\star Évolution de D vers A.

On a $T_i = T_D = 527 \text{ K}$ et $T_0 = T_A = 293 \text{ K}$, on obtient $\frac{S_c}{n} = 6.16 \text{ J} \cdot \text{K}^{-1} \cdot \text{mol}^{-1}$.

- f - Il faut bien identifier que $T_{s-c} = T_A = 293 \text{ K}$ est la température de la source chaude, et que $T_{s-f} = T_C = 273 \text{ K}$ est celle de la source froide.

On a également $Q_{s-c} = Q_{D \rightarrow A} = \frac{\gamma n R}{\gamma - 1} (T_A - T_D)$, négatif donc la valeur absolue est $|Q_{s-c}| = \frac{\gamma n R}{\gamma - 1} (T_D - T_A)$.

Ainsi, on obtient $e_2 = 2.08$.

Cette valeur est bien inférieure à la valeur $e_1 = 15$ calculée précédemment pour la PAC suivant le cycle de Carnot réversible fonctionnant entre 0°C et 20°C . La raison est que le cycle ABCD effectué par le fluide n'est justement pas le cycle de Carnot : comme nous

venons de le prouver, les transferts thermiques isobares non isothermes sont directement responsable de la création d'entropie et de la baisse de rendement.

Mais soulignons encore une fois que des échanges non isothermes sont nécessaires pour que le transfert thermique s'effectue en un temps fini.

Remarque : On peut manipuler l'expression de e_2 et aboutir, après quelques lignes, à la forme

$$e_2 = \frac{1}{1 + \frac{T_C - T_B}{T_A - T_D}}.$$

On peut par ailleurs retrouver cette même expression en partant directement de $e_2 = \frac{-Q_{D \rightarrow A}}{W_{\text{cycle}}}$ et en exprimant numérateur et dénominateur en fonction des températures à l'aide du premier principe. Mais pour être rigoureux ceci nécessite d'utiliser le premier principe pour un système en écoulement (car le gaz s'écoule dans différents éléments de la PAC), que nous n'avons pas encore vu. C'était l'approche employée dans le sujet d'origine.

III Étude d'un congélateur

9 - a - L'unité de a est : $W/(J \cdot K^{-1} \cdot K) = W/J = s^{-1}$, donc l'inverse d'un temps.

Pour déterminer son signe, supposons par exemple que $T(t) < T_c$.

On a alors $-aC[T(t) - T_c]$ qui est du signe de a .

Or dans cette situation on doit avoir $\Phi > 0$ (le congélateur reçoit de l'énergie), car on a choisi le cas où la température extérieure est supérieure à la température intérieure ($T(t) < T_c$).

Il faut donc $a > 0$.

b - Question similaire à l'exercice de TD où on étudie le refroidissement d'une salle de classe, ou à plusieurs questions de colle.

On va appliquer le premier principe de la thermodynamique au système {congélateur et son contenu} pour une évolution entre t et $t + dt$. Il s'agit d'un système fermé.

On a donc $dU = \delta W + \delta Q$, avec

- $\delta W = 0$ car phase condensée incompressible indilatable, donc $\delta W = -p_{\text{ext}}dV = 0$.
- $dU = CdT = C[T(t + dt) - T(t)]$ car phase condensée incompressible indilatable.
- $\delta Q = \Phi \times dt$.

On a donc

$$dT = -aC[T(t) - T_c] dt, \quad \text{soit} \quad \boxed{\frac{dT}{dt} + aT(t) = aT_c.}$$

c - La solution est du type $T(t) = T_{\text{homogène}} + T_{\text{particulier}}$, avec $T_{\text{particulier}} = T_c$ une solution particulière, et $T_{\text{homogène}} = A \exp\{-at\}$ la solution de l'équation homogène.

On a donc $T(t) = A \exp\{-at\} + T_c$.

On détermine la constante A à l'aide de la condition initiale : on a $T(t = 0) = T_f$, c'est-à-dire $A + T_c = T_f$, donc $A = T_f - T_c$.

Finalement, on a

$$\boxed{T(t) = (T_f - T_c) \exp\{-at\} + T_c.}$$

d - L'expérience décrite indique que $T(\Delta t = 6h) = T'_f$.

On a donc $(T_f - T_c) \exp\{-a\Delta t\} + T_c = T'_f$.

On isole a :

$$\boxed{a = \frac{1}{\Delta t} \ln \left(\frac{T_f - T_c}{T'_f - T_c} \right).}$$

On trouve $a = 0.0304 \text{ h}^{-1}$, soit $a = 0.030 \text{ h}^{-1}$.

e - On doit fournir au congélateur une puissance $\Phi = -aC(T_f - T_c)$.

Or l'efficacité est définie comme $e = \frac{Q_f}{W} = \frac{\Phi}{P}$.

Donc ceci correspond à une puissance fournie par le moteur qui est

$$\boxed{P = \frac{\Phi}{e} = -\frac{aC}{e}(T_f - T_c).}$$

On obtient $P = 42 \text{ W}$.

10 - a - On étudie la transformation 1 vers 2 :

$$\text{entrée} \left\{ \begin{array}{l} T_1 = 265 \text{ K} \\ p_1 = 3.0 \text{ bars} \end{array} \right. \rightarrow \text{sortie} \left\{ \begin{array}{l} T_2 = ? \\ p_2 = 10 \text{ bar} \end{array} \right.$$

On voit sur le diagramme Ts qu'elle est isentropique (s reste constant car trait vertical).

Elle a lieu dans la zone vapeur, et on utilise le modèle du gaz parfait pour la vapeur.

On peut donc appliquer la loi de Laplace : $p_1^{1-\gamma} T_1^\gamma = p_2^{1-\gamma} T_2^\gamma$.

$$\text{On a donc } T_2 = T_1 \left(\frac{p_1}{p_2} \right)^{(1-\gamma)/\gamma} = 350 \text{ K.}$$

b - On décompose l'évolution 3 vers 4 en passant par 3'. Écrivons ce que l'on connaît :

$$3 \left\{ \begin{array}{l} T_3 = 300 \text{ K} \\ p_3 = p_2 = 10 \text{ bars} \\ \text{tout liquide} \end{array} \right. \rightarrow 3' \left\{ \begin{array}{l} T_3' = T_1 = 265 \text{ K} \\ p_3' = p_4 = p_1 = 3.0 \text{ bar} \\ \text{tout liquide} \end{array} \right. \rightarrow 4 \left\{ \begin{array}{l} T_4 = T_1 = 265 \text{ K} \\ p_4 = p_1 = 3.0 \text{ bar} \\ \text{fraction vapeur } x = ? \\ \text{et fraction liquide } (1 - x) \end{array} \right.$$

La variation d'enthalpie pour une masse m de fluide est donc :

$$\Delta H = m c_L (T_3' - T_3) + x m l_v.$$

Comme H est une fonction d'état, sa variation ne dépend pas du chemin suivi entre deux états fixés. Cette expression de ΔH est donc également valable pour l'évolution 34 suivie par le fluide dans le détenteur.

On indique que cette évolution est isenthalpique, donc $\Delta H = 0$.

$$\text{On en déduit l'expression de } x : x = \frac{c_L (T_3 - T_3')}{l_v}.$$

On trouve $x = 0.148$, soit $x = 0.15$.

c - On étudie la transformation 4 vers 1 (qui a lieu dans l'évaporateur).

$$\Delta h = (1 - x) l_v \text{ car cette étape est une vaporisation.}$$

On a donc :

$$q = (1 - x) l_v, \text{ soit } q = 1.108 \text{ MJ/kg soit } q = 1.1 \text{ MJ/kg.}$$

d - $\Delta h = c_p (T_2 - T_1)$ car le fluide est ici un gaz supposé parfait.

On a donc :

$$w_C = c_p (T_2 - T_1), \text{ soit } w_C = 180.115 \text{ kJ/kg soit } w_C = 0.18 \text{ MJ/kg.}$$

e - La grandeur coûteuse est le travail fourni au compresseur. La grandeur utile est l'énergie thermique q prélevée à la source froide (dans l'évaporateur). L'efficacité est donc

$$e = \frac{q_{41}}{w_C} = \frac{l_v + c_L (T_3 - T_1)}{c_p (T_2 - T_1)}, \text{ soit } e = 6.2.$$

Remarque : On peut la comparer à l'efficacité d'un réfrigérateur fonctionnant selon un cycle réversible de Carnot entre une source froide à $T_f = 265 \text{ K}$ et une source chaude à $T_c = 300 \text{ K}$:

$e_{\text{Carnot rev}} = \frac{T_f}{T_c - T_f} = 7.6$. On a une efficacité inférieure pour notre cycle. Ceci s'explique par le fait que les échanges de chaleur ne sont pas isothermes (la partie 2 vers 2' ne l'est pas), et car la détente 3 vers 4 n'est pas réversible (contrairement à ce qu'affirme le sujet).

11 - a - Pour une masse donnée de gaz parfait, l'enthalpie ne dépend que de la température : $H = H(T)$. Les courbes $H = \text{cst}$ sont donc des courbes $T = \text{cst}$.

Dans le diagramme T-s, il s'agit évidemment de droites horizontales.

Dans le diagramme T-s de l'ammoniac, on voit que ceci commence à être le cas lorsque l'on s'éloigne de la courbe de rosée, tout à droite du diagramme.

Ceci montre que le modèle du gaz parfait est valide plutôt loin de la courbe de rosée.

b - Voir plus loin sur le graphique.

c - On lit $T_2 = 85^\circ\text{C}$ (à un degré près).

On avait trouvé $T_2 = 77^\circ\text{C}$ en utilisant le modèle du gaz parfait. Il y a donc un écart de 9%.

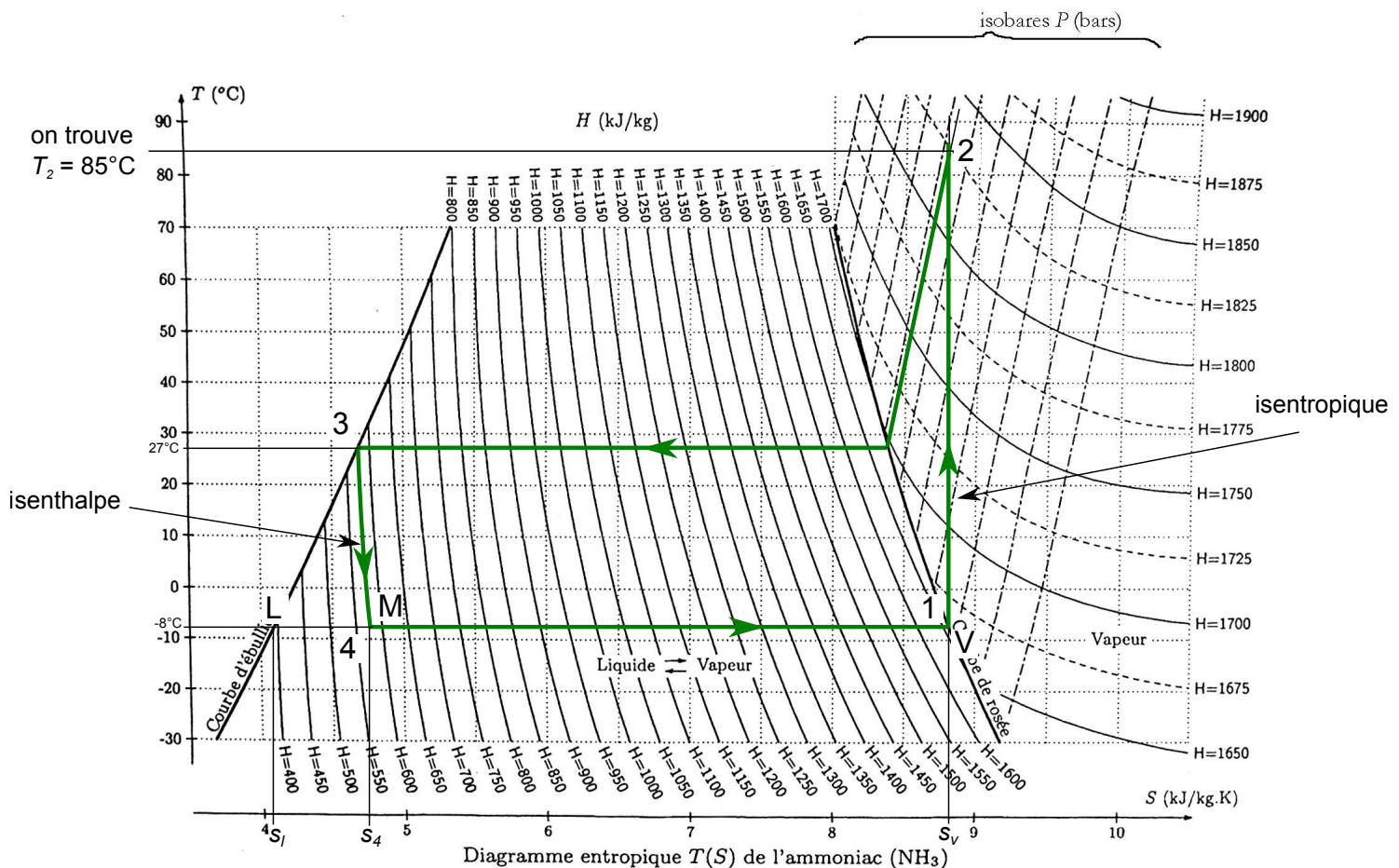
d - On note les points L (d'abscisse s_l), M (d'abscisse s_4) et V (d'abscisse s_v) comme sur le diagramme T-s ci-dessous.

L'entropie étant une grandeur extensive et additive, on a pour l'entropie massique :

$$s_4 = x_4 s_v + (1 - x_4) s_l, \quad \text{soit} \quad x_4 = \frac{s_4 - s_l}{s_v - s_l}.$$

On mesure sur le graphique (avec une règle, en centimètres) que $s_4 - s_l = LM = 1.8 \text{ cm}$, et que $s_v - s_l = LV = 12.9 \text{ cm}$. On en déduit $x_4 = 1.8/12.9 = 0.14$.

On avait trouvé, en utilisant le modèle du gaz parfait, que $x_4 = 0.15$. Il y a donc un écart de 6%.



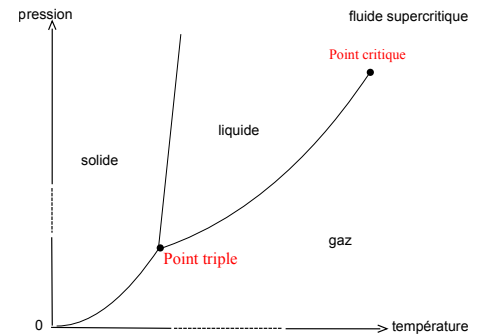
IV Découverte et transport par gazoduc du gaz naturel

I.A – Un gisement découvert !

I.A.1

Point triple : unique point du diagramme où les phases liquide, solide et gaz coexistent à l'équilibre.

Point critique : point où s'arrête la courbe d'équilibre liquide-gaz, au-delà duquel le fluide est dans un état supercritique (on ne peut plus distinguer l'état gaz de l'état liquide).



I.A.2 La pression est supérieure à la pression critique P_c des gaz, la température est supérieure à la température critique des gaz, on est donc en présence d'un fluide supercritique. La densité est probablement assez élevée... (on pourrait la calculer à l'aide de l'annexe 1).

Cette question est de toute façon très vague.

I.A.3 Le fait que la quantité de gaz diminue au cours du temps (car il y a extraction) alors que le volume et la température du réservoir restent constants fait que la pression diminue.

I.B – Transport par gazoduc

I.B.1 On a $Q_1 = v \pi \left(\frac{D_1}{2} \right)^2 = 5.3 \text{ m}^3/\text{s}$ et $Q_2 = v \pi \left(\frac{D_2}{2} \right)^2 = 9.4 \text{ m}^3/\text{s}$.

I.B.2 Le comportement d'un gaz se rapproche de celui du modèle du gaz parfait aux basses pressions (P petite devant la pression du point critique) et aux hautes températures (T grande devant la température du point critique).

Ici la pression est d'environ 90 bar, soit deux fois la pression critique. La température, ramenée en kelvins, n'est pas très loin de celle de la température critique. Il y aura donc des écarts significatifs par rapport au modèle du gaz parfait.

Remarque : Plus quantitativement, on verra dans la question suivante que la compressibilité du mélange est $Z = 0.77$, alors que pour un gaz parfait ou un mélange de gaz parfaits cette compressibilité vaut 1. Ceci permet de quantifier l'écart au modèle du gaz parfait.

I.B.3 ★ On évalue d'abord la pression pseudo réduite et la température pseudo réduite du mélange :

$$P_{PR} = \frac{96 \text{ bar}}{0.9 P_{C,\text{méthane}} + 0.1 P_{C,\text{éthane}}} = 2.08,$$

$$T_{PR} = \frac{(15 + 273) \text{ K}}{0.9 T_{C,\text{méthane}} + 0.1 T_{C,\text{éthane}}} = 1.43.$$

Par lecture graphique sur l'annexe 1, on en déduit $Z = 0.77$.

Il faut également la masse molaire du mélange : $M = 0.9 M_{\text{méthane}} + 0.1 M_{\text{éthane}} = 17.41 \text{ g/mol}$.

Enfin, $\rho = \frac{PM}{ZRT} = 91 \text{ kg/m}^3$, ce qui est proche de la valeur de l'énoncé.

★ On peut recommencer ce calcul en supposant que le gaz naturel est du méthane seul.

On calcule alors $P_{PR} = 2.09$, $T_{PR} = 1.5$, $Z = 0.81$, $M_{\text{méthane}} = 16.0 \text{ g/mol}$, et enfin $\rho = \frac{PM_{\text{méthane}}}{ZRT} = 79 \text{ kg/m}^3$.

Il y a un écart de 14% par rapport à la valeur de 91 kg/m^3 , ce qui est trop important.

I.B.4 Pour un gaz parfait, on a $\rho_0 = \frac{P_0 M}{RT} = 0.73 \text{ kg/m}^3$.

I.B.5 Une perte de charge est une diminution de pression entre deux points d'un écoulement qui n'est pas prédite par l'application du théorème de Bernoulli (pour lequel l'écoulement est supposé stationnaire, incompressible et parfait).

La perte de charge est régulière lorsqu'elle est définie pour un tronçon de conduite d'une certaine longueur L . Pour de faibles pertes de charge elle est proportionnelle à la longueur L .

I.B.6 ★ Sur l'annexe 2 on lit que pour $Z = 0.77$, $P_{PR} = 2$, $T_{PR} = 1.4$, on a $\eta = 1.3\eta_0$.

$$\text{On calcule ensuite } \eta_0 = \frac{0.9 \eta_{0,\text{méthane}} M_{\text{méthane}}^{1/2} + 0.1 \eta_{0,\text{éthane}} M_{\text{éthane}}^{1/2}}{0.9 M_{\text{méthane}}^{1/2} + 0.1 M_{\text{éthane}}^{1/2}} = 1.08 \times 10^{-5} \text{ Pa} \cdot \text{s}.$$

$$\text{On a donc } \boxed{\eta = 1.4 \times 10^{-5} \text{ Pa} \cdot \text{s}.}$$

$$\star \text{ Le nombre de Reynolds est } \boxed{Re = \frac{\rho v D}{\eta} = 4.9 \times 10^7.}$$

$$\text{On a également la rugosité relative } \epsilon = \frac{e}{D} = 5.6 \times 10^{-5}.$$

On en déduit avec l'annexe 3 que $\lambda = 0.011$.

$$\star \text{ On applique enfin la formule } P_s = \left(P_e^2 - \frac{16}{\pi^2} \rho_0 P_0 \lambda L \frac{Q_0^2}{D^5} \right)^{1/2} \text{ pour trouver } \boxed{P_s = 93 \text{ bar}.}$$

$$\star \text{ La perte de charge linéique associée est } \frac{\Delta P_c}{L} = \frac{96 \text{ bar} - 93 \text{ bar}}{17 \text{ km}}, \text{ soit } \boxed{\frac{\Delta P_c}{L} = 18 \text{ Pa/m}.}$$

I.B.7 ★ La perte de charge linéique associée est $\frac{\Delta P_c}{L} = \frac{85 \text{ bar} - 76 \text{ bar}}{174 \text{ km}}$, soit $\boxed{\frac{\Delta P_c}{L} = 5.2 \text{ Pa/m}.}$

★ La formule pour la perte de charge peut aussi s'écrire, en remarquant que $P_e^2 - P_s^2 = (P_e - P_s)(P_e + P_s)$:

$$\frac{\Delta P}{L} = \frac{P_e - P_s}{L} = \frac{1}{P_e + P_s} \frac{16}{\pi^2} \rho_0 P_0 \lambda \frac{Q_0^2}{D^5}.$$

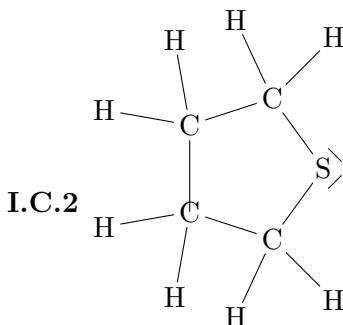
On peut supposer que $P_e + P_s \simeq P_e$, et donc la perte de charge linéique est proportionnelle à $1/D^5$. On a donc

$$\boxed{\left(\frac{\Delta P}{L} \right)_{D=0.9\text{m}} = \left(\frac{\Delta P}{L} \right)_{D=0.9\text{m}} \times \left(\frac{1.2}{0.9} \right)^5 = 22 \text{ Pa/m}.}$$

Sur 174 km, ceci donne $\Delta P = 38 \text{ bar}$, ce qui est beaucoup par rapport aux 85 bar initiaux. Il est donc justifié d'utiliser une conduite d'un diamètre supérieur.

I.C – Injection de THT

I.C.1 Par mesure de sécurité, afin que l'on puisse se rendre compte à l'odeur d'une éventuelle fuite de gaz.



II Liquéfaction du gaz naturel : production de GNL

II.A – Généralités

II.A.1 On trouve sur le diagramme l'intersection entre la courbe de saturation et l'horizontale $P = 1$ bar.

On voit alors que ce point d'intersection est légèrement à gauche de l'isotherme $T = -160^\circ\text{C}$, ce qui doit correspondre environ à $T = -162^\circ\text{C}$.

II.A.2 On lit $v \simeq 0.005 \text{ m}^3/\text{kg}$. Ceci correspond à $\rho = 1/v = 200 \text{ kg/m}^3$.

II.A.3 Sous forme liquide le gaz naturel est plutôt dense, et donc un volume donné représentera de grandes quantités de gaz ramené à température ambiante.

L'infrastructure des gazoducs en mer est également évitée puisque le transport se fait par bateau.

Le transport peut également se faire par camion dans des bouteilles de gaz jusqu'aux domiciles des utilisateurs.