Partie II : Thermodynamique et fluides
Chapitre 6

Fiche de cours – Transferts d'énergie par conduction thermique

Ceci est un exemple <u>minimal</u> de fiche de cours concernant ce chapitre. Je vous encourage à vous en inspirer pour faire votre propre fiche (écrire votre fiche vous aidera à retenir), qui pourra être plus complète, plus personnelle, avec des schémas, des couleurs, des flèches...

▶ Définitions de grandeurs :

Flux thermique Φ_{th} (aussi appelé puissance thermique P_{th}) à travers la surface orientée S : donne le transfert thermique δQ à travers S par unité de temps. On a :

$$\boxed{\delta Q = \Phi_{\text{th}}\mathrm{d}t = P_{\text{th}}\mathrm{d}t}$$

Vecteur densité de flux thermique ($\vec{j}_{\text{th}}$ ou $\vec{j}_Q$) :

$$\boxed{\Phi_{\text{th}} = \iint_S \vec{j}_{\text{th}} \cdot \overrightarrow{\mathrm{d}S}} \qquad \text{(avec } \overrightarrow{\mathrm{d}S} = \mathrm{d}S\,\vec{n}\text{)}$$

$$\boxed{\Phi_{\text{th}} = j_{\text{th}}S} \quad \text{(1D, avec } \vec{n} = \vec{e}_x \text{ et } \vec{j}_{\text{th}} = j_{\text{th}}(x,t)\vec{e}_x\text{)}$$

▷ **Unités :**

- $[\delta Q] = \mathrm{J}$ $(= \mathrm{W}\cdot\mathrm{s})$.
- $[\Phi_{\text{th}}] = [P_{\text{th}}] = \mathrm{W}$ $(= \mathrm{J/s})$.
- $[j_{\text{th}}] = \mathrm{W/m^2}$

▶ Loi de Fourier :

$$\boxed{\vec{j}_{\text{th}} = -\lambda\,\overrightarrow{\mathrm{grad}}\,T}$$

$$\boxed{\vec{j}_{\text{th}} = -\lambda\left(\frac{\partial T}{\partial x}\right)_t} \quad \text{(1D, avec } T = T(x,t) \text{ et } \vec{j}_{\text{th}} = j_{\text{th}}(x,t)\vec{e}_x\text{)}$$

Remarques :

▷ λ est la **conductivité thermique** du matériau, unité : $\mathrm{W}\cdot\mathrm{m}^{-1}\cdot\mathrm{K}^{-1}$.
Ordre de grandeur : qq 10^2 pour les métaux ; 1 pour verre ou béton ; 10^{-2} pour un isolant (laine de verre...).

▷ Sens du transfert thermique : des T élevés vers les T basses (d'où le signe moins).

▷ Coordonnées cartésiennes : $\overrightarrow{\mathrm{grad}}\,T = \left(\frac{\partial T}{\partial x}\right)_{y,z,t}\vec{e}_x + \left(\frac{\partial T}{\partial y}\right)_{z,x,t}\vec{e}_y + \left(\frac{\partial T}{\partial z}\right)_{x,y,t}\vec{e}_z$.

▶ Équation de la chaleur :

$$\boxed{\left(\frac{\partial T}{\partial t}\right)_{x,y,z} = \kappa\,\Delta T}$$

$$\boxed{\left(\frac{\partial T}{\partial t}\right)_{x} = \kappa\left(\frac{\partial^2 T}{\partial x^2}\right)_{t}} \quad \text{(1D)}$$

Remarques :

- ▷ **Hypothèses** pour le cas général : ρ, λ, c_p uniformes et constants, ni sources ni pertes. Évolution isobare.

  Pour la version 1D : il est sous-entendu que tout ne dépend que d'une coordonnée cartésienne, $T(x,t)$ par ex.

- ▷ Cas 1D cartésien, ni pertes ni sources, et **régime stationnaire** : $\dfrac{\partial^2 T}{\partial x^2} = 0$ donc $\boxed{T(x) = Ax + B.}$

- ▷ κ est le **coefficient de diffusion thermique** (aussi appelé **diffusivité thermique**, noté D).

  Unité à retrouver avec l'équation : $\boxed{[\kappa] = \mathrm{m}^2 \cdot \mathrm{s}^{-1}.}$

  $\rightarrow$ Lien entre temps τ et longueur L caractéristiques : $\boxed{L^2/\tau = \kappa.}$

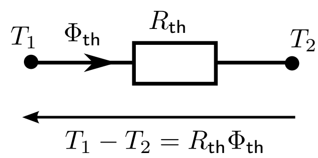
- ▷ Coordonnées cartésiennes : le Laplacien est la somme des dérivées partielles secondes par rapport à x, y puis z.

- ▷ Conditions aux limites : continuité de Φ_{th}, ou de T si contact parfait.

▶ Résistances thermiques :

En régime stationnaire, on a une relation :

$$\boxed{T_1 - T_2 = R_{\text{th}}\Phi_{\text{th}}.}$$



Remarques :

- ▷ Association en parallèle ou en série : même chose qu'en électricité.

- ▷ Savoir utiliser ce formalisme : voir la méthode sur le polycopié de début de chapitre.

▶ Loi de Newton pour le transfert conducto-convectif :

$$\boxed{\varphi_{\text{th,paroi}\rightarrow\text{fluide}} = h(T_{\text{paroi}} - T_{\text{fluide}})} \quad [\mathrm{W/m^2}]$$

Remarques :

- ▷ $\varphi_{\text{th,paroi}\rightarrow\text{fluide}}$ est une puissance thermique par unité de surface. Pour obtenir le flux total à travers une surface S : $\Phi_{\text{th}} = S \times \varphi_{\text{th,paroi}\rightarrow\text{fluide}}$.

- ▷ h est le coefficient conducto-convectif de Newton, il dépend du matériau de la paroi, du fluide au contact avec la paroi, et de la force des mouvements convectifs dans le fluide.

- ▷ On peut introduire une résistance thermique équivalente : $T_{\text{paroi}} - T_{\text{fluide}} = R_{\text{th}}\Phi_{\text{th}}$ avec $R_{\text{th}} = \dfrac{1}{hS}$.