

Physique-chimie – DS 2

Le sujet comporte quatre parties indépendantes, qui comptent chacune pour environ un quart du barème (un peu plus pour le I) :

- I - Oscillateur électronique
- II - Immersion d'un sous-marin
- III - Bilan des forces sur un barrage
- IV - Étude de l'atmosphère des planètes

Elles peuvent être traitées dans un ordre quelconque.

Le candidat attachera la plus grande importance à la clarté, à la précision et à la concision de la rédaction. Si un candidat est amené à repérer ce qui peut lui sembler être une erreur d'énoncé, il le signalera sur sa copie et devra poursuivre sa composition en expliquant les raisons des initiatives qu'il a été amené à prendre.

Instructions générales :

- Toutes les réponses devront être justifiées.
- Les copies illisibles ou mal présentées seront pénalisées.
- Toute application numérique ne comportant pas d'unité ne donnera pas lieu à attribution de points.
- Les diverses parties sont indépendantes et peuvent être traitées dans l'ordre choisi par le candidat. Il prendra toutefois soin de bien numéroter les questions, et de traiter les questions dans l'ordre au sein d'une même partie.

I Oscillateur électronique

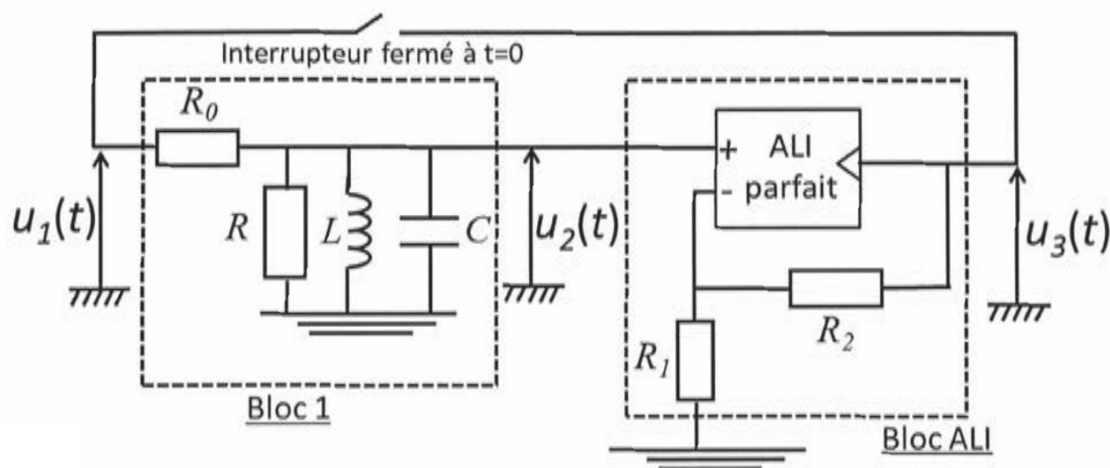
Extrait du sujet de concours PT 2015.

Les capteurs capacitifs sont une catégorie de capteurs permettant de mesurer des déplacements de façon très précise. Ils sont par exemple utilisés dans les accéléromètres miniaturisés.

Le principe est le suivant : une des deux électrodes du condensateur est rattachée à la partie fixe du boîtier, alors que la seconde est mobile. Un déplacement de l'électrode mobile entraîne une variation de la capacité C du condensateur qui est proportionnelle au déplacement.

Il faut ensuite trouver un moyen de mesurer précisément la capacité C . Ceci peut être réalisé en insérant la capacité dans un montage oscillant, dont la fréquence va dépendre de C . La fréquence est ensuite facilement mesurée (avec un fréquencemètre par exemple). L'objet du problème qui suit est d'étudier un exemple d'oscillateur électronique.

On considère le montage suivant :



Montage envisagé pour extraire l'information issue d'un capteur. L'ALI utilisé, que l'on supposera parfait, est alimenté au moyen d'une alimentation symétrique $\pm V_{CC} = \pm 12V$ et sa tension de saturation est $V_{SAT} = 11V$.

I.1 Étude du bloc 1 filtre

L'étude du bloc 1 montre qu'il s'agit d'un filtre de fonction de transfert complexe $\underline{H} = \frac{u_2}{u_1}$:

$$\underline{H} = \frac{A_0}{1 + jQ \left(x - \frac{1}{x} \right)},$$

avec $A_0 = 0.1$, $Q = 25$, $x = \omega/\omega_0$, $\log 25 \simeq 1.4$.

- 1 – Donner les équations des deux asymptotes hautes et basses fréquences du gain en décibels de ce filtre.
- 2 – Représenter le diagramme de Bode (en amplitude uniquement) donnant ce gain en décibels en fonction de $\log(x)$.
- 3 – Préciser la nature de ce filtre.
- 4.a – Exprimer, à partir du schéma du bloc 1, la fonction de transfert \underline{H} en fonction de ω et des valeurs caractéristiques des composants de ce bloc 1.
- 4.b – On indique que $\omega_0 = 1/\sqrt{LC}$. Par identification entre votre expression de \underline{H} et celle de l'énoncé, donner les expressions littérales de A_0 et Q en fonction des valeurs caractéristiques des composants.

I.2 Étude du bloc ALI

- 5 – Déterminer l'expression littérale de la fonction de transfert complexe $\underline{G} = \frac{u_3}{u_2}$.
- 6 – On pose $K = |G|$. Exprimer K en fonction de R_1 et R_2 .

I.3 Système bouclé

On ferme l'interrupteur, réalisant ainsi un système bouclé.

7 – Déduire des questions précédentes l'équation différentielle vérifiée par u_3 . On fera intervenir ω_0 , A_0 , K et Q .

8 – À partir de cette équation :

8.a – Trouver une condition liant A_0 et K et Q pour que s'établissent des oscillations quasi-sinusoidales.

8.b – Déterminer alors la fréquence de ces oscillations.

9.a – Toujours à partir de l'équation différentielle, montrer que la naissance d'oscillations impose des conditions sur le produit A_0K et les expliciter.

9.b – Lorsque cette condition est satisfaite, quelle est l'allure de la solution de l'équation différentielle ?

10.a – En pratique, lorsque la condition précédente est satisfaite, les oscillations se stabilisent à une certaine valeur. Expliquer pourquoi.

10.b – Tracer alors l'allure du signal (depuis le moment où on ferme l'interrupteur jusqu'au régime permanent).

I.4 Utilisation du dispositif

On utilise le dispositif complet pour suivre les déplacements x de la partie mobile d'un capteur capacitif dont la capacité est donnée par la loi $C = C_0(1 - x/l)$, avec $C_0 = 10 \mu\text{F}$ et $l = 10 \text{ mm}$. Ce capteur forme le condensateur du bloc 1.

- Les composants choisis sont tels que le montage oscille à une fréquence f_{osc} liée à la capacité C par la relation $f_{\text{osc}} = \frac{D}{\sqrt{C}}$ avec $D = 1 \text{ H}^{-1/2}$.
- À la position de référence du capteur ($x = 0$), la fréquence d'oscillation est f_{or} .

11.a – Montrer que, pour un petit déplacement x ($x \ll l$), la fréquence d'oscillation peut se mettre sous la forme $f_{\text{osc}} = ax + b$, et expliciter a et b en fonction des données.

11.b – On note $\Delta f = f_{\text{osc}} - f_{\text{or}}$ la variation de fréquence liée à un déplacement. La plus petite variation détectable est $\Delta f_{\text{min}} = 3.0 \text{ Hz}$; quel est le plus petit déplacement détectable ?

II Sous-marins

Extrait du sujet de concours CCP 2012.

Nous nous proposons, dans ce problème, d'étudier quelques dispositifs relatifs aux sous-marins. Dans tout ce problème, le référentiel terrestre sera supposé galiléen et le champ de pesanteur uniforme.

Immersion du sous-marin

Les données nécessaires pour cette première partie sont rassemblées ci-dessous :

- pression atmosphérique : $P_{\text{atm}} = 1.0 \times 10^5 \text{ Pa}$,
- masse volumique de l'eau de mer à la surface $\rho_0 = 1.03 \times 10^3 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}$,
- champ de pesanteur terrestre : $g = 9.81 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$,
- masse du sous-marin (hors masse du fluide dans les ballasts) : $M = 1.40 \times 10^7 \text{ kg}$,
- longueur du sous-marin : $L = 138 \text{ m}$,
- rayon du sous-marin (rayon de la coque extérieure) : $R = 6.0 \text{ m}$.

1/ Relation entre pression et profondeur dans l'eau de mer

1.1/ On s'intéresse à un volume élémentaire $d\tau = dx dy dz$ d'eau de mer à l'équilibre (figure 1). On notera $P(x, y, z)$ la pression de l'eau en un point de coordonnées (x, y, z) .

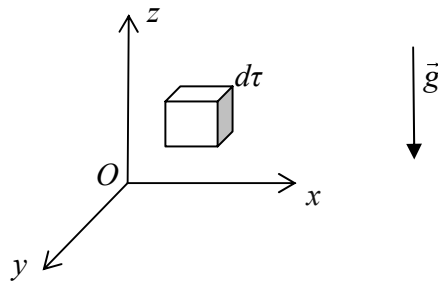


Figure 1 : équilibre d'un volume élémentaire

Citer les forces s'exerçant sur ce volume élémentaire.

En traduisant l'équilibre de ce volume $d\tau$, montrer que la pression ne dépend pas des coordonnées x et y .

Donner alors l'expression de la résultante des forces s'exerçant sur $d\tau$ en fonction de g , $\rho(z)$, $P(z)$, $P(z + dz)$, dx , dy , dz et \vec{e}_z vecteur unitaire de l'axe (Oz) ascendant. En déduire la relation

fondamentale de la statique des fluides $\frac{dP}{dz} = -\rho g$ (1).

1.2/ On suppose que l'eau de mer est incompressible et homogène, c'est-à-dire que sa masse volumique ρ est constante. Intégrer dans ces conditions l'équation (1) et en déduire l'expression de la pression $P(z)$ à la cote z en fonction de ρ , g , z et $P_0 = P(z = 0)$.

Calculer numériquement la pression P_{300} à 300 m de profondeur, en prenant $P_0 = P_{atm}$ et $\rho = \rho_0$.

2/ Utilisation des ballasts

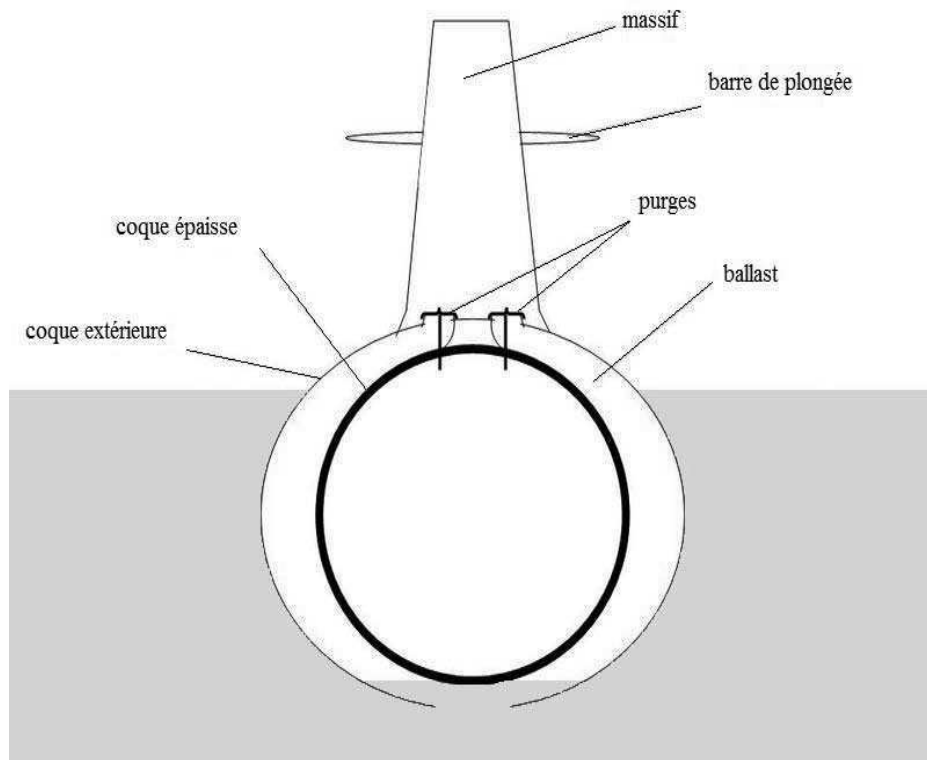


Figure 2 : schéma simplifié du sous-marin

Pour permettre au sous-marin de monter et de descendre, un système de ballasts pouvant se remplir d'eau ou d'air permet de modifier sa masse. Les ballasts sont des réservoirs situés entre la coque extérieure et la coque épaisse des sous-marins (figure 2).

On considère toujours l'eau de mer homogène et incompressible, de masse volumique uniforme et égale à ρ_0 .

2.1/ On suppose dans cette question que le sous-marin flotte à la surface de l'eau. Les ballasts sont alors remplis d'air. En négligeant la poussée d'Archimède dans l'air ainsi que le poids de l'air contenu dans les ballasts, donner la relation entre le volume total immergé du sous-marin V_{imm} , sa masse M et la masse volumique de l'eau de mer ρ_0 .

2.2/ On modélise le sous-marin par un cylindre de longueur L et de rayon R . Donner l'expression du rapport $\frac{V_{imm}}{V}$ où V est le volume total du sous-marin ainsi modélisé, en fonction de M , ρ_0 , L et R .

Effectuer l'application numérique et commenter.

2.3/ Expliquer qualitativement ce qui se passe quand on remplace progressivement l'air contenu dans les ballasts par de l'eau de mer.

2.4/ Le sous-marin est en immersion quand les ballasts sont entièrement remplis d'eau de mer. Donner la relation entre M , V , le volume des ballasts V_b et la masse volumique de l'eau de mer ρ_0 . Calculer numériquement le volume des ballasts V_b .

2.5/ Expliquer qualitativement pourquoi la coque intérieure doit être épaisse et très résistante, alors que la coque extérieure est plus mince et légère.

III Bilan des forces sur un barrage poids

Un barrage poids est un barrage construit à partir d'éléments de maçonnerie en béton, de roche et de terre et conçu pour retenir l'eau en utilisant seulement le poids de la matière qui s'oppose à la pression horizontale de l'eau s'exerçant sur le barrage.

Le barrage de la Grande-Dixence (dans les Alpes suisses) est le plus haut barrage poids du monde. Il est schématiquement représenté ci-contre (schéma du haut).

Pour simplifier, on modélisera le barrage de la façon suivante :

- sa section est un triangle rectangle de base $e = 200$ m et de hauteur $h = 285$ m, qui correspond aussi au niveau d'eau ;
- il est invariant dans la direction y , de longueur $L = 700$ m ;
- sa masse volumique est uniforme égale à $d\rho_0$, où ρ_0 est la masse volumique de l'eau et $d = 2.3$ la densité du barrage relativement à l'eau.

En ce qui concerne l'eau, on supposera qu'il s'agit d'un liquide incompressible de masse volumique $\rho_0 = 1.0 \times 10^3 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}$.

On note $p_0 = 1.0 \times 10^5 \text{ Pa}$ la pression atmosphérique, supposée uniforme dans l'air.

On prendra $g = 9.81 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$ uniforme.

On rappelle que la pression dans l'eau à la profondeur z est donnée par $p(z) = p_0 + \rho_0 g z$.

1. Exprimer puis calculer le poids du barrage.

Barrage sans eau

On étudie d'abord le barrage lorsqu'il n'y a pas d'eau, et donc uniquement de l'air des deux côtés.

2. Exprimer la résultante \vec{F}_1 des forces de pression qui s'exercent sur la face verticale du barrage (la face de hauteur h où il y a habituellement de l'eau).
3. **a** - Donner l'expression du vecteur unitaire \vec{n} normal à la face inclinée et dirigé vers l'intérieur du barrage en fonction de l'angle α et des vecteurs \vec{e}_x et \vec{e}_z .
b - Exprimer la résultante \vec{F}_2 des forces de pression qui s'exercent sur la face inclinée du barrage.
4. Donner l'expression de la résultante totale des forces de pression due à l'air $\vec{F}_{\text{air}} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2$ en fonction de p_0 , L , e .

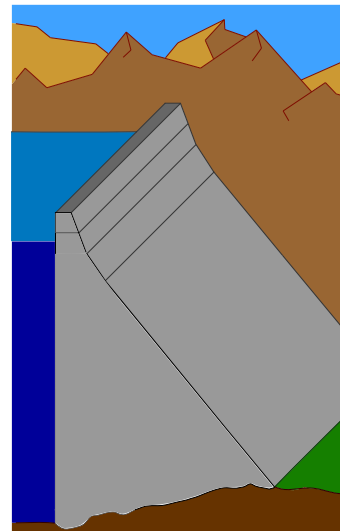
Faire l'application numérique et comparer au poids du barrage.

Dans la suite :

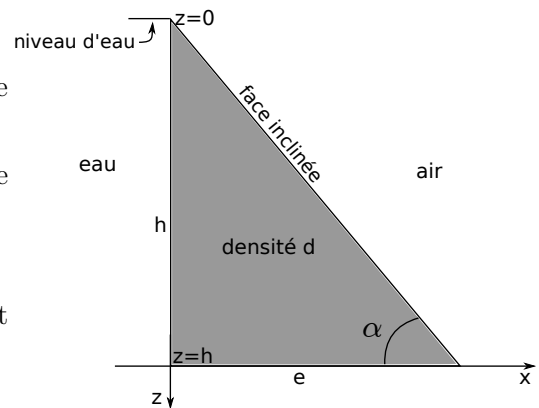
- On négligera la composante verticale de la force due à la pression de l'air devant le poids du barrage.
- Comme on l'a vu dans la question précédente, la composante horizontale des forces de pression due à l'air s'annule.

Ceci revient donc à ignorer les forces de pression dues à l'air, et à prendre pour expression $p(z) = \rho_0 g z$ pour la pression dans l'eau à la profondeur z .

vue schématique du barrage :



vue en coupe du modèle simplifié :



Barrage avec eau

On considère maintenant le barrage rempli avec une hauteur h d'eau. On rappelle qu'on prend $p_0 = 0$ dans cette question (on ignore les effets de l'air).

5. Montrer que la résultante de l'action des forces de pression due à l'eau sur le barrage s'écrit

$$\vec{F}_{\text{eau}} = \frac{1}{2} \rho_0 g L h^2 \vec{e}_x.$$

Le barrage n'avance pas en glissant dans la direction \vec{e}_x à cause des frottements exercés par le sol sur le barrage. On rappelle la condition de non glissement de Coulomb : le barrage reste immobile tant que $\|\vec{T}\| \leq \mu_s \|\vec{N}\|$, où \vec{T} est la composante tangentielle des forces de frottement (selon l'axe x) et \vec{N} la composante normale (selon l'axe z), et μ_s le coefficient de frottement statique. On prendra $\mu_s = 2$.

6. Faire un schéma de la section du barrage sur lequel figure les différentes forces qui s'exercent sur le barrage, représentées avec la bonne orientation.
7. **a** - En effectuant un bilan des forces sur le barrage, exprimer \vec{N} et \vec{T} en fonction de paramètres connus.
- b** - En déduire une condition sur h , e , d et μ_s pour que le barrage ne glisse pas. Cette condition est-elle vérifiée pour le barrage de la Grande-Dixence ?

Remarque : La modélisation retenue ici est extrêmement grossière. Il faudrait plutôt modéliser localement l'action entre le barrage et le sol à l'aide de la pression exercée par le barrage sur le sol. Ceci permettrait également de donner une condition de non basculement du barrage, que l'on ne peut pas obtenir ici.

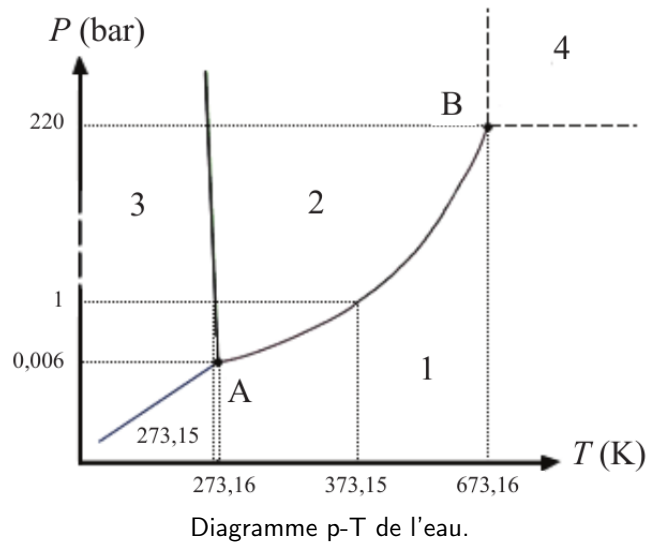
IV La planète Terre, unique planète du système solaire à abriter la vie

Adapté de CCP TSI 2015.

IV.1 La présence d'eau liquide

Planètes	Distance au Soleil	Température moyenne en surface	Pression atmosphérique	Composition de leur atmosphère	Rayon	Masse
Mercure	0.30 à 0.47 UA	-170°C à 430°C	$\sim 10^{-9}$ Pa	Quasiment sans atmosphère	$0.38R_T$	$0.06M_T$
Vénus	0.72 UA	470°C	9.3×10^6 Pa	Principalement du dioxyde de carbone	$0.95R_T$	$0.082M_T$
Terre	1 UA	-93°C à 57°C	1.0×10^5 Pa	$\sim 80\%$ diazote, $\sim 20\%$ dioxygène	R_T	M_T
Mars	1.4 à 1.7 UA	-100°C à 0°C	600 Pa	Peu épaisse, principalement du dioxyde de carbone	$0.53R_T$	$0.11M_T$

(1 UA = 1.5×10^{11} m : distance Terre-Soleil ; $R_T = 6.4 \times 10^3$ km : rayon terrestre ; $M_T = 6.0 \times 10^{24}$ kg : masse de la Terre.)



- 1 - a - Associer à chaque domaine (numérotés de 1 à 4) l'état physique dans lequel se trouve l'eau.
 b - Donner les noms des points A et B.

Si l'eau n'existe plus sous forme liquide, elle a dû être néanmoins présente sous cette forme dans le passé. Les volcans martiens ont dû éjecter de l'hydrogène et de l'oxygène qui ont donné naissance à de l'eau dont les canaux conservent la trace de son écoulement. Lors du refroidissement ultérieur de la planète, l'eau a dû disparaître sous forme de glace dans le sol.

Un élément qui vient confirmer cette hypothèse est la présence de dépôts de sel au creux de dépressions vers lesquelles serpentent des canaux.

- 2 - a - D'après le texte, sous quel état physique se trouve essentiellement l'eau sur Mars aujourd'hui ?
 b - Valider cette hypothèse en vous aidant du tableau et du diagramme (p, T) de l'eau.

IV.2 La présence d'une atmosphère : l'influence de la concentration en dioxyde de carbone

Conventionnellement, l'atmosphère d'une planète est divisée en plusieurs couches. On s'intéresse à un modèle simplifié de la couche la plus basse appelée troposphère : le gaz contenu dans la troposphère d'une planète est assimilé à un gaz parfait et on suppose que la température de la troposphère est uniforme et égale à T_0 .

On note n la quantité de matière de gaz contenu dans la troposphère, V le volume de gaz contenu dans la troposphère et M la masse molaire de ce même gaz. Pour repérer l'altitude, on place un axe (Oz) vertical dirigé vers le haut dont l'origine est située à la surface du sol. On définit la pression $p(z)$ et la masse volumique $\rho(z)$ du gaz de la troposphère à l'altitude z . On suppose enfin que l'intensité de la pesanteur g ne varie pas avec l'altitude dans la troposphère.

- 3 - a - Rappeler la loi des gaz parfaits et les unités des grandeurs qui y figurent. En déduire une expression de la masse volumique $\rho(z)$ du gaz de la troposphère en fonction de la pression $p(z)$ du gaz, de la constante des gaz parfaits R , de la température T_0 et de la masse molaire M .
 b - On suppose que chaque couche de la troposphère est en équilibre statique dans le référentiel galiléen du sol et on rappelle la relation locale de la statique des fluides :

$$dp = -\rho(z) \times g \times dz. \quad (1)$$

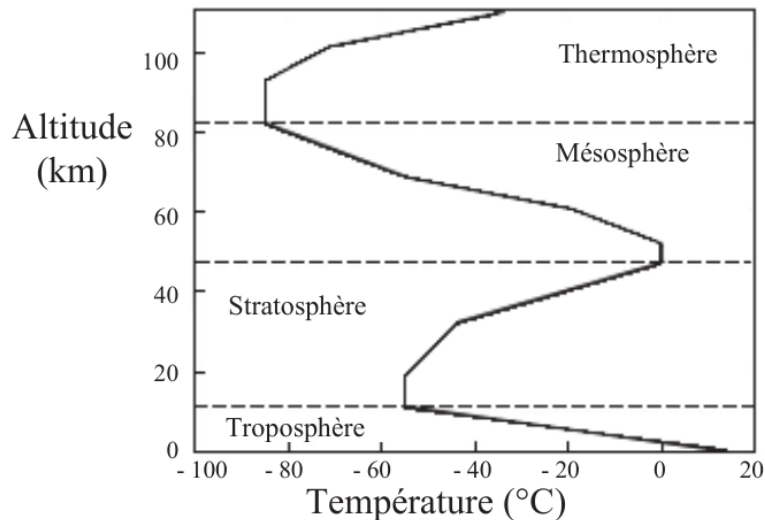
Montrer que la pression $p(z)$ peut se mettre sous la forme :

$$p(z) = p_0 \times \exp\left(-\frac{z}{H}\right). \quad (2)$$

où p_0 est la pression à l'altitude $z = 0$ et $H = \frac{RT_0}{Mg}$.

Quelle est l'unité de H ? Faire l'application numérique. (On prendra $R = 8.314 \text{ J} \cdot \text{K}^{-1} \cdot \text{mol}^{-1}$, $T_0 = 15^\circ\text{C}$, $g = 9.81 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$, $M = 29 \text{ g/mol}$.)

c - On donne le profil de température de l'atmosphère terrestre :



D'après cette figure, le modèle simplifié de la troposphère adopté à la question précédente vous paraît-il justifié ? Dans le cas contraire, quel autre modèle relatif à la température aurait-on pu employer ? Justifier.

d - D'après le tableau au début de cette partie, comparer la distance par rapport au Soleil des planètes Mercure et Vénus, leur température moyenne en surface et la composition de leurs atmosphères. Que peut-on en déduire sur l'influence de la concentration en dioxyde de carbone dans l'atmosphère d'une planète sur sa température ? Comment se nomme cet effet ?

IV.3 Estimation de la masse de l'atmosphère

Dans le modèle de l'atmosphère isotherme (température T_0) précédent, la masse volumique à l'altitude z s'écrit

$$\rho(z) = \rho_0 \times \exp\left(-\frac{z}{H}\right), \quad (3)$$

avec ρ_0 la masse volumique à la surface (en $z = 0$).

4 - a - Exprimer à l'aide d'une intégrale la masse d'une colonne d'air dont la base est de surface S , qui s'étend de l'altitude $z = 0$ jusqu'à $z = +\infty$.

b - En déduire l'expression de la masse totale de l'atmosphère d'une planète. On donnera le résultat en fonction du rayon R_p de la planète, de la pression p_0 à sa surface et de la pesanteur g à sa surface.

c - On rappelle que l'intensité de la pesanteur est donnée par $g = \frac{GM_p}{R_p^2}$, où M_p est la masse de

la planète, R_p son rayon, et $G = 6.67 \times 10^{-11} \text{ m}^3 \cdot \text{kg}^{-1} \cdot \text{s}^{-2}$. On trouve ainsi pour la Terre $g = 9.8 \text{ m/s}^2$, et pour Vénus une valeur de 8.9 m/s^2 .

Faire l'application numérique pour la masse de l'atmosphère de la Terre, puis celle de Vénus. On lit parfois que l'atmosphère de Vénus est 100 fois plus lourde que celle de la Terre. Est-ce que nos résultats confirment ceci ?