

Le sujet comporte deux problèmes indépendants :

- Le problème I étudie un haut-parleur.
- Le problème II un instrument de musique particulier, le thérémine. Il est extrait et adapté de l'écrit PT A 2018.

Les parties II.1, II.2.1 et II.2.2 peuvent en partie être traitées indépendamment. Il est toutefois conseillé de les aborder dans l'ordre pour mieux comprendre le sujet. Certaines questions au sein d'une partie peuvent être traitées sans avoir fait ce qui précède (résultats intermédiaires donnés, nouveau sous-problème). Il est donc recommandé de bien lire le sujet.

Le candidat attachera la plus grande importance à la clarté, à la précision et à la concision de la rédaction. Si un candidat est amené à repérer ce qui peut lui sembler être une erreur d'énoncé, il le signalera sur sa copie et devra poursuivre sa composition en expliquant les raisons des initiatives qu'il a été amené à prendre.

Instructions générales :

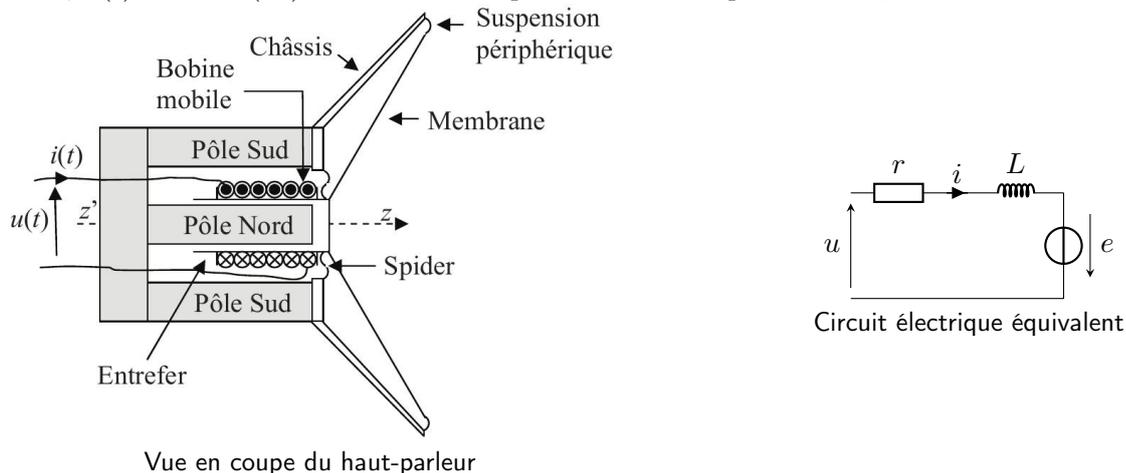
- Toutes les réponses devront être justifiées.
- Les copies illisibles ou mal présentées seront pénalisées.
- Toute application numérique ne comportant pas d'unité ne donnera pas lieu à attribution de points.
- Les diverses parties sont indépendantes et peuvent être traitées dans l'ordre choisi par le candidat. Il prendra toutefois soin de bien numéroter les questions, et de traiter les questions dans l'ordre au sein d'une même partie.

I Modèle électrique équivalent du haut-parleur

Un haut-parleur électrodynamique, schématisé sur la figure ci-dessous, est constitué d'un châssis sur lequel est fixé le circuit magnétique, qui génère un champ $B = 1 \text{ T}$ dans l'entrefer. Sur cet ensemble rigide est fixé l'élément actif du haut-parleur : l'équipage mobile, formé de la membrane et de la bobine mobile, à même de se déplacer le long de l'axe $z'z$. La longueur totale du bobinage de la bobine mobile vaut $\ell = 4 \text{ m}$. La masse de l'équipage mobile vaut $m = 4 \text{ g}$. Sur le plan électrique, l'ensemble est équivalent au circuit représenté ci-dessous. La fém d'induction e est reliée à la vitesse de la membrane par

$$e(t) = v_z(t) B \ell. \tag{1}$$

Le haut parleur est alimenté par la tension u . On suppose que cette tension est sinusoïdale de pulsation ω , $u(t) = U_0 \cos(\omega t)$. On utilise la représentation complexe $\underline{u} = U_0 e^{j\omega t}$.



L'application du théorème de la résultante cinétique permet d'établir l'équation mécanique sous la forme

$$m \frac{dv_z}{dt} = -i(t) \ell B - k z(t) - \lambda v_z(t), \tag{2}$$

où k et λ sont deux paramètres mécaniques du haut-parleur, $z(t)$ la position de la partie mobile et $v_z(t)$ sa vitesse.

1. En considérant le circuit électrique équivalent donné ci-dessus, établir l'équation électrique du haut-parleur, qui relie u , e , i et di/dt .
2. Quel est le lien entre $z(t)$ et $v_z(t)$? Et entre les grandeurs complexes \underline{z} et $\underline{v_z}$ associées?
3. Écrire les deux équations électrique et mécanique dans le formalisme complexe en fonction de \underline{u} , \underline{i} et $\underline{v_z}$ seulement.
4. En déduire l'expression de l'impédance du haut-parleur $\underline{Z}(\omega) = \underline{u}/\underline{i}$.
5. Cette impédance $\underline{Z}(\omega)$ s'interprète comme la mise en série de deux impédances : l'impédance propre $\underline{Z_e}(\omega)$, qui ne contient que des termes relatifs au circuit électrique, et l'impédance motionnelle $\underline{Z_m}(\omega)$, qui ne dépend que des caractéristiques mécaniques du système.
Montrer que $\underline{Z_e}(\omega) = r + j\omega L$, et donner de même l'expression de $\underline{Z_m}(\omega)$.
6. Montrer que l'admittance motionnelle $\underline{Y_m} = 1/\underline{Z_m}$ peut s'écrire sous la forme

$$\underline{Y_m} = jC_m\omega + \frac{1}{jL_m\omega} + \frac{1}{R_m}, \tag{3}$$

en précisant les expressions de C_m , L_m et R_m . De quels dipôles équivalents s'agit-il? Comment sont-ils associés?

7. En déduire un schéma électrique équivalent de l'impédance $\underline{Z}(\omega)$ du haut-parleur dans lequel apparaissent r , L , C_m , L_m et R_m .

8. On peut également décomposer l'impédance du haut-parleur en partie réelle et imaginaire,

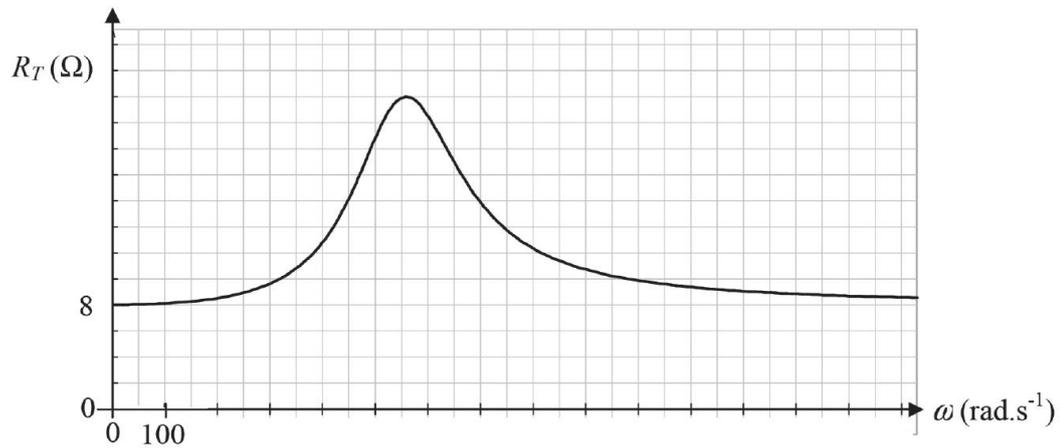
$$\underline{Z} = R_T + jX_T. \quad (4)$$

Montrer que

$$R_T = r + \frac{R_m}{1 + R_m^2 \left(C_m \omega - \frac{1}{L_m \omega} \right)^2}. \quad (5)$$

9. Exprimer la pulsation de résonance du haut parleur, pour laquelle R_T est maximale.

10. La figure ci-dessous représente R_T en fonction de ω .



Courbe représentant la résistance en fonction de la pulsation

Déterminer la valeur numérique de la pulsation de résonance et donc de la fréquence de résonance.
Déterminer les valeurs numériques des paramètres du modèle r , C_m , R_m et L_m .

II Étude d'un instrument particulier : le thérémine



Figure 1 – un thérémine

Document 1 : description de l'instrument

Le thérémine est un boîtier électronique avec deux antennes qui produit de la musique sans que l'instrumentiste ne touche l'instrument. Une antenne verticale est dite antenne de tonalité ou pitch car on commande la hauteur de la note en faisant varier la distance de la main droite à l'antenne verticale. L'antenne horizontale en forme de boucle est utilisée pour faire varier l'intensité du son selon la position de la main gauche (figure 1). La sortie du son, proche de celui d'une scie musicale, se fait par un haut-parleur. Cet instrument exige de l'instrumentiste une grande précision des mouvements de ses mains et une quasi-immobilité du reste du corps : la note juste est difficile à atteindre. Les morceaux joués sont lents.

Document 2 : caractéristiques des sons, hauteur et intensité

La hauteur d'un son est la fréquence du fondamental. Les harmoniques décroissants avec le rang participent au son global. L'oreille perçoit la hauteur même si le fondamental est quasi-inexistant ! Mais il y a un lien avec la durée aussi car l'oreille possède une constante de temps mécanique et la durée limite en dessous de laquelle le son est perçu comme un bruit est 5 ms. Le « la3 » ou La du diapason est un son de fréquence 440 Hz. Une octave correspond à la multiplication par 2 de la fréquence.

Le timbre est lié à la composition spectrale (présence, durée et importance des harmoniques) et même l'oreille la moins exercée distingue facilement le timbre d'un instrument.

Intensité sonore

On obtient des effets musicaux en jouant certaines notes de manière plus intense que d'autres. Le son est généralement restitué par un haut-parleur qui transforme un signal électrique en son. L'intensité du son est une fonction croissante de l'amplitude du signal électrique. Le thérémine s'appuie sur l'effet hétérodyne pour engendrer la fréquence audible.

Document 3 : audibilité

L'oreille humaine moyenne est sensible aux sons dont la fréquence est dans le domaine [20 Hz, 20 kHz]. Le domaine audible correspond à 10 octaves ($10^3 \sim 2^{10}$). Un son grave est un son de basse fréquence, un son aigu de haute fréquence.

II.1 Contrôle de la tonalité du son émis par le thérémine

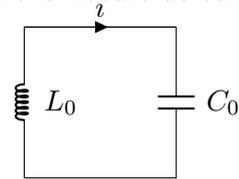
On donne $\sin(a) \sin(b) = \frac{1}{2}[\cos(a - b) - \cos(a + b)]$.

L'effet hétérodyne est l'exploitation de deux signaux s_1 et s_2 de fréquences f_1 et f_2 très élevées inaudibles, du domaine des radiofréquences et dont la différence produit une vibration de fréquence audible.

L'oscillateur électrique local crée le signal électrique de fréquence f_2 stable et l'instrumentaliste engendre le signal électrique de fréquence f_1 . Un "mélangeur" ou multiplieur crée la multiplication des deux signaux $s = k \times s_1 \times s_2$ avec un coefficient réel k .

On pourra prendre des signaux du type $s_0 \sin(\omega_i t) = s_0 \sin(2\pi f_i t)$.

1.
 - a. On dispose de deux signaux harmoniques : s_1 de fréquence $f_1 = 80.440$ kHz et s_2 de fréquence $f_2 = 80.000$ kHz. Ces fréquences font-elles partie du domaine audible ?
 - b. On envoie ces signaux à l'entrée du multiplieur. Préciser quel est le spectre en fréquence du signal de sortie du multiplieur. Ces fréquences font-elles partie du domaine audible ?
2. Pourquoi faut-il placer un filtre en sortie du multiplieur ? Quelle doit être la nature de celui-ci ?
3. On suppose que le circuit oscillant local est un circuit série contenant une bobine idéale d'inductance L_0 et un condensateur de capacité C_0 .



- a. Établir l'équation différentielle à laquelle obéit la tension $u_{C_0}(t)$ aux bornes du condensateur.
 - b. Quelle est la forme mathématique générale de la solution $u_{C_0}(t)$?
 - c. En déduire la relation qui lie la fréquence propre du circuit, notée f_2 , aux grandeurs L_0 et C_0 .
 - d. Avant la mise en route de la machine, le circuit précédent est ouvert, le condensateur est chargée à la tension U_0 et la bobine déchargée. Lors de la mise en route on ferme le circuit (à un instant $t = 0$). Donner l'expression de $u_{C_0}(t)$ qui correspond. On justifiera correctement les conditions initiales à $t = 0^+$.
4. Dans le schéma-bloc partiel d'un thérémine donné ci-dessous, retrouver les éléments qui correspondent à cet effet hétérodyne (situer le circuit oscillant de la figure 2, le multiplieur, le bloc qui fournit la fréquence f_1) et indiquer où est le signal électrique qui comprend uniquement la fréquence "audible" désirée

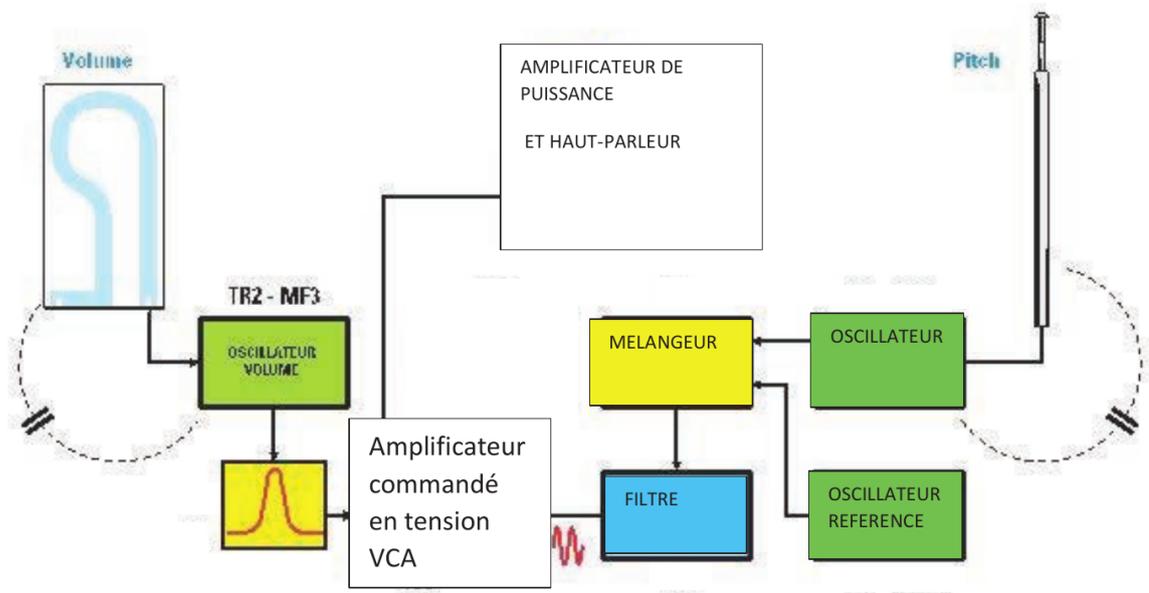


Figure 3 – schéma bloc d'un thérémine

5. L'antenne de tonalité (pitch) est reliée à un circuit oscillant (L_0, C_0) identique à celui décrit figure 2. Le caractère conducteur du corps humain de l'instrumentiste fait que l'ensemble (antenne de tonalité (ou pitch) + main droite en face) revient à placer un condensateur de capacité C_{h1} (figures 3, 4 et 5) en parallèle sur le condensateur de capacité C_0 . De même l'antenne de volume introduit une capacité en parallèle sur son circuit électrique C_{h2} (figures 3, 4 et 5).

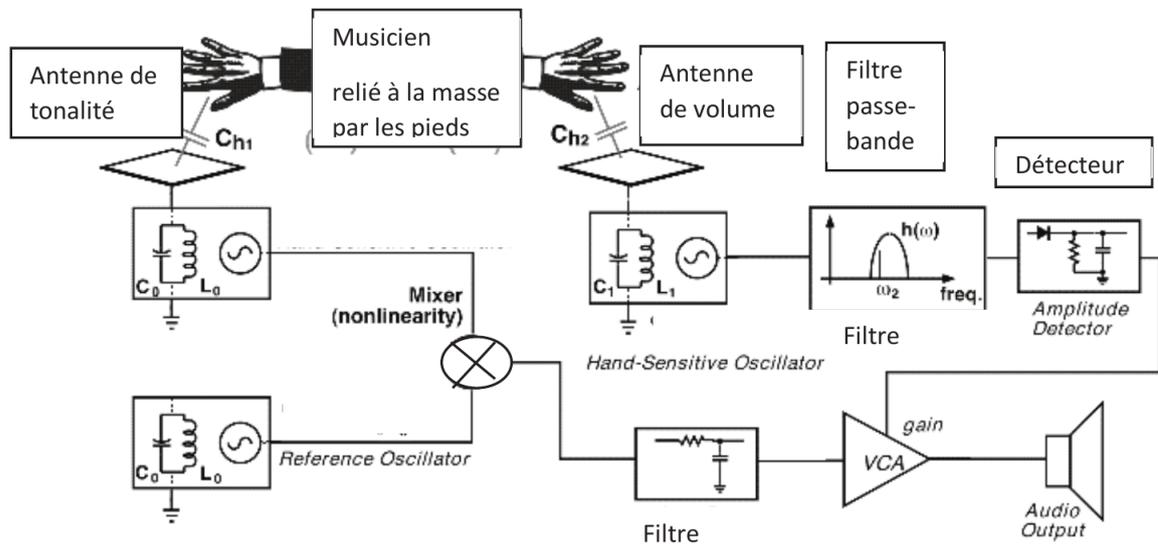


Figure 4 – schéma bloc d'un thérémine

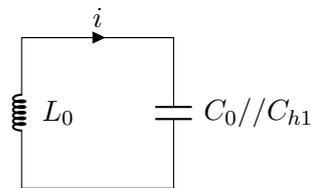


Figure 5 – circuit oscillant de l'antenne de tonalité.

- a. Déterminer la fréquence f_1 du signal engendré en fonction de C_0 , L_0 et C_{h1} .
 - b. Quel est le spectre de fréquence du signal $u(t)$ qui sort du "multiplicateur" exprimé en fonction de L_0 , C_0 et C_{h1} ? Comment choisir la fréquence de coupure du filtre qu'on applique à ce signal électrique $u(t)$?
6. On s'intéresse au filtrage du signal $u(t)$. On dispose d'un conducteur ohmique de résistance R et d'un condensateur de capacité C dont le montage est celui du schéma de la figure 6.
- a. Établir la fonction de transfert $T(jf)$. Quelle est la nature du filtre?
Rappeler la définition de la fréquence de coupure à -3dB d'un tel filtre. Exprimer cette fréquence de coupure f_c en fonction de R et C .
 - b. On a une capacité $C = 0.01 \mu\text{F}$, quelle résistance proposez-vous de placer dans le circuit pour isoler la fréquence audible?
 - c. Donner l'expression du module et de l'argument de $T(jf)$.
Tracer l'allure du diagramme de Bode en amplitude et en phase.

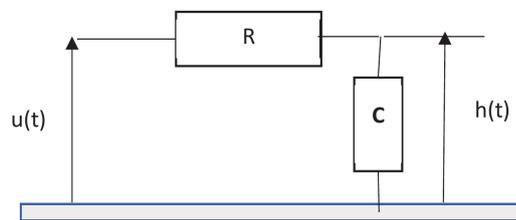


Figure 6 – montage R, C

7. Pour déterminer le lien entre la capacité C_{h1} et la position de la main droite, on mesure sur un thérémine la fréquence f du signal $h(t)$ de sortie du filtre en fonction de la distance x de la main droite à l'antenne en essayant de maintenir la même "forme" de la main. On obtient les valeurs du tableau 1 ci-contre :
- | | | | | | | | |
|-----------|----|----|-----|-----|-----|-----|------|
| f en Hz | 40 | 55 | 110 | 220 | 440 | 880 | 1760 |
| x en cm | 74 | 58 | 44 | 32 | 20 | 8 | 1 |

À quelle distance doit-on se placer pour obtenir un signal électrique $h(t)$ de même fréquence que le "La3" ?

8. Le son qui sort du haut-parleur a la même fréquence que le signal $h(t)$. Rendra-t-on le son plus grave en rapprochant la main droite ou en l'éloignant de l'antenne? Combien d'octaves couvre ce thérémine? De combien doit-on avancer la main pour que la note se déplace d'une octave?

II.2 Contrôle du volume ou intensité du son émis

L'antenne de volume est reliée à un circuit oscillant constitué d'un condensateur de capacité C_1 et d'une bobine idéale d'inductance L_1 (figures 3, 4). La main gauche de l'instrumentaliste, proche de l'antenne de volume, introduit un condensateur de capacité C_{h2} en parallèle sur C_1 (figure 7). La valeur de la capacité C_{h2} dépend de la position de la main gauche.

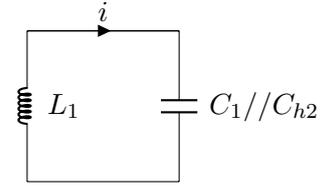
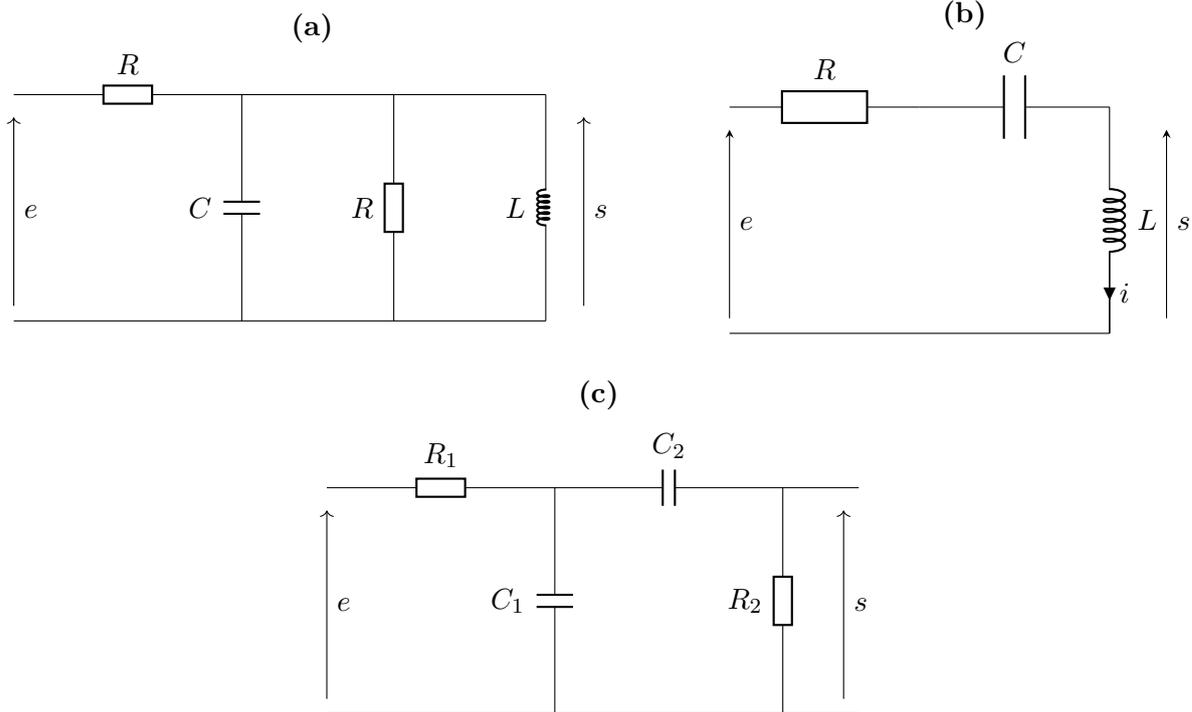


Figure 7 – circuit oscillant de l'antenne de volume.

Le signal provenant de l'antenne de volume $v(t)$ doit subir un traitement pour pouvoir contrôler l'amplification du signal de tonalité $h(t)$. On convertit le signal $v(t)$ en une tension continue S dont l'amplitude dépend de la fréquence f' de $v(t)$. On réalise ainsi un convertisseur fréquence \rightarrow tension.

II.2.1 Filtrage passe-bande

9. À partir du schéma bloc (figure 4), indiquer les étapes successives qui correspondent à la transformation décrite ci-dessus. Quelle est la fréquence f' du signal $v(t)$ pour une position de la main gauche qui correspond à une capacité C_{h2} ?
10. On dispose des trois montages ci-dessous. Indiquer, en justifiant, le ou lesquelles réalisent un filtre passe-bande.



11. La fonction de transfert d'un filtre passe-bande du second ordre s'écrit sous la forme canonique suivante :

$$\underline{H}(jf) = \frac{H_0}{1 + jQ \left(\frac{f}{f_0} - \frac{f_0}{f} \right)}. \quad (6)$$

- a. Que représentent les grandeurs H_0 , f_0 et Q ?
- b. Rappeler la définition des pulsations de coupure à -3 dB. Donner l'expression de ces pulsations. En déduire que la largeur de la bande passante est $\Delta f = \frac{f_0}{Q}$.

12. Dans le montage (a), on regroupe R , L et C en parallèle en une impédance équivalente $\underline{Z}_{\text{éq}}$. Donner l'expression de cette impédance.
- Montrer alors que la fonction de transfert du montage (a) est bien du type passe bande.
- Puis donner les valeurs des caractéristiques H_0 , f_0 et Q de ce montage en fonction de R , L et C .
13. On note $v(t)$ le signal en entrée du filtre et $u(t)$ celui en sortie. Ils sont sinusoïdaux de fréquence f' . On note v_m et u_m leurs amplitudes respectives. Quelle est la relation entre ces deux amplitudes en fonction de Q , H_0 , f_0 et f' ?

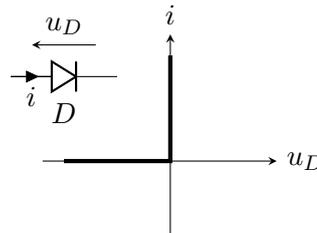
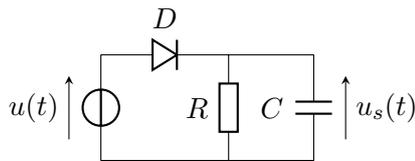
L'idée du fonctionnement est donc que si l'utilisateur bouge sa main, la capacité C_{h2} change, et donc également la fréquence du signal $v(t)$ qui arrive à l'entrée du filtre passe-bande. L'amplitude du signal $u(t)$ en sortie du filtre varie alors également (d'après la question 13).

Il reste enfin à produire une tension continue proportionnelle à l'amplitude du signal sinusoïdal $u(t)$. Ceci est effectué grâce à un montage redresseur à diode présenté dans la partie suivante. Cette tension continue contrôle enfin le volume de sortie.

II.2.2 Détection de l'amplitude du signal

Le montage détecteur d'enveloppe est représenté sur la figure ci-dessous. Il utilise une diode D dont la caractéristique courant-tension est représentée sur la droite de la figure. La diode a deux modes de fonctionnement : passante ($i > 0$ et $u_D = 0$) ou bloquée ($i = 0$ et $u_D < 0$).

L'objectif ici est d'avoir une tension de sortie u_s approximativement constante, et proportionnelle à l'amplitude du signal oscillant $u(t)$.



Détecteur d'enveloppe à diode. Une diode passante est équivalente à un fil, une diode bloquée équivalente à un interrupteur ouvert.

14. On suppose que la diode est passante. Faire un schéma équivalent du circuit. Exprimer alors u_s en fonction de u .
15. On suppose que la diode est bloquée et que initialement le condensateur est chargé à une tension U_0 . Faire un schéma équivalent du circuit. Exprimer alors $u_s(t)$ en fonction de U_0 , R et C .
16. On suppose ensuite que $u(t) = u_m \cos(\omega' t)$. On suppose la diode passante à l'instant $t = 0$. On admet qu'elle devient bloquée lorsque u atteint un maximum, et qu'elle redevient passante lorsque u et u_s redeviennent égales.
- Quel est le comportement de u_s lorsque la diode change d'état ? Représenter sur un même graphe les allures de $u(t)$ et $u_s(t)$.
17. Que devient u_s si RC est très faible ? très élevé ? Représenter dans les deux cas l'allure de u et u_s sur un même graphe.
- En déduire que RC doit vérifier une certaine condition par rapport à ω' afin que le signal u_s soit une tension continue proportionnelle à l'amplitude u_m .
18. La tension continue u_s sert ensuite à commander l'amplification du signal $h(t)$ produit par le couple {antenne de tonalité+main}, et donc à varier le volume de l'instrument. Nous rappelons que cette tension u_s est le résultat du contrôle de l'utilisateur via son autre main sur l'antenne de volume.
- Si l'utilisateur bouge sa main afin de contrôler le volume avec une fréquence notée f_m , quelle condition doit satisfaire RC par rapport à cette fréquence et pourquoi ?