

Étude expérimentale des transferts thermiques à l'aide d'une caméra thermique

Table des matières

I À propos de la caméra thermique	1
II Données relatives aux deux barres utilisées	3
II.1 Barre de laiton	3
II.2 Barre d'aluminium	4
III Barres posées sur une plaque chauffante et détermination de λ	4
III.1 Étude en régime permanent	4
IV Détermination du coefficient de Newton h	8
IV.1 Refroidissement en un point de la barre	8
V Autre essai moins satisfaisant : Barres plongées d'un côté dans un thermostat chaud	13
V.1 Étude en régime permanent	13
VI Autre essai moins satisfaisant : Barres plongées d'un côté dans un thermostat froid	15
VI.1 Étude en régime permanent	15
VI.2 Réchauffage en un point de la barre	16
VII Un autre exemple : étude du refroidissement d'une tasse de thé	18
VIII Discussion sur les effets qui peuvent mener à faire varier h	19
VIII.1 Effet du transfert thermique barre-extérieur par rayonnement	19
VIII.2 Autres effets	20
VIII.3 Bilan	20

I À propos de la caméra thermique

On utilise le modèle C2 de la marque FLIR. En chaque point de l'image, la caméra mesure l'énergie du rayonnement reçu dans la gamme spectrale 7.5 - 14 μm (type LW), et via la loi de Wien en déduit la température en ce point.

La caméra mesure donc la puissance du rayonnement en provenance de l'objet. Notons $W(T, \lambda)$ la puissance du rayonnement d'un corps à la température T et entre les longueurs d'onde λ et $\lambda + d\lambda$. On ajoute en indice "corps noir" quand W est donné par la loi de Planck. Ce rayonnement est constitué :

- (i) du rayonnement thermique de l'objet lui-même, donné par $\varepsilon \times W_{\text{corps noir}}(T_{\text{objet}}, \lambda)$ avec ε l'émissivité de l'objet¹,
- (ii) du rayonnement émis par le reste de la pièce et réfléchi sur cet objet, donné par $(1 - \varepsilon)W_{\text{pièce}}(T_{\text{pièce}}, \lambda)$ ^{2 3},
- (iii) du rayonnement de l'atmosphère, qu'on négligera dans la suite de cette présentation.

1. L'émissivité est définie par $\varepsilon_\lambda \equiv \frac{W_{\text{objet}}(T_{\text{objet}}, \lambda)}{W_{\text{corps noir}}(T_{\text{objet}}, \lambda)}$, et en toute rigueur dépend de λ . Pour un corps noir $\varepsilon = 1$, pour un corps gris $\varepsilon < 1$ et constant, pour un objet parfaitement réfléchissant $\varepsilon = 0$, pour un corps quelconque $\varepsilon(\lambda) \leq 1$.

2. Si l'objet est opaque on a $\alpha_\lambda + \rho_\lambda = 1$ avec α_λ pourcentage du rayonnement incident absorbé par l'objet et ρ_λ pourcentage du rayonnement incident réfléchi. Or la loi de Kirchoff indique que $\varepsilon_\lambda = \alpha_\lambda$. Pourcentage réfléchi et émissivité sont donc liés via $\rho_\lambda = 1 - \varepsilon_\lambda$.

3. On a écrit $W_{\text{pièce}}(T_{\text{pièce}}, \lambda)$, mais la caméra approxime ceci par $W_{\text{corps noir}}(T_{\text{pièce}}, \lambda)$.

La caméra enregistre une tension U proportionnelle à la puissance incidente (du rayonnement intégré entre 7.5 et $14\mu\text{m}$), elle-même proportionnelle à T^4 via la loi de Stefan.

Le flux W_{tot} arrivant sur la caméra est donné par les contributions ci-dessus (on oublie l'atmosphère) :

$$\begin{aligned} W_{\text{tot}} &= W_{\text{objet}}(T_{\text{objet}}) + (1 - \varepsilon)W_{\text{pièce refléchi sur l'objet}}(T_{\text{pièce}}) \\ &= \varepsilon W_{\text{corps noir}}(T_{\text{objet}}) + (1 - \varepsilon)W_{\text{pièce refléchi sur l'objet}}(T_{\text{pièce}}). \end{aligned} \quad (1)$$

Or seule la contribution $W_{\text{corps noir}}(T_{\text{objet}})$ nous intéresse, car en l'élevant à la puissance 1/4 et après étalonnage on en déduit la température de l'objet. La caméra effectue donc une correction, et utilise la valeur

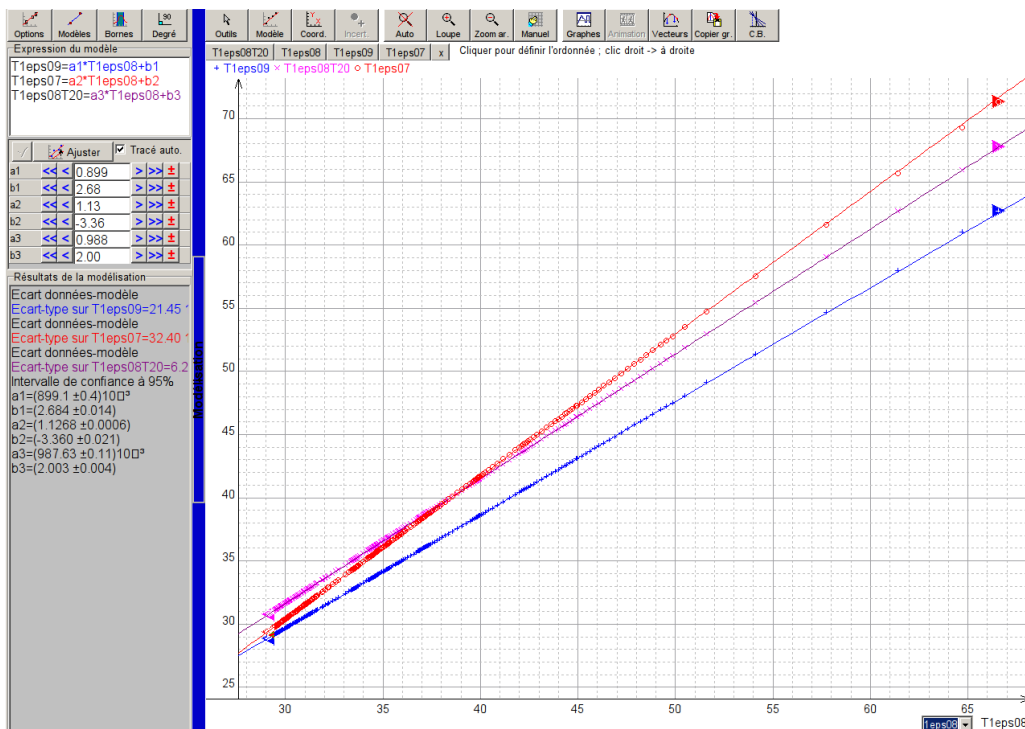
$$W_{\text{corps noir}}(T_{\text{objet}}) = \frac{W_{\text{tot}}}{\varepsilon} - \frac{1 - \varepsilon}{\varepsilon} W_{\text{pièce refléchi sur l'objet}}, \quad (2)$$

avec W_{tot} mesuré et $W_{\text{pièce refléchi sur l'objet}}$ estimé par $W_{\text{corps noir}}(T_{\text{pièce}})$ ($T_{\text{pièce}}$ donné par l'utilisateur).

C'est la raison pour laquelle on peut entrer la valeur de ε et de $T_{\text{pièce}}$ dans la caméra.

Remarquons que si l'émissivité est proche de 1 et la température de l'objet supérieure à celle de la pièce, alors la mesure de T_{objet} est moins sensible à tous ces réglages. Par exemple les mesures avec un bain chaud y sont moins sensibles que celles avec un bain de glace.

W est proportionnel à T^4 , donc la correction 2 est a priori non linéaire. Mais pour des écarts en températures par trop élevés il s'agit en fait, à une très bonne approximation, d'une simple correction affine. Voir le graphique ci-dessous.



Pour un même relevé de température le long d'une barre d'aluminium sur une même image, on a choisi quatre réglages différents de la caméra : $\varepsilon = 0.8$ et $T_{\text{pièce}} = 27^\circ\text{C}$, ce qui donne la température $T_{1\text{eps}08}$ mise ici en abscisse ; $\varepsilon = 0.7$ et $T_{\text{pièce}} = 27^\circ\text{C}$, ce qui donne la température $T_{1\text{eps}07}$; $\varepsilon = 0.9$ et $T_{\text{pièce}} = 27^\circ\text{C}$, ce qui donne la température $T_{1\text{eps}09}$; $\varepsilon = 0.8$ et $T_{\text{pièce}} = 20^\circ\text{C}$, ce qui donne la température $T_{1\text{eps}08T20}$.

On a tracé ces trois dernières températures en fonction de la première. On voit donc que changer ces réglages revient à faire une correction affine de la température.

Une correction affine n'est pas un problème pour notre étude car nous serons confrontés à des courbes du type $T(x) = a \exp(-x/\delta) + b$, où seules la valeur de δ sera pertinente. La correction affine change a et b , mais pas δ .

Dans la suite nous n'avons pas cherché à entrer des valeurs correctes d'émissivité ou de $T_{\text{pièce}}$. Or les barres utilisées ne sont pas peintes en noir et ont une surface plutôt lisse, donc leurs émissivités sont probablement différentes de 1 et différentes l'une de l'autre. Il en résulte qu'on ne peut pas vraiment

comparer la température de l'une à celle de l'autre, ou que lors des fits exponentiels il ne faut pas s'attendre à trouver exactement la même valeur de T asymptotique (le paramètre b ci-dessus).

Attention, en revanche, la présence d'une source très chaude à proximité de l'objet d'intérêt peut donner lieu à un rayonnement infrarouge renvoyé vers la caméra et donc à une fausse mesure. Voir par exemple l'image ci-dessous. C'est pourquoi il était important de mettre un polystyrène entre les deux barres.

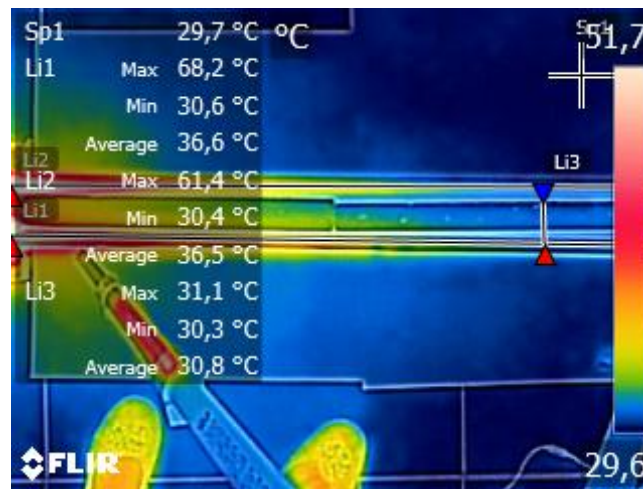


Illustration des effets d'une réflexion infrarouge : observer à gauche de l'image le pied du trépied de l'appareil photographique. Il apparaît chaud, à une température allant jusqu'à 50°C, alors qu'il est à température ambiante lorsqu'on le touche. Le rayonnement infrarouge en provenance de la barre et de la plaque chauffante se réfléchit en fait sur le trépied et va vers la caméra, lui donnant l'illusion que le trépied est chaud.

II Données relatives aux deux barres utilisées

II.1 Barre de laiton

Valeurs mesurées

Rayon $R = 0.9$ cm, longueur $L = 130.0$ cm, masse $m = 2.7728$ kg.

Soit une masse volumique $\rho_{\text{Lai}} = 8.38 \times 10^3$ kg/m³.

Ceci correspond à la masse volumique d'un alliage à 70% de Cu et 30% de Zn.

Valeurs tabulées

Conductivité thermique $\lambda_{\text{Lai}} = 1.1$ à 1.3×10^2 W · m⁻¹ · K⁻¹ selon l'alliage.

Capacité thermique à pression constante : $c_{\text{La}} = 377$ J/(mol · K).

Coefficient de diffusion thermique $D_{\text{La}} = 3.6 \times 10^{-5}$ m²/s.

Coefficient conducto-convectif h pour des échanges avec l'air de l'ordre de 10 W · m⁻² · K⁻¹.

$$\tau = \frac{R\rho c}{2h} = 1.3 \times 10^3 \text{ s.}$$

$$\delta = \sqrt{\frac{R\lambda}{2h}} \sim 22 \text{ cm, à comparer à } L = 130 \text{ cm : on peut considérer l'ailette infinie.}$$

$$\alpha = \frac{\lambda}{\delta h} = 55.$$

II.2 Barre d'aluminium

Valeurs mesurées

Rayon $R = 0.9$ cm, longueur $L = 130.0$ cm.

Valeurs tabulées

À 300 K, valeur tabulée $\lambda_{\text{Al}} = 2.37 \times 10^2 \text{ W} \cdot \text{m}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$. (augmentation de $0.03 \times 10^2 \text{ W} \cdot \text{m}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$ à 350 K)

(S'il s'agit d'un alliage Al-1100 (pureté 99%), alors $\lambda = 2.2 \times 10^2 \text{ W} \cdot \text{m}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$ à 273 K.)

Masse volumique tabulée : $\rho_{\text{Al}} = 2.70 \times 10^3 \text{ kg/m}^3$ (on mesure 2.77 en pesant la barre et divisant par $\pi R^2 L$, ce qui est raisonnable).

Capacité thermique à pression constante : $c_{\text{Al}} = 897 \text{ J}/(\text{mol} \cdot \text{K})$.

Coefficient de diffusion thermique $D_{\text{Al}} = 9.9 \times 10^{-5} \text{ m}^2/\text{s}$.

Coefficient conducto-convectif h pour des échanges avec l'air de l'ordre de $10 \text{ W} \cdot \text{m}^{-2} \cdot \text{K}^{-1}$.

$$\tau = \frac{R\rho c}{2h} = 1.1 \times 10^3 \text{ s}.$$

$$\delta = \sqrt{\frac{R\lambda}{2h}} \sim 32 \text{ cm}, \text{ à comparer à } L = 130 \text{ cm} : \text{ on peut considérer l'ailette infinie.}$$

$$\alpha = \frac{\lambda}{\delta h} = 74.$$

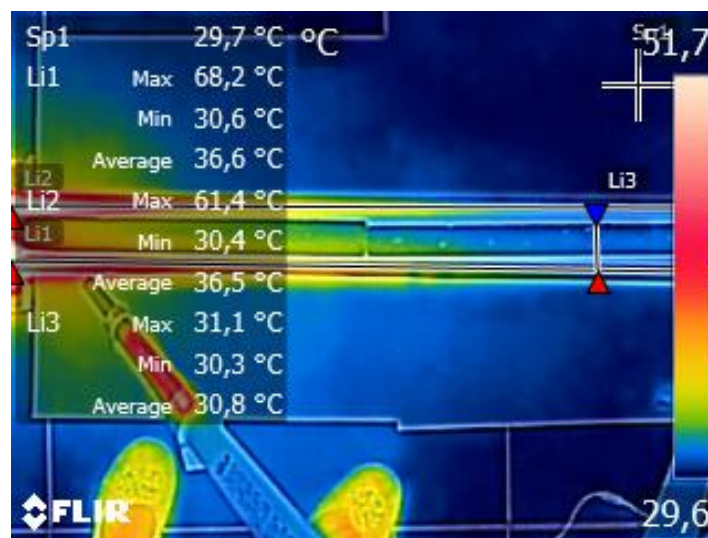
III Barres posées sur une plaque chauffante et détermination de λ

III.1 Étude en régime permanent

Description de l'expérience :

On dispose d'une barre d'aluminium et d'une barre de laiton. On les place à l'horizontale, avec une extrémité qui repose sur une plaque chauffante, et l'autre extrémité maintenue par une pince. On chauffe la plaque (thermostat 150) et on attend environ trois heures que le régime permanent s'établisse (le temps de diffusion L^2/D est de l'ordre de 7 heures si $L = 1$ m, ce qui est la longueur sur laquelle on travaille, et en général 0.5 fois ce temps suffit). On a séparé les barres l'une de l'autre par un polystyrène pour éviter les réflexions infrarouges.

On prend une image vue de dessus à l'aide de la caméra.



Côté théorie :

Exercice classique de l'ailette de refroidissement. On montre que T vérifie l'équation

$$\frac{d^2T}{dx^2} - \frac{1}{\delta^2} T(x) = -\frac{1}{\delta^2} T_{\text{ext}}, \quad \delta = \sqrt{\frac{R\lambda}{2h}}, \quad (3)$$

avec h le coefficient d'échange conducto-convectif entre la barre et l'air (que l'on suppose constant), R le rayon de la barre, λ sa conductivité thermique. On attend donc théoriquement une loi en

$$T(x) = T_{\text{ext}} + (T(x_0) - T_{\text{ext}})e^{-(x-x_0)/\delta}, \quad \delta = \sqrt{\frac{R\lambda}{2h}} \quad (4)$$

(car $\delta \ll L$).

Côté expérience :

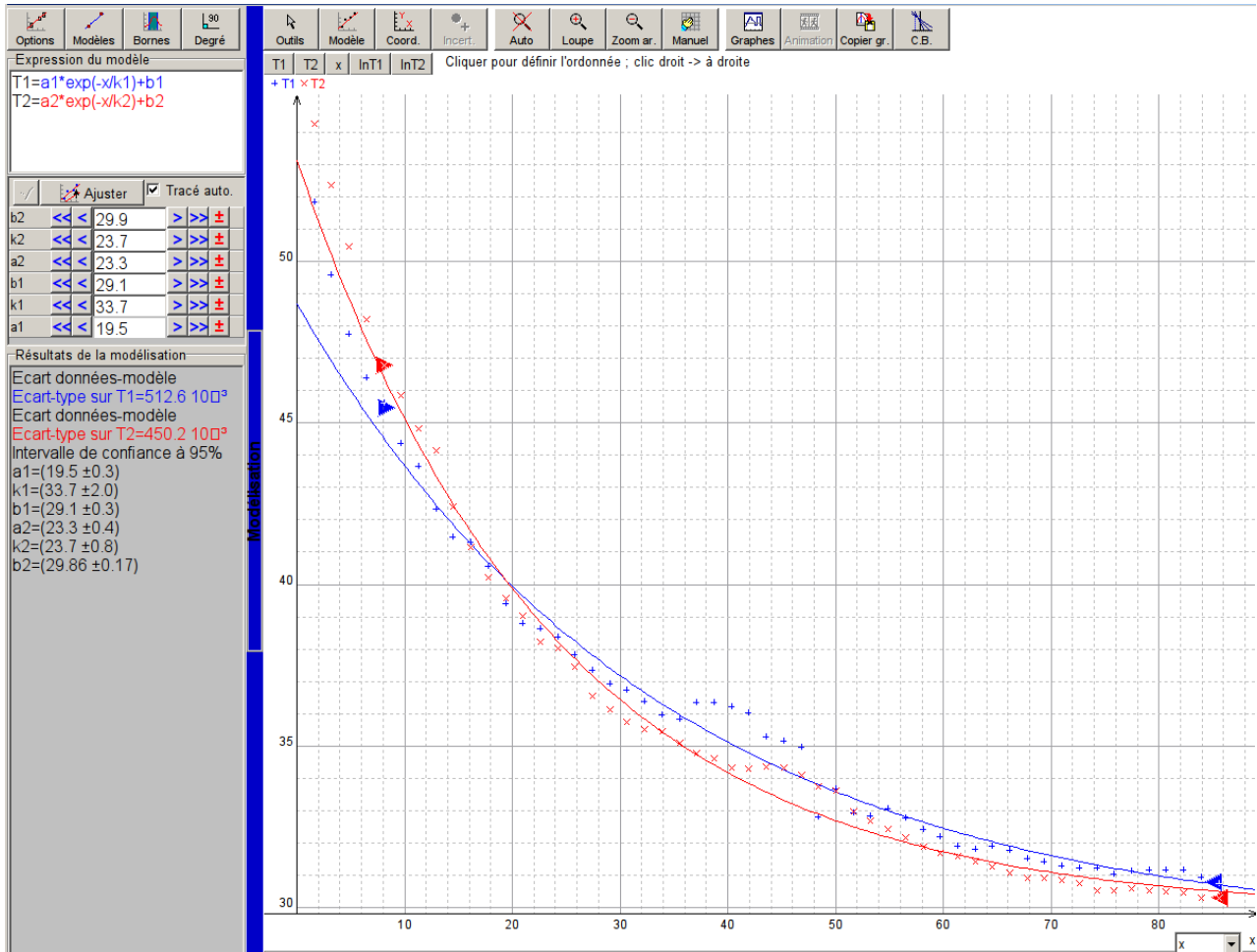
On effectue un fit avec un modèle en $T(x) = ae^{-x/\delta} + b$. On exclut à chaque fois du domaine du fit la zone la plus à gauche, car elle contient la fin de la plaque chauffante et la zone de la barre la plus chaude (h peut être non constant à haute température).

On obtient $b = 29^\circ\text{C}$ et 29.5°C pour chacune des barres, ce qui est raisonnable car la température ambiante était autour de 27°C , et il ne faut pas oublier que les valeurs de l'émissivité et de la température

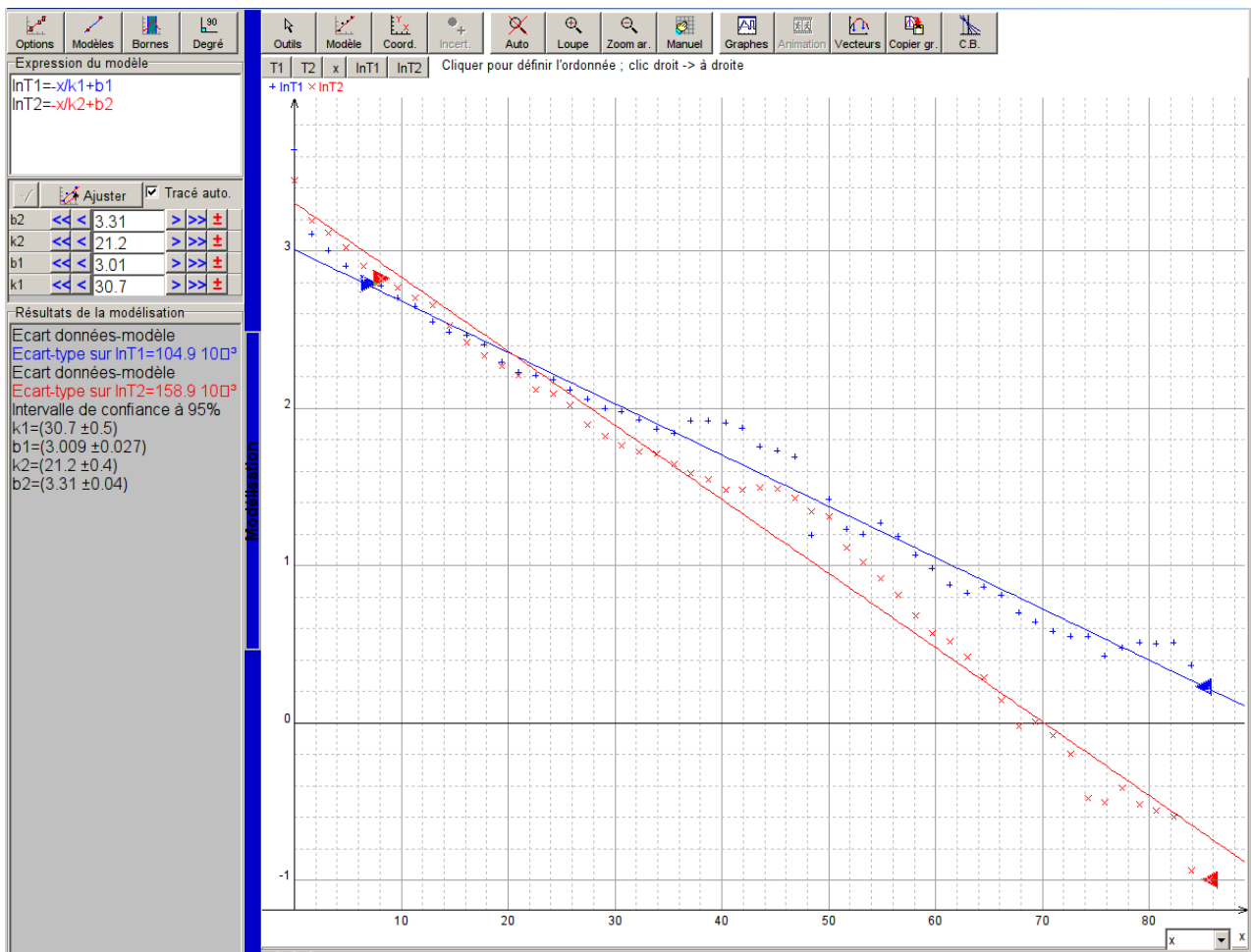
ambiante ne sont pas correctement entrées dans la caméra, ce qui donne des températures mesurées sur chacune des barres différentes entre elles et différentes de la température réelle.

Puis on conserve la valeur de b et on trace $\ln(T(x) - b)$ en fonction de x , ce qui permet de voir visuellement si la température décroît bien exponentiellement. On effectue alors une régression linéaire en $-x/\delta + b'$.

On constate que l'allure en log-lin est raisonnablement linéaire dans la zone considérée, ce qui valide un modèle exponentiel.



$T(x)$ en fonction de x (cm). Aluminium en bleu, laiton en rouge.



$\ln(T1 - 29.5)$ et $\ln(T2 - 29)$ en fonction de x (cm). Aluminium en bleu, laiton en rouge.

Ci-dessous des résultats pour une même image, mais 4 réglages différents de la caméra. On donne la valeur de δ pour un fit en échelle linéaire, puis en échelle log-lin. Les incertitudes sont à chaque fois de ± 3 cm environ, car la valeur de δ dépend de la zone choisie pour effectuer le fit ou de la valeur de b en log-lin. Elles sont vues comme des incertitudes élargies. Les valeurs sont en centimètres.

	$\varepsilon = 0.8, T_{\text{pièce}} = 20^\circ\text{C}$	$\varepsilon = 0.7, T_{\text{pièce}} = 27^\circ\text{C}$	$\varepsilon = 0.8, T_{\text{pièce}} = 27^\circ\text{C}$	$\varepsilon = 0.9, T_{\text{pièce}} = 27^\circ\text{C}$
δ_1 fit linlin	30	30	30	31
δ_1 fit loglin	31	29	29	31
δ_2 fit linlin	22	23	22	24
δ_2 fit loglin	21	23	24	22

On peut en conclure que les réglages n'influent presque pas sur ces valeurs (ce qui est normal car on a expliqué que ces valeurs consistent à faire un ajustement affine de la température, ce qui ne change pas δ). On en déduit les longueurs suivantes :

$$\begin{cases} \delta_1 = (30 \pm 3) \text{ cm} & (\text{aluminium}) \\ \delta_2 = (23 \pm 3) \text{ cm} & (\text{laiton}). \end{cases} \quad (5)$$

L'incertitude est une incertitude élargie.

Comparaison théorie-expérience

On peut faire deux comparaisons :

- Si on suppose que la valeur de h est la même pour les deux barres (ce qui est attendu car il s'agit du même type de surfaces), alors on s'attend à un rapport $\frac{\delta_1}{\delta_2} = \sqrt{\frac{\lambda_1}{\lambda_2}}$ compris entre 1.37 et 1.47 d'après les valeurs tabulées (λ_2 tabulé varie selon l'alliage).

Ici on a $\frac{\delta_1}{\delta_2} = 1.30$, et compris entre 1.04 et 1.65 avec les incertitudes. C'est donc compatible.

- On peut mesurer la valeur de h à l'aide d'une seconde expérience, effectuée dans la suite. On trouve alors $h = (11 \pm 3) \text{ W} \cdot \text{m}^{-2} \cdot \text{K}^{-1}$ pour les deux barres. On obtient alors :

$$\begin{cases} \lambda_1 = (2.2 \pm 0.7) \times 10^2 \text{ W} \cdot \text{m}^{-1} \cdot \text{K}^{-1} \\ \lambda_2 = (1.3 \pm 0.5) \times 10^2 \text{ W} \cdot \text{m}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}. \end{cases} \quad (6)$$

Notre incertitude relative est $\Delta\lambda/\lambda \sim 34\%$.

Les valeurs tabulées sont $\lambda_{Al} = 2.37 \times 10^2 \text{ W} \cdot \text{m}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$ et $\lambda_{Lai} = 1.1 \text{ à } 1.3 \times 10^2 \text{ W} \cdot \text{m}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$.

Conclusion

Les valeurs expérimentales sont en accord avec les valeurs tabulées, ce qui est satisfaisant.

Il est également satisfaisant de pouvoir valider le modèle exponentiel sur les courbes sur une gamme de températures assez grande (de 46°C à 30°C, sur 80 cm de la barre).

IV Détermination du coefficient de Newton h

IV.1 Refroidissement en un point de la barre

Description de l'expérience :

On souhaite déterminer la valeur de h . Pour cela, l'idée est de retirer la barre de la source chauffante et d'étudier le refroidissement d'un point de la barre au cours du temps.

On part d'une situation où une extrémité des barres est plongée dans un bain chauffant à 90°C et où le régime permanent est atteint. Puis on retire les barres du bain chauffant. Avec la caméra thermique on mesure la température en un point de chaque barre, à 5 cm environ de l'extrémité la plus chaude.

Côté théorie :

En régime non stationnaire l'équation donnant l'évolution de T devient :

$$\begin{aligned} \frac{\partial T}{\partial t} &= \frac{\lambda}{\rho c} \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} - (T(x) - T_{\text{ext}}) \\ &= \frac{2h}{R\rho c} \left(\frac{R\lambda}{2h} \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} - (T(x) - T_{\text{ext}}) \right) \\ &= \frac{2h}{R\rho c} \left(\delta^2 \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} - (T(x) - T_{\text{ext}}) \right). \end{aligned} \quad (7)$$

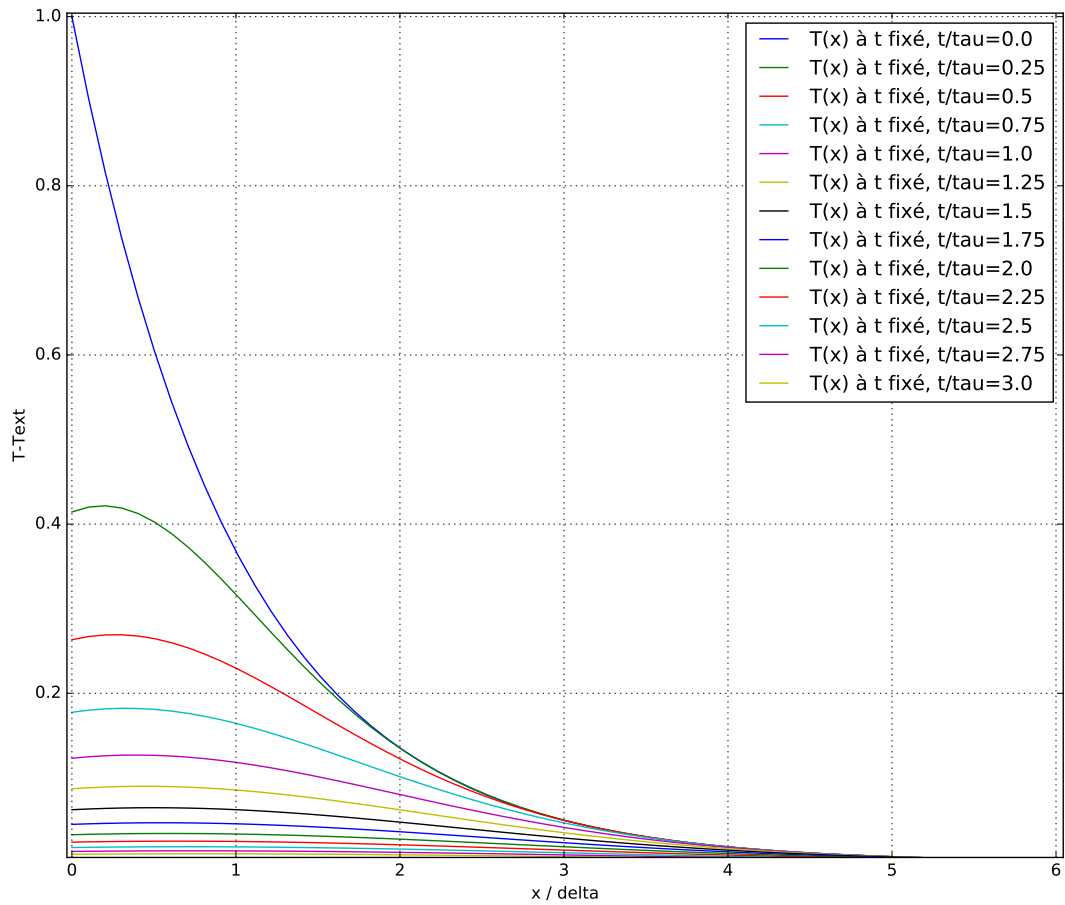
On voudrait dans l'idéal négliger le terme de diffusion au sein de la barre (terme en $T''(x)$) devant le refroidissement par échanges avec l'air extérieur (terme en $T - T_{\text{ext}}$), pour avoir une équation différentielle du premier ordre en temps dont les solutions sont de la forme

$$T(t) = T_{\text{ext}} + (T(t_i) - T_{\text{ext}}) e^{-(t-t_i)/\tau}, \quad \tau = \frac{R\rho c}{2h}. \quad (8)$$

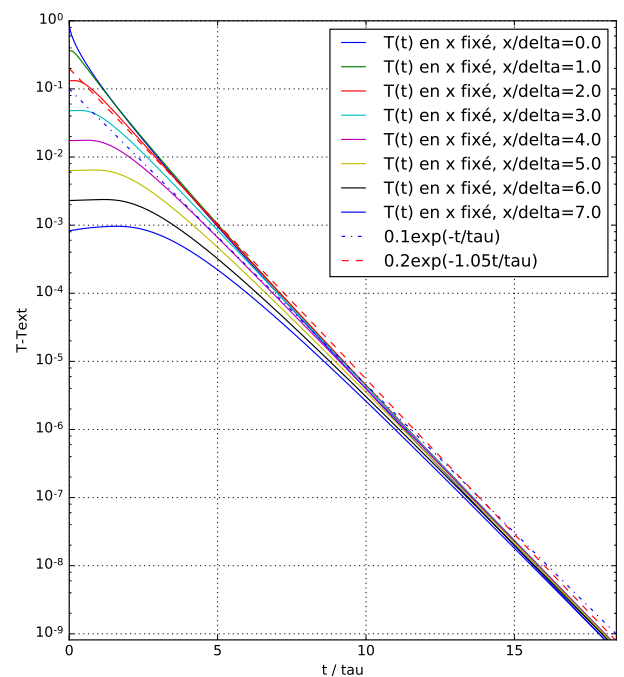
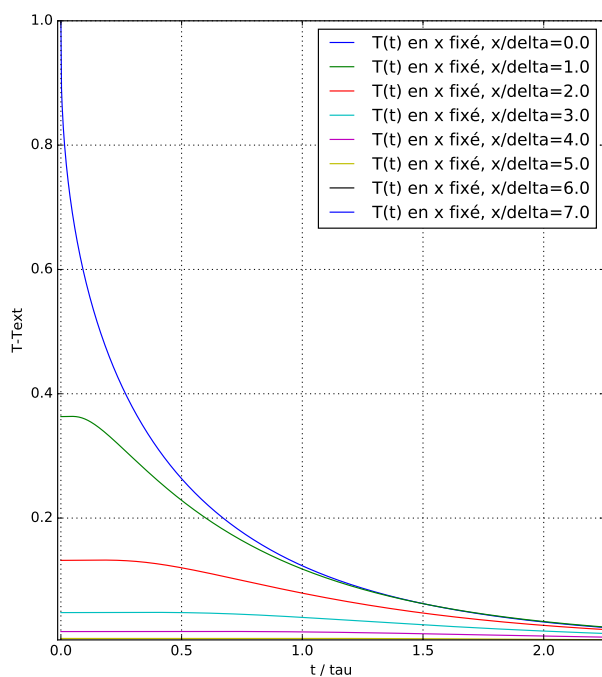
Or on a $\delta^2 \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} \sim \delta^2 \frac{T - T_{\text{ext}}}{\delta^2}$ du même ordre de grandeur que l'autre terme ! Au départ ils sont même strictement égaux puisque l'équation satisfaite est l'équation 7 sans le terme en $\partial/\partial t$.

Il faut donc voir en détail ce qu'il se passe.

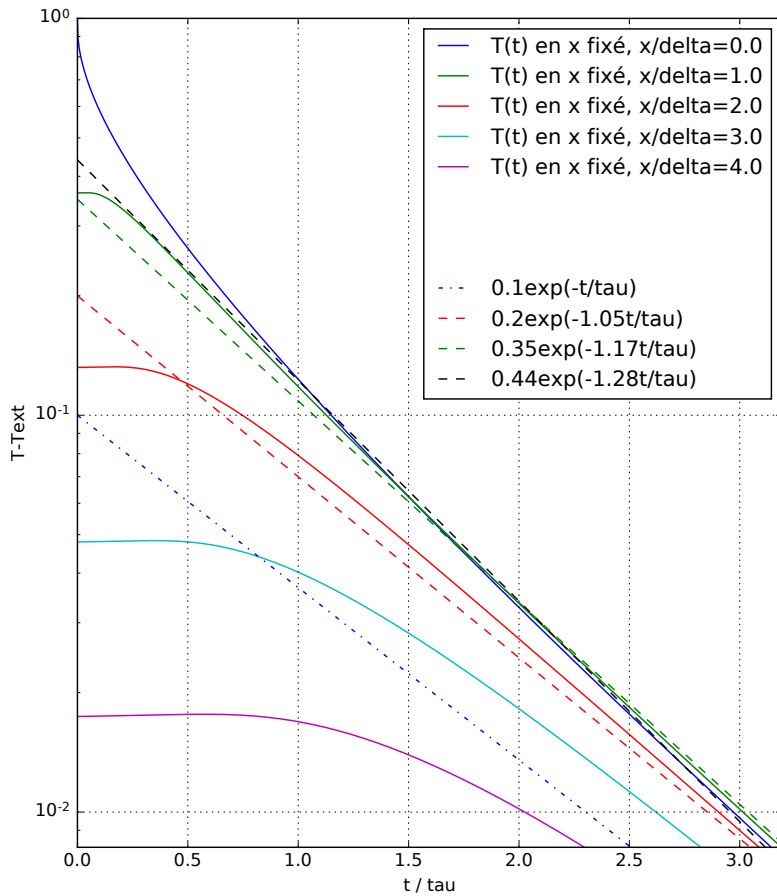
Les graphiques ci-dessous montrent une résolution numérique de l'équation 7 dans le cas de la barre d'aluminium (les résultats sont très similaires pour le laiton) :



Tracé de $(T(x, t) - T_{ext}) / (T_0 - T_{ext})$ en fonction de x/δ pour des instants t/τ fixés. (T_0 température initiale en $x = 0$, donc celle du thermostat.)



Tracé de $(T(x, t) - T_{ext}) / (T_0 - T_{ext})$ en fonction de t/τ pour des positions x/δ fixées.



Tracé de $(T(x, t) - T_{\text{ext}})/(T_0 - T_{\text{ext}})$ en fonction de t/τ pour des positions x/δ fixées, mais zoom aux temps courts qui sont en fait ceux accessibles dans l'expérience.

Il s'agit d'une résolution numérique de l'équation 7, adimensionnée sous la forme

$$\frac{\partial \theta}{\partial \tilde{t}} = \frac{\partial^2 \theta}{\partial \tilde{x}^2} - \theta, \quad (9)$$

avec $\theta = \frac{T - T_{\text{ext}}}{T_0 - T_{\text{ext}}}$, $\tilde{t} = t/\tau$, $\tilde{x} = x/\delta$, les CL et CI étant alors $\theta(\tilde{x}, 0) = \exp\{-\tilde{x}\}$, $\frac{\partial \theta}{\partial \tilde{x}}(0, \tilde{t}) = a\theta(0, \tilde{t})$, $\frac{\partial \theta}{\partial \tilde{x}}(L/\delta, \tilde{t}) = -a\theta(L/\delta, \tilde{t})$, $a = \frac{\delta h}{\lambda} = 0.014$ pour Al et 0.020 pour lait.

Que se passe-t-il ?

- En un point x fixé, il ne se passe rien tant que l'information du fait que l'on a retiré la source de chaleur en $x = 0$ n'est pas parvenue au point x en question. Ceci se fait via la propagation d'un front thermique ou choc thermique, et prend un temps caractéristique $\Delta t_x = \frac{x^2}{D}$. Ainsi pour $t \leq \Delta t_x$ rien ne se passe au point x .

Dans l'équation 7 les deux termes de droite se compensent exactement, et donc $\partial T/\partial t = 0$.

- Pour $t \gtrsim \Delta t_x$ la perturbation atteint le point x , sa température baisse, d'une façon assez complexe. La température de certains points pouvant même augmenter à cause d'un flux thermique provenant du haut de la barre. Dans l'équation 7 tous les termes sont importants.
- Le passage de ce front thermique homogénéise la température : $T(x)$ a un profil qui s'aplatit. Ceci diminue l'efficacité de la diffusion au sein de la barre, et le refroidissement se fait majoritairement par échange avec l'air extérieur autour du point x .

Mathématiquement, le terme en $\delta^2 \frac{\partial^2 T}{\partial x^2}$ devient négligeable devant celui en $T - T_{\text{ext}}$ car le profil s'aplatit.

$T(x, t)$ en x fixé décroît alors en $\exp\{-t/\tau\}$, ce qui est le régime que l'on recherche.

Conclusion ?

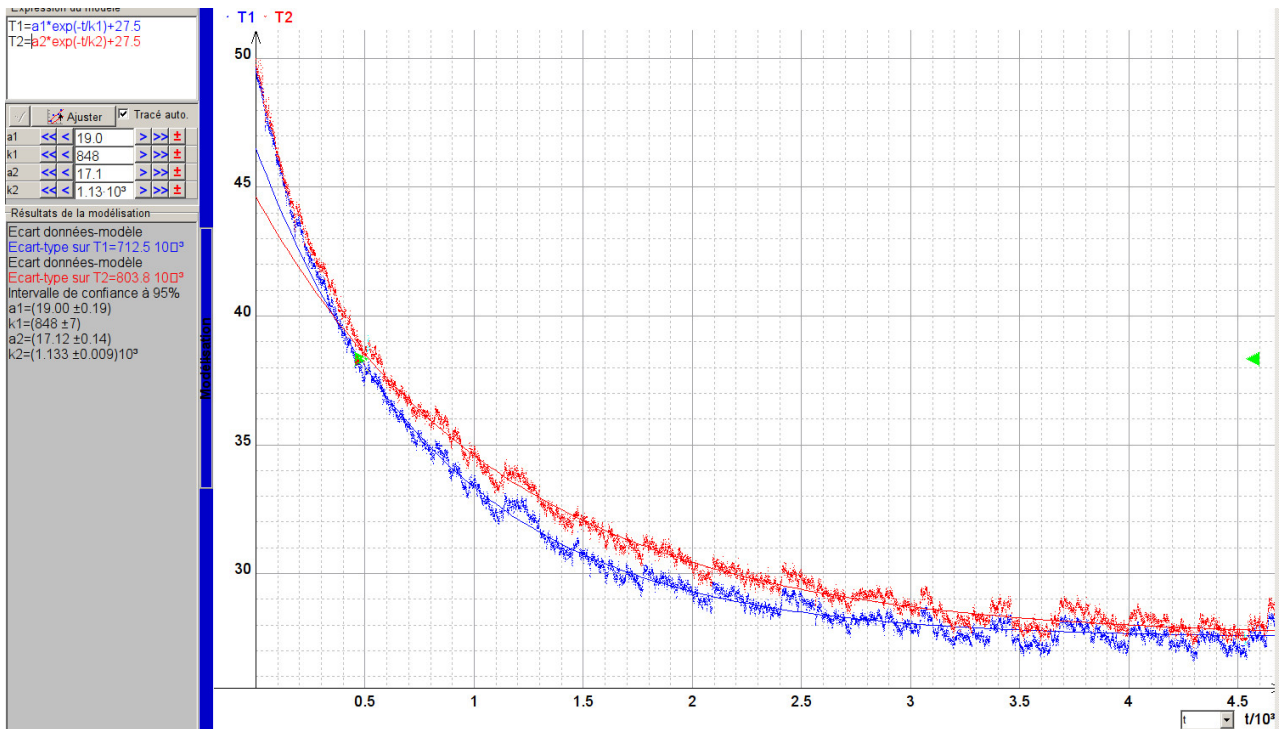
Ceci montre d'abord qu'il faut prendre une mesure en un point proche de l'extrémité chaude de la barre.

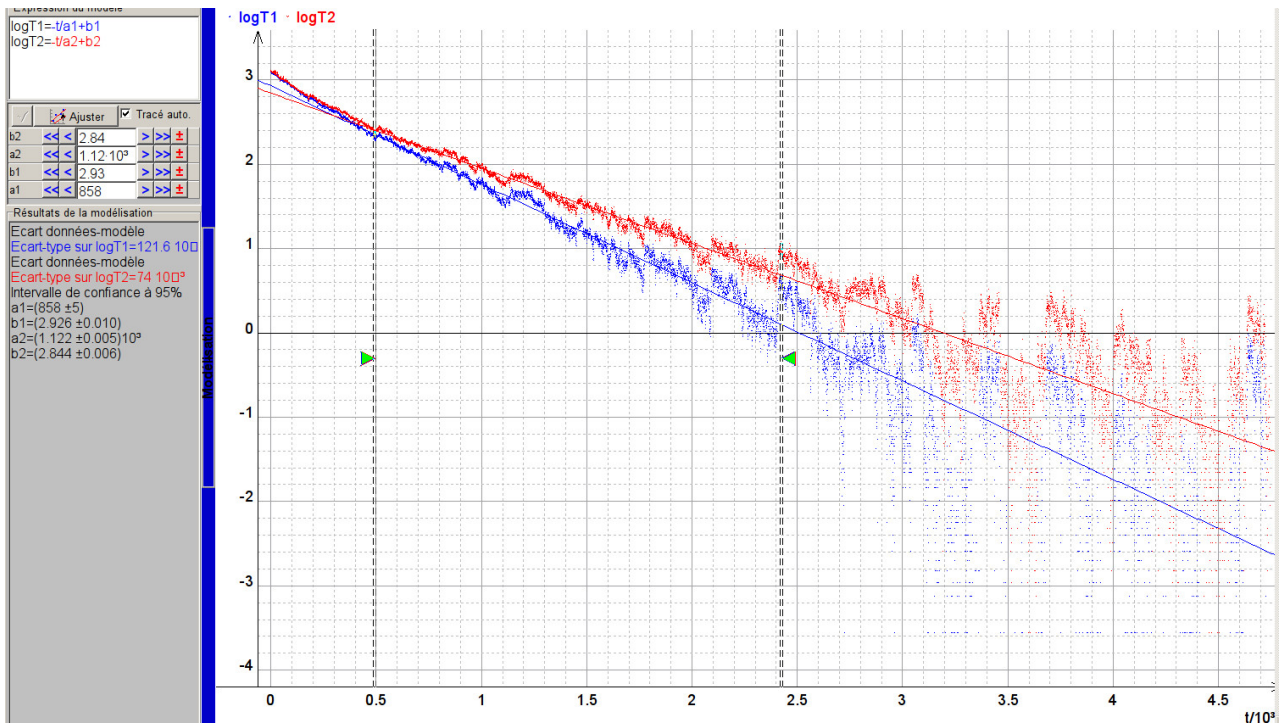
Le résultat voulu ($T(t)$ en $\exp\{-t/\tau\}$) n'est valide qu'au bout de quelques $\Delta t_x = \frac{x^2}{D}$. Pour $x = 10$ cm Δt_x vaut de l'ordre de 100s pour Al et 270s pour le laiton.

Mais que signifie "quelques" ? On voit sur les figures que le régime en $\exp\{-t/\tau\}$ est atteint au bout de 5τ environ dans le cas présent. On a alors $T - T_{\text{ext}} = 10^{-3}\text{C}$, puis moins. Ce régime n'est donc en fait pas observable expérimentalement. Dans l'expérience on est plutôt dans la zone aux temps courts de la figure zoomée, où le régime n'est pas encore en $\exp\{-t/\tau\}$. Cette même figure montre alors que la pente en loglin est plutôt de $\tau/1.25$, ce qui signifie qu'il faudrait multiplier nos résultats pour τ de la partie expérimentale par 1.25, donc diviser nos résultats pour h par 1.25, et tenir compte d'une incertitude de l'ordre de 25% sur ces estimations de τ et donc de h .

Côté expérience :

Sur les relevés expérimentaux, on effectue d'abord un fit par une fonction $T = ae^{-t/\tau} + b$. On exclue la zone de temps inférieure à 500s pour les raisons évoquées dans la discussion théorique. Ceci indique que $b = 27.5\text{C}$, ce qui est plus que les 24C de température ambiante mesurée, mais pas inquiétant car les valeurs d'émissivité ne sont pas correctes.





Courbes de refroidissement, chacune pour une des deux barres, en un point donné de la barre. En bas on a tracé $\ln(T - b)$ en fonction de t avec $b = 27.5^\circ\text{C}$ issu du fit sur la figure du haut.

Aluminium en bleu (courbe la plus basse figure 1, et la plus pentue figure 2), laiton en rouge.

On trace ensuite $\ln(T - b)$ en fonction de t . On voit qu'un modèle affine convient bien au delà de 500 s environ, ce qui valide l'hypothèse de décroissance exponentielle, et on effectue donc une régression linéaire. On en déduit les constantes de temps suivantes :

$$\begin{aligned} \tau_1 &= (8.5 \pm 0.3) \times 10^2 \text{ s} \\ \tau_2 &= (11.2 \pm 0.3) \times 10^2 \text{ s.} \end{aligned} \quad (10)$$

L'incertitude est liée au fait que la zone sur laquelle on effectue le fit change ces valeurs. On peut en déduire des valeurs (provisoires) de h en utilisant $h = \frac{R\rho c}{2\tau}$:

$$\begin{aligned} h_1 &= (13.0 \pm 0.5) \text{ W} \cdot \text{m}^{-2} \cdot \text{K}^{-1} \\ h_2 &= (12.7 \pm 0.5) \text{ W} \cdot \text{m}^{-2} \cdot \text{K}^{-1}. \end{aligned} \quad (11)$$

Mais il faut prendre en compte les conclusions de la partie théorique : nous sommes quoiqu'il en soit dans une zone aux temps courts, qui nous amène à sous-estimer τ de 25% environ, et donc à surestimer h d'autant. L'incertitude est également plus grande.

On pourra donc retenir

$$h = (11 \pm 3) \text{ W} \cdot \text{m}^{-2} \cdot \text{K}^{-1} \quad (12)$$

pour les deux barres.

Conclusion :

On trouve environ la même valeur pour chacune des deux barres, ce qui est rassurant car la valeur de h pour une interface métal-air avec des métaux ayant des états de surface similaires doit être la même ou presque. On a donc un rapport τ_1/τ_2 d'environ 0.75 qui compense le rapport ρc de chaque matériau. On trouve de plus une valeur cohérente avec celles habituellement tabulées, qui sont comprises entre 10 et 15 $\text{W} \cdot \text{m}^{-2} \cdot \text{K}^{-1}$. On valide également le modèle en $\exp\{-t/\tau\}$ pour la décroissance de T .

Annexes : autres essais

La suite du document contient d'autres essais, moins satisfaisants mais consignés ici pour mémoire, et une discussion sur l'hypothèse "h constant".

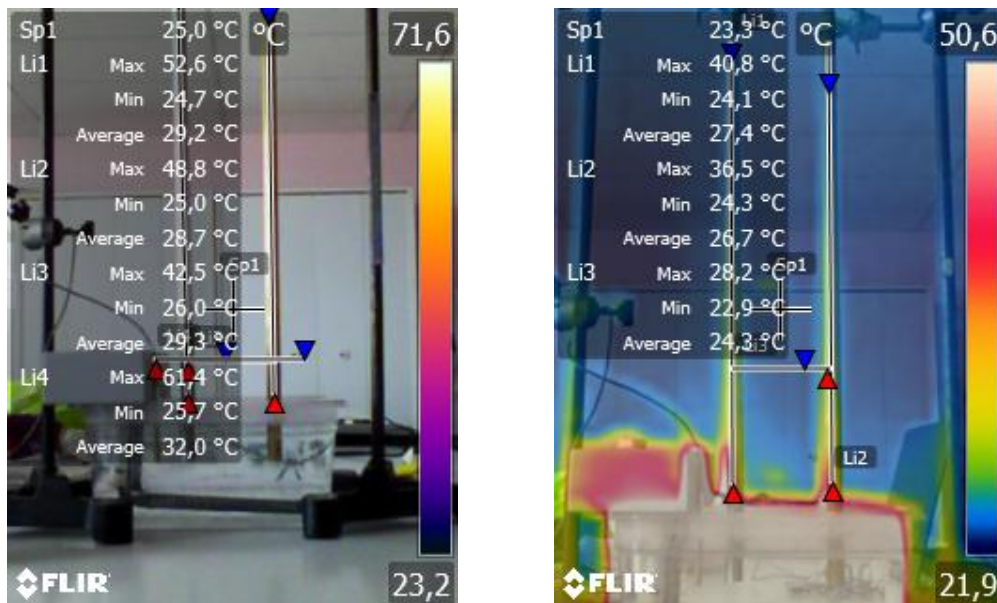
V Autre essai moins satisfaisant : Barres plongées d'un côté dans un thermostat chaud

V.1 Étude en régime permanent

Description de l'expérience :

On plonge une extrémité des barres dans un bain thermique à 90°C (ce qui est probablement trop, voir remarques plus loin).

On prend une image à l'aide de la caméra thermique.

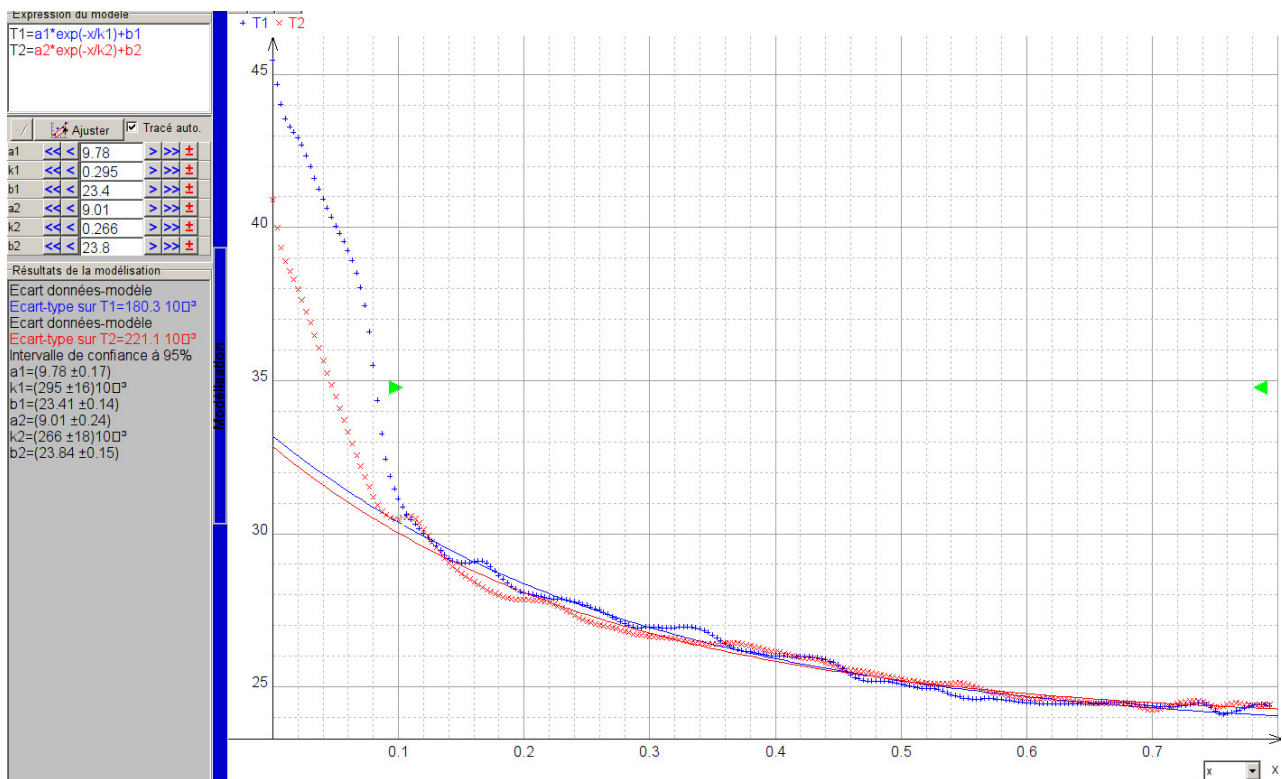


Côté théorie :

Idem que précédemment.

Côté expérience :

Sur les relevés expérimentaux, on effectue d'abord un fit par une fonction $T = ae^{-x/\delta} + b$. Ceci indique que $b = 23,6^\circ\text{C}$ environ pour les deux courbes, ce qui est tout à fait cohérent avec la température ambiante mesurée. On a restreint le fit aux abscisses supérieures à 10 cm pour exclure la zone où la différence de température avec l'extérieur est grande, car cet écart important entraîne probablement un coefficient effectif h non constant et donc une courbe de refroidissement non exponentielle. De plus le bain thermique et les vapeurs d'eau étaient gênantes dans cette zone (les mouvements d'air ascendants, le rayonnement, les vapeurs chauffent les tiges ? et font en tout cas fluctuer les mesures en un même point).



Courbes donnant T en fonction de la position (en m) pour chacune des deux barres. Aluminium en bleu (courbe démarrant à 45°C), laiton en rouge (démarrant vers 40°C).

On en déduit les longueurs suivantes :

$$\begin{aligned} \delta_1 &= (29 \pm 3) \text{ cm} \\ \delta_2 &= (27 \pm 3) \text{ cm.} \end{aligned} \quad (13)$$

L'incertitude est liée au fait que la zone sur laquelle on effectue le fit ou la valeur de b retenue change ces valeurs.

On peut faire deux comparaisons :

- Si on suppose que la valeur de h est la même pour les deux barres (ce qui est attendu car il s'agit du même type de surfaces), alors on s'attend à un rapport $\frac{\delta_1}{\delta_2} = \sqrt{\frac{\lambda_1}{\lambda_2}}$ compris entre 1.37 et 1.47 selon la valeur de λ_2 (laiton, dépend de l'alliage).

Ici on a $\frac{\delta_1}{\delta_2} = 1.11$, et compris entre 0.9 et 1.35 avec les incertitudes. C'est donc plutôt cohérent.

- On peut mesurer la valeur de h à l'aide d'une seconde expérience, effectuée dans la suite. On a alors trouvé $h = (13.0 \pm 0.5) \text{ W} \cdot \text{m}^{-2} \cdot \text{K}^{-1}$ pour l'aluminium et $h = (12.7 \pm 0.5) \text{ W} \cdot \text{m}^{-2} \cdot \text{K}^{-1}$. On obtient alors :

$$\begin{aligned} \lambda_1 &= (2.5 \pm 0.5) \times 10^2 \text{ W} \cdot \text{m}^{-1} \cdot \text{K}^{-1} \\ \lambda_2 &= (2.0 \pm 0.5) \times 10^2 \text{ W} \cdot \text{m}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}. \end{aligned} \quad (14)$$

Les valeurs tabulées sont $\lambda_{\text{Al}} = 2.37 \times 10^2 \text{ W} \cdot \text{m}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$ et $\lambda_{\text{Lai}} = 1.1 \text{ à } 1.3 \times 10^2 \text{ W} \cdot \text{m}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$.

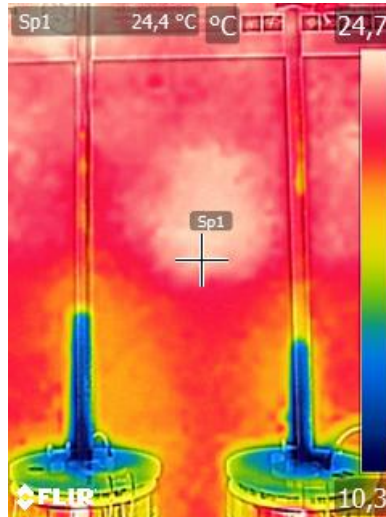
Conclusion

On a accord pour l'aluminium, ce qui est satisfaisant. On a une valeur un peu trop élevée pour le laiton. Il faudrait réessayer avec un bain thermique moins chaud, et placer une planche pour détourner les vapeurs d'eau et mouvements de convection ascendants.

VI Autre essai moins satisfaisant : Barres plongées d'un côté dans un thermostat froid

On reproduit la même expérience avec les deux barres, mais cette fois on plonge une de leurs extrémités dans un mélange eau-glace à 0°C.

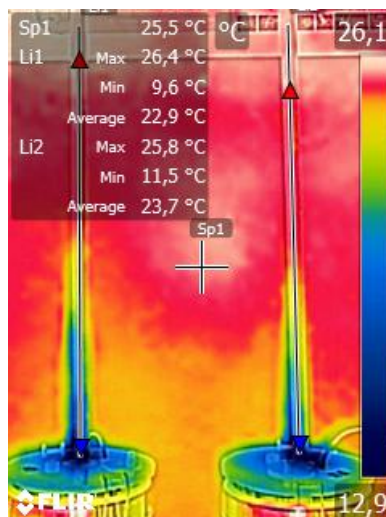
VI.1 Étude en régime permanent



Expérience img41.

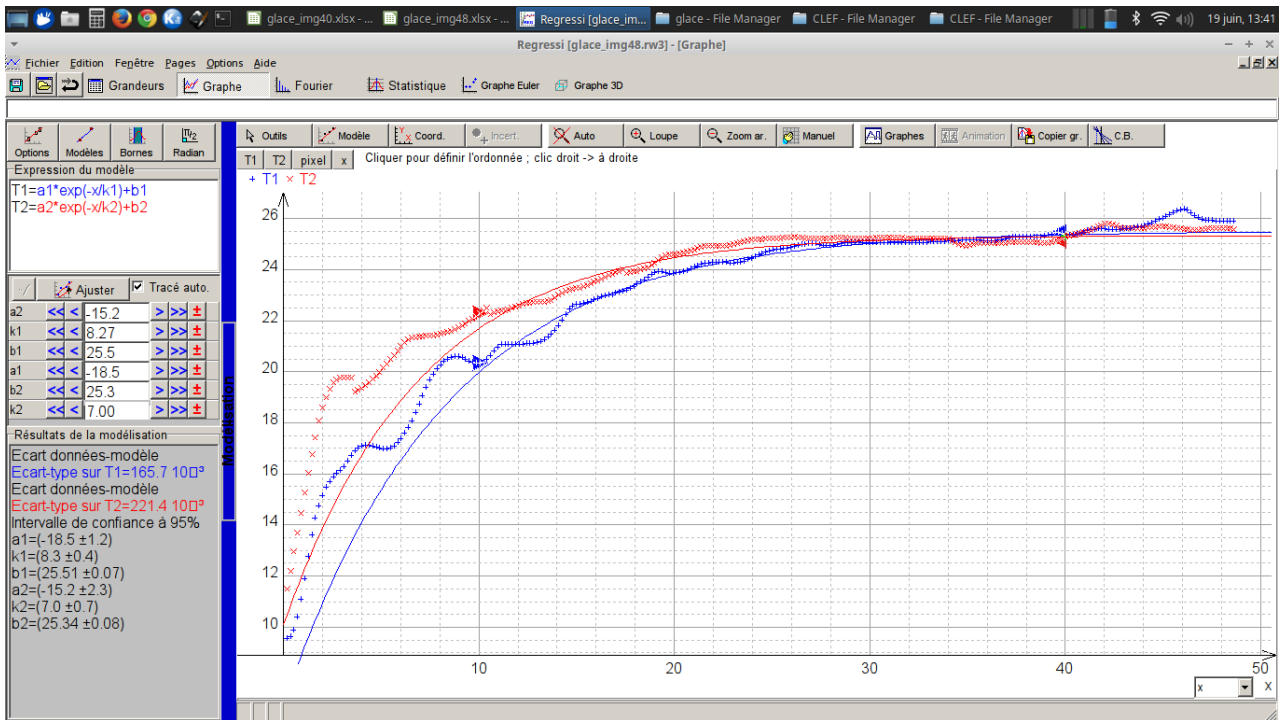
On constate de la condensation sur le bas des barres, ce qui perturbe probablement fortement le champ de température à la surface de la barre : l'eau condense/s'évapore et est à une température qui ne traduit pas celle de la barre, et ces changements d'état endo/exo-thermiques changent la valeur effective de h . La présence d'eau change aussi tout simplement la nature de l'interface avec l'air. Si on ne fait rien on a un profil de variation très abrupte, pas du tout exponentiel.

On a donc essayé la condensation avant de prendre la photographie suivante :



Expérience img48.

Le problème est que cet essuyage avec un chiffon à température ambiante change la température de surface de la barre, et ne change pas non plus le fait que la valeur effective de h était différente... On peut tout de même analyser les courbes obtenues :



Courbes donnant T en fonction de la position (en m) pour chacune des deux barres. Aluminium en bleu, laiton en rouge (démarrant vers 40°C).

Les coefficients dans l'exponentielle donnent des profondeurs de peau :

$$\begin{aligned} \delta_1 &= 8.3 \text{ cm} \\ \delta_2 &= 7.0 \text{ cm.} \end{aligned} \quad (15)$$

C'est quatre fois moins qu'avec le bain thermique chaud, signe d'un problème...

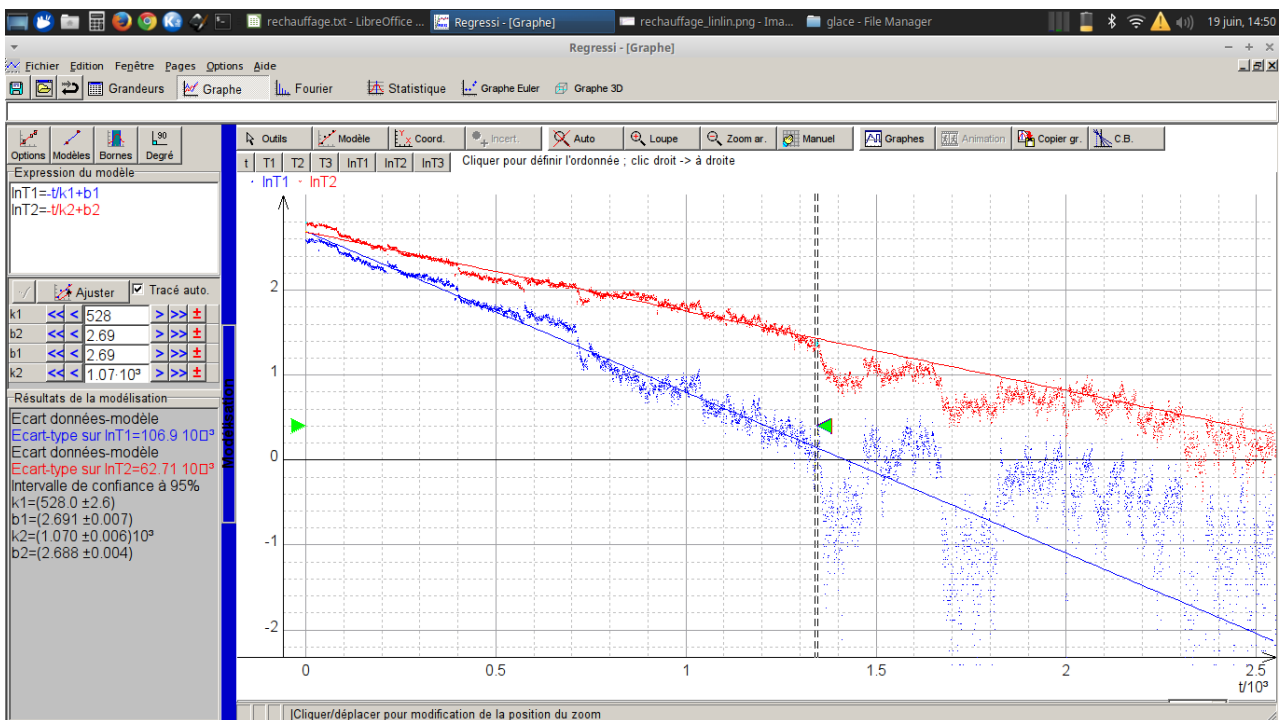
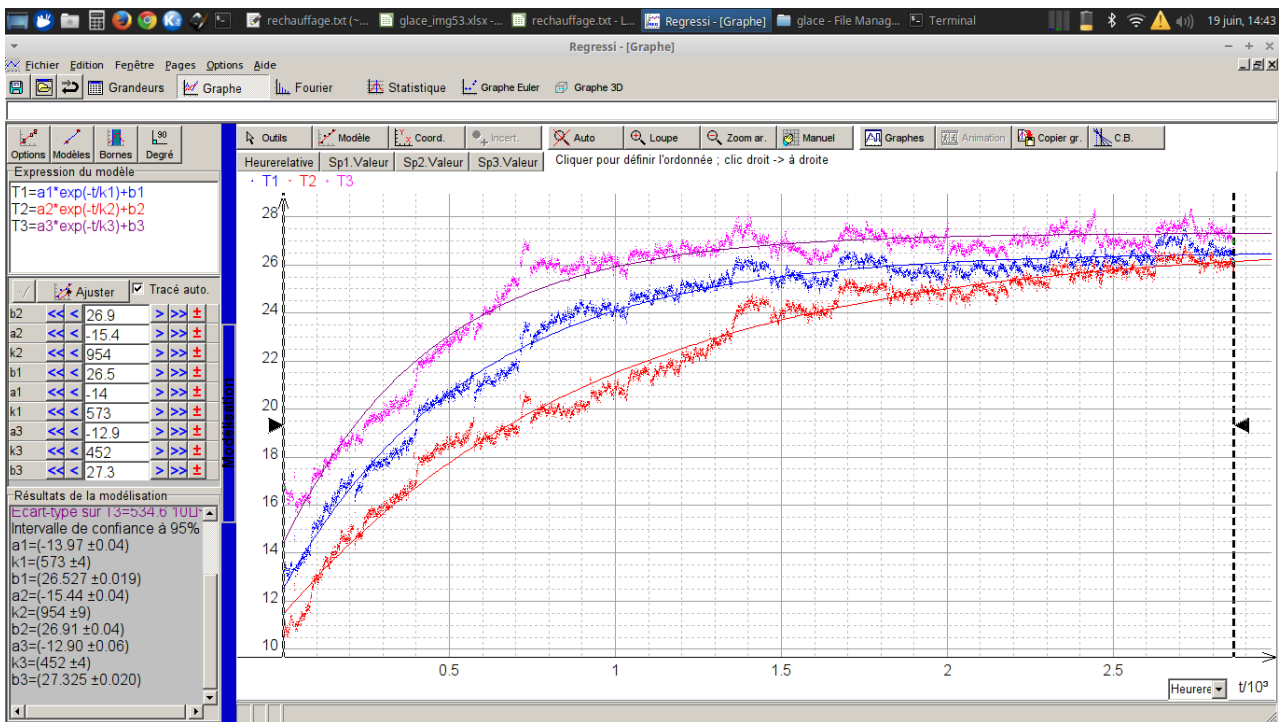
Avec la mesure de h dans la partie suivante on peut obtenir les conductivités :

$$\begin{aligned} \lambda_1 &= 25 \text{ W} \cdot \text{m}^{-1} \cdot \text{K}^{-1} \\ \lambda_2 &= 15 \text{ W} \cdot \text{m}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}. \end{aligned} \quad (16)$$

C'est un facteur 10 en dessous des valeurs tabulées !

VI.2 Réchauffage en un point de la barre

On retire le thermostat et on laisse les barres se réchauffer, en suivant la température en un point de chacune.



Courbes de réchauffage, chacune pour une des deux barres, en un point donné de la barre. En bas on a tracé $\ln(T - b)$ en fonction de t avec b issu du fit sur la figure du haut.

Aluminium en bleu (courbe intermédiaire figure 1, et la plus pentue figure 2), laiton en rouge (courbe basse figure 1, la moins pentue figure 2).

$$\begin{aligned} \tau_1 &= (6.0 \pm 0.3) \times 10^2 \text{ s} \\ \tau_2 &= (10.5 \pm 0.5) \times 10^2 \text{ s.} \end{aligned} \quad (17)$$

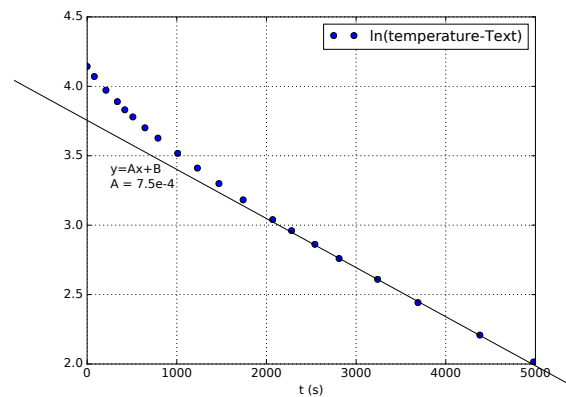
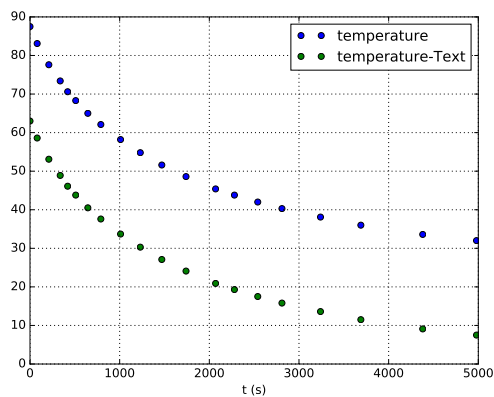
On peut en déduire des valeurs de h en utilisant $h = \frac{R\rho c}{2\tau}$:

$$\begin{aligned} h_1 &= (16.8 \pm 0.5) \text{ W} \cdot \text{m}^{-2} \cdot \text{K}^{-1} \\ h_2 &= (13.5 \pm 0.7) \text{ W} \cdot \text{m}^{-2} \cdot \text{K}^{-1}. \end{aligned} \quad (18)$$

Rien de choquant ici, ce sont des valeurs cohérentes avec celles tabulées et il n'est pas étonnant de trouver quelque chose de légèrement différent que dans le cas du refroidissement.

VII Un autre exemple : étude du refroidissement d'une tasse de thé

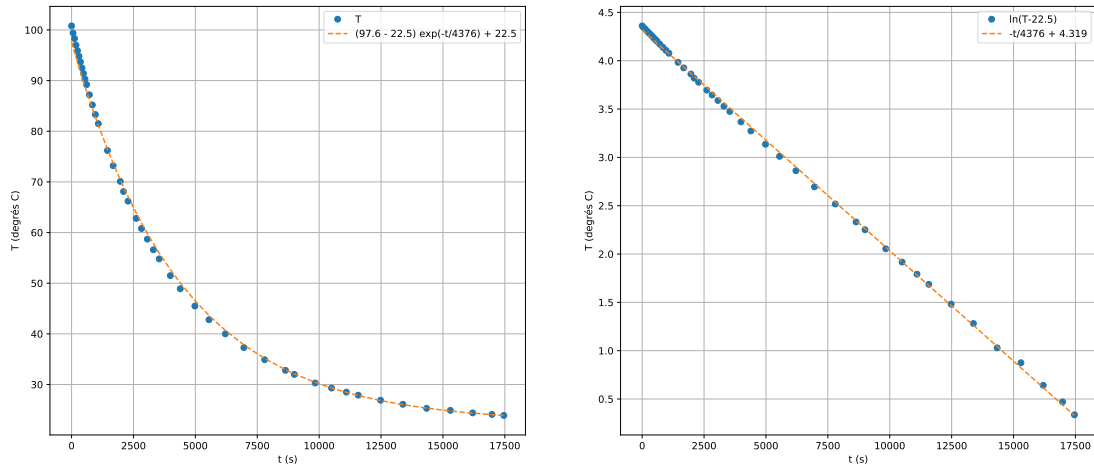
On étudie le refroidissement d'une tasse de thé, en mesurant la température au cours du temps à l'aide d'un thermomètre de cuisine. L'eau versée est initialement à $T_0 = 87.5^\circ\text{C}$. La masse d'eau est de 260 g, celle de la tasse est de 120 g. On donne la capacité thermique massique de l'eau liquide : $c = 4.2 \times 10^3 \text{ J} \cdot \text{kg}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$. La capacité thermique massique du matériau constituant la tasse est environ dix fois moindre.



Température en fonction du temps pour une tasse d'eau chaude. On remarque qu'aux températures élevées le modèle exponentiel ne convient pas. Il est correct au bout de 2000 s, quand $T - T_{\text{ext}}$ devient inférieur à 20°C .

Et une version qui évite l'évaporation et qui est bien meilleure :





Durée totale : 4h50. $T_{\text{ext}} = 22,5^\circ\text{C}$ mesuré au thermomètre. Les autres paramètres ont été obtenu sur le fit de droite par régression linéaire.

VIII Discussion sur les effets qui peuvent mener à faire varier h

VIII.1 Effet du transfert thermique barre-extérieur par rayonnement

Une remarque théorique sur le fait que h peut dépendre de la température et ainsi invalider une loi en exponentielle décroissante.

La puissance surfacique cédée à l'extérieur par rayonnement est :

$$\Phi = \sigma(T^4 - T_{\text{ext}}^4) \quad (19)$$

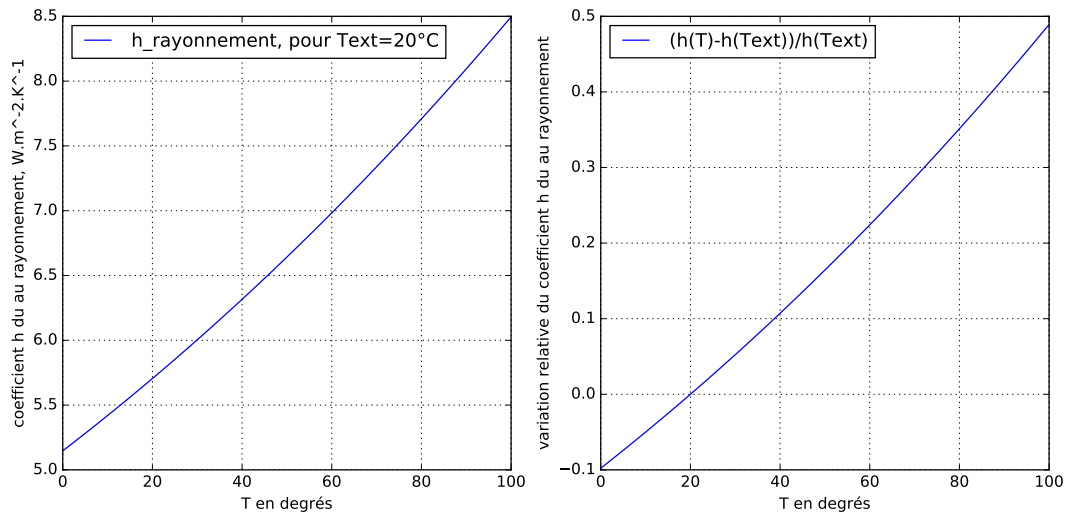
avec $\sigma = 5.67 \times 10^{-8} \text{ W} \cdot \text{m}^{-2} \cdot \text{K}^{-4}$ la constante de Stefan.

Ceci peut se mettre sous la forme d'une loi en $\Phi = h_{\text{ray}}(T - T_{\text{ext}})$, en posant $h_{\text{ray}} = \sigma(T^4 - T_{\text{ext}}^4)/(T - T_{\text{ext}})$, soit encore

$$h_{\text{ray}} = \sigma(T + T_{\text{ext}})(T^2 + T_{\text{ext}}^2). \quad (20)$$

Ainsi le coefficient h_{ray} dépend de la température, il n'est donc pas uniforme le long de la barre. Il vaut autour de $6 \text{ W} \cdot \text{m}^{-2} \cdot \text{K}^{-1}$ à température ambiante, ce qui n'est pas négligeable devant le coefficient total pour des échanges solide-air qui est de l'ordre de 10 à $15 \text{ W} \cdot \text{m}^{-2} \cdot \text{K}^{-1}$ (valeur mesurée, qui inclue en fait les $6 \text{ W} \cdot \text{m}^{-2} \cdot \text{K}^{-1}$ dus au rayonnement).

Pour qu'il puisse être considéré comme environ constant (ce qui est nécessaire si on veut résoudre analytiquement les équations), il faut travailler dans une gamme de températures pas trop étendue. Le graphique ci-dessous montre par exemple que $h_{\text{ray}}(T)$ varie de 10% si la gamme de températures s'étend de $T = 20^\circ\text{C}$ à 40°C , de même si elle s'étend de 0°C à $T = 20^\circ\text{C}$, ce qui reste raisonnable.



Cette variation de $h_{\text{ray}}(T)$ est en tout cas un candidat pour expliquer la décroissance non exponentielle de la température : quand T est élevée h_{ray} est important et la décroissance est plus rapide, comme constaté sur les courbes de refroidissement.

VIII.2 Autres effets

- On peut s'attendre à ce que le coefficient h lié aux transferts purement conducto-convectif dépende aussi de T : transport plus efficace si T élevé car convection plus forte.
- Proximité de la source chauffante qui perturbe le champ de température et chauffe les barres (air chaud ascendant, vapeur d'eau).
- Dans le cas de la tasse de thé on a un refroidissement par évaporation, plus ou moins fort selon la température de l'eau.
- Dans le cas du bain froid la condensation change le bilan thermique et les échanges thermiques.

VIII.3 Bilan

On voit sur l'exemple de la tasse qu'on a un écart à la loi exponentielle lorsque $T - T_{\text{ext}} \geq 20^\circ\text{C}$, mais que la loi de Newton est bien vérifiée dans le cas de la bouteille fermée. C'est donc l'évaporation qui semble expliquer les écarts.

Du côté des barres métalliques chauffées, suivies avec la caméra thermique, on a des écarts à la loi de Newton pour le refroidissement au cours du temps lorsque $T - T_{\text{ext}} \geq 15^\circ\text{C}$ (partie IV), mais ceci est expliqué par des raisons théoriques autres que h non constant, cf plus haut. Concernant les barres posées horizontalement sur la plaque chauffante en régime permanent (partie III), on a des écarts à la loi exponentielle lorsque $T - T_{\text{ext}} \geq 25^\circ\text{C}$.