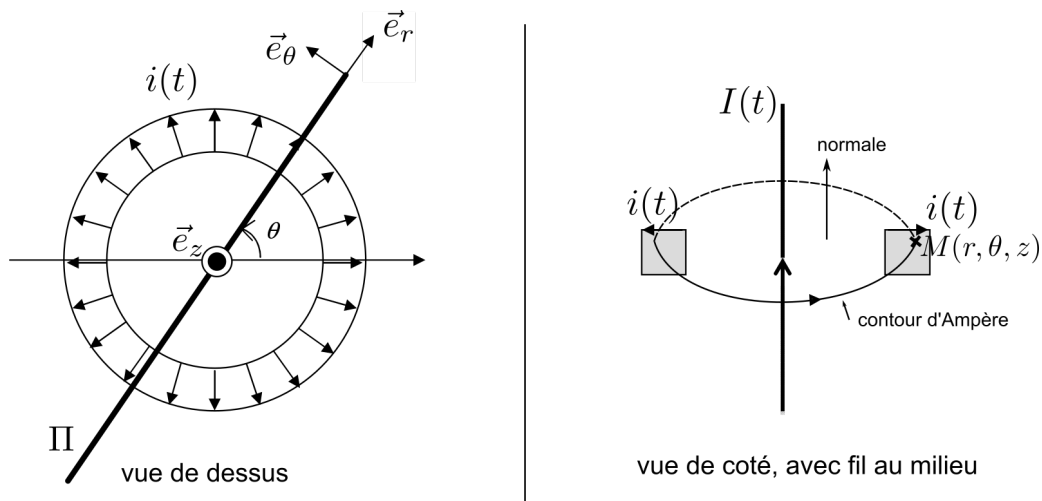


Correction – DM 16 – Pince ampèremétrique

D'après CCP 2014.



- 1 - a - On considère un point M . Le plan $(M, \vec{e}_r, \vec{e}_z)$, noté Π sur le schéma ci-dessus, est un plan de symétrie de la distribution de courants.

Conséquence : le champ \vec{B} au point M est orthogonal à ce plan. Il est donc selon \vec{e}_θ .

On a donc $\vec{B} = B_\theta(r, \theta, z, t)\vec{e}_\theta$ (en régime variable il y a également la dépendance en t).

- b - La distribution de courants est invariante par rotation autour de l'axe z (d'angle θ). Les composantes de \vec{B} ne dépendent donc pas de la coordonnée θ .

On a donc $\vec{B} = B_\theta(r, z, t)\vec{e}_\theta$.

- c - On va utiliser le théorème d'Ampère.

★ On considère un point M de coordonnées (r, θ, z) , qui est à l'intérieur des spires.

★ Le contour choisi est un cercle dont le centre est sur l'axe z , perpendiculaire à l'axe z , et passant par le point M (donc de rayon r).

On oriente ce contour pour que sa normale soit orientée selon $+\vec{e}_z$. D'après la règle de la main droite, il faut donc procéder comme sur la figure. On a alors $d\vec{l} = dl\vec{e}_\theta$. D'où :

$$\oint_C \vec{B} \cdot d\vec{l} = \oint_C B_\theta(r, z, t)\vec{e}_\theta \cdot dl\vec{e}_\theta = B_\theta(r, z, t) \oint_C dl = B_\theta(r, z, t) \times 2\pi r.$$

★ On exprime ensuite le courant enlacé : $I_{\text{enlacé}} = I(t) + Ni(t)$ car dans le contour passent le fil du centre (courant $I(t)$), et chacune des N spires (courant $i(t)$ par spire).

★ On applique le théorème d'Ampère : $\oint_C \vec{B} \cdot d\vec{l} = \mu_0 I_{\text{enlacé}}$, ce qui donne, après avoir isolé B_θ :

$$B_\theta(r, z, t) = \frac{\mu_0(I(t) + Ni(t))}{2\pi r}, \quad \text{d'où } \vec{B} = \frac{\mu_0(I(t) + Ni(t))}{2\pi r} \vec{e}_\theta.$$

- 2 - a - Il s'agit du phénomène d'induction : la présence d'un courant $I(t)$ variable dans le fil central crée un champ magnétique variable, dont le flux à travers les spires varie, ce qui crée une fem induite et donc un courant dans les spires.

b - Elle est orientée selon $+\vec{e}_\theta$.

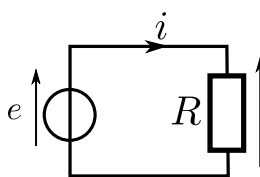
c -

$$\begin{aligned}
 \Phi &= \iint_{S \text{ une spire}} \vec{B} \cdot d\vec{S} \\
 &= \int_{r=2a}^{3a} \int_{z=-a/2}^{a/2} \frac{\mu_0(I(t) + Ni(t))}{2\pi r} \vec{e}_\theta \cdot dS \vec{e}_\theta \\
 &= \int_{r=2a}^{3a} \int_{z=-a/2}^{a/2} \frac{\mu_0(I(t) + Ni(t))}{2\pi r} dS \\
 &= \int_{r=2a}^{3a} \int_{z=-a/2}^{a/2} \frac{\mu_0(I(t) + Ni(t))}{2\pi r} dr dz \\
 &= \frac{\mu_0(I(t) + Ni(t))}{2\pi} \int_{r=2a}^{3a} \frac{dr}{r} \int_{z=-a/2}^{a/2} dz \\
 &= \frac{\mu_0(I(t) + Ni(t))}{2\pi} \times \ln \frac{3a}{2a} \times a \\
 \boxed{\Phi = \frac{\mu_0(I + Ni)}{2\pi} a \ln \frac{3}{2}}.
 \end{aligned}$$

d - On vient de donner l'expression du flux du champ magnétique à travers une spire. Or la pince comporte N spires. Le flux Φ_{tot} à travers tout le bobinage de la pince ampèremétrique est donc

$$\boxed{\Phi_{\text{tot}} = \frac{\mu_0 N(I + Ni)}{2\pi} a \ln \frac{3}{2}}.$$

e - La fem induite est en convention générateur, et sa valeur est donnée par la loi de Faraday :



$$e = -\frac{d\Phi_{\text{tot}}}{dt} = -\frac{\mu_0 Na}{2\pi} \left(\frac{dI}{dt} + N \frac{di}{dt} \right) \ln \frac{3}{2}.$$

f - On écrit l'équation électrique du circuit à l'aide d'une loi des mailles :

$$\text{on a } e = Ri, \text{ soit } -\frac{\mu_0 Na}{2\pi} \left(\frac{dI}{dt} + N \frac{di}{dt} \right) \ln \frac{3}{2} = Ri.$$

Après réarrangements on a :

$$\boxed{N \frac{di}{dt} + \frac{2\pi R}{\mu_0 Na \ln \frac{3}{2}} i(t) = -\frac{dI}{dt}}.$$

g - Si on néglige le terme en $i(t)$ dans l'équation précédente, il reste $N \frac{di}{dt} = -\frac{dI}{dt}$.

En intégrant et en ne tenant pas compte des constantes d'intégration, on a alors $\boxed{i(t) = -\frac{I(t)}{N}}$.

On voit donc, finalement, que la mesure de $i(t)$ par l'ampèremètre de la pince permet de remonter facilement au courant $I(t)$.

Remarque : On constate que prendre un nombre N élevé de spires réduit le courant $i(t)$ dans la pince. Mais l'avantage d'un N élevé est de réduire le facteur devant $i(t)$ dans l'équation différentielle, et donc d'augmenter la gamme de fréquences dans laquelle la pince fonctionne selon l'équation simple $i = -I/N$.

3 - Non, car si I ne dépend pas du temps, alors le champ magnétique ne dépend pas du temps non plus, et donc la fem induite est nulle ($e = -d\Phi_{\text{tot}}/dt = 0$). On voit donc sur le schéma électrique que le courant $i(t)$ est donc nul.

(Cela ne se voit pas sur le résultat de la question précédente car on a négligé un terme dans l'équation différentielle, ce qui n'est possible qu'à assez hautes fréquences, et donc pas si $I(t)$ est constant.)