Partie II – chapitre 7

Correction – DM 12 – Étude du cycle de Rankine

I Thermodynamique : étude du cycle de Rankine

Extrait de CCP TSI 2012.

1. Voir document 1.

2. Pour le point 3 : on connaît $T_3 = 500°\text{C}$, et on sait en plus que l'évolution 2→3 est isobare, donc $p_3 = p_2 = 50\,\text{bar}$. Ceci permet de placer le point 3.

Pour tracer toute l'évolution 2→3, on suit l'isobare $p = 50\,\text{bar}$.

Pour le point 4, on sait que 3→4 est isentropique. En partant de l'état 3 sur le diagramme, on doit descendre en ligne droite. On s'arrête lorsqu'on est à la température T_1, car on sait qu'on doit ensuite aller de 4 à 1 à l'aide d'un changement d'état isobare isotherme.

3. On lit : $T_1 = 100°\text{C}$, $h_3 \simeq 3.5 \times 10^3\,\text{kJ/kg}$, $h_4 = 2.6 \times 10^3\,\text{kJ/kg}$, $s_4 = 7.0\,\text{kJ}\cdot\text{kg}^{-1}\cdot\text{K}^{-1}$, $s_v(T_1) = 7.38\,\text{kJ}\cdot\text{kg}^{-1}\cdot\text{K}^{-1}$, $s_l(T_1) = 1.35\,\text{kJ}\cdot\text{kg}^{-1}\cdot\text{K}^{-1}$.

4. L'entropie massique étant une grandeur extensive, on a : $s_4 = x_4 s_v(T_4) + (1 - x_4)s_l(T_4)$ (x_4 est le titre vapeur, $1 - x_4$ est le titre en liquide). Comme $T_4 = T_1$, on a aussi $s_4 = x_4 s_v(T_1) + (1 - x_4)s_l(T_1)$. On en déduit

$$\boxed{x_4 = \frac{s_4 - s_l(T_1)}{s_v(T_1) - s_l(T_1)},} \quad \text{d'où} \quad \boxed{x_4 = 0.94.}$$

5. On est en régime stationnaire. On applique le premier principe au système ouvert {fluide en écoulement dans le GV} entre les états 2 et 3 : $\Delta h = q_{\text{GV}} + w_i$.

On a négligé Δe_c et $\Delta(gz)$. De plus il n'y a pas de parties mobiles, donc $w_i = 0$.

Donc

$$\boxed{q_{\text{GV}} = h_3 - h_2,} \quad \text{soit} \quad \boxed{q_{\text{GV}} = 3.0 \times 10^3\,\text{kJ/kg}.}$$

Ce transfert thermique est positif car le fluide reçoit effectivement un apport de chaleur lorsqu'il traverse la chaudière.

6. De même pour le condenseur, on a

$$\boxed{q_{\text{cond}} = h_1 - h_4 = -2.2 \times 10^3\,\text{kJ/kg}.}$$

Ce transfert thermique est négatif car le fluide se liquéfie dans le condenseur, il cède donc un transfert thermique positif au milieu extérieur.

7. Système (fermé) : masse m de fluide caloporteur en circulation dans la machine thermique.

Transformation : un cycle.

On applique le premier principe sur un cycle au fluide caloporteur : $\Delta U = W + Q$.

On a $\Delta U = 0$ car U est une fonction d'état et il s'agit d'un cycle. On a $Q = Q_{\text{GV}} + Q_{\text{cond}}$ car dans les autres étapes il n'y a pas d'échange d'énergie thermique.

Comme par définition $Q_{\text{GV}} = m\,q_{\text{GV}}$ et $Q_{\text{cond}} = m\,q_{\text{cond}}$, on en déduit finalement

$$\boxed{W = -m(q_{\text{GV}} + q_{\text{cond}}).}$$

8. Le rendement η du cycle est $\eta = \frac{\text{grandeur utile}}{\text{grandeur coûteuse}}$.

- La grandeur utile est le travail récupéré au cours du cycle : $-W$ (W est reçu par le fluide, donc négatif pour un moteur).

- La grandeur coûteuse est la chaleur que l'on fournit dans le GV (c'est là que l'on chauffe pour faire fonctionner la machine) : Q_{GV}.

Donc $\eta = \dfrac{-W}{Q_{\text{GV}}} = \dfrac{m(q_{\text{GV}} + q_{\text{cond}})}{Q_{\text{GV}}}$,

$$\text{d'où } \boxed{\eta = 1 + \frac{q_{\text{cond}}}{q_{\text{GV}}},} \text{ soit } \boxed{\eta = 0.3.}$$

9. Si on estime que le sous-marin a besoin d'une puissance motrice $|\mathcal{P}| = 60\,\text{MW}$ sur l'arbre en sortie de la turbine, alors la puissance thermique apportée par le réacteur nucléaire doit être

$$\boxed{P_{\text{GV}} = \frac{|\mathcal{P}|}{\eta} = 0.2\,\text{GW}.}$$

10. $\star$ On est en régime stationnaire. On applique le premier principe au système ouvert {fluide en écoulement dans la pompe} entre les états 1 et 2 : $\Delta h = q_{\text{pompe}} + w_{i,\text{pompe}}$.

On a négligé Δe_c et $\Delta(gz)$. De plus il n'y a pas de parties mobiles, donc $w_i = 0$.

La pompe est supposée parfaitement calorifugée, donc $q_{\text{pompe}} = 0$.

Donc

$$\boxed{w_{i,\text{pompe}} = h_2 - h_1,} \text{ soit } \boxed{w_{i,\text{pompe}} = 35\,\text{kJ/kg}.}$$

Ce travail est positif : le fluide reçoit effectivement un travail lorsqu'il est comprimé.

$\star$ De même pour la turbine :

$$\boxed{w_{i,\text{turb}} = h_4 - h_3,} \text{ soit } \boxed{w_{i,\text{turb}} = -9 \times 10^2\,\text{kJ/kg}.}$$

Ce travail est négatif, c'est en fait que le fluide cède un travail au milieu extérieur lors de cette étape (ce qui est justement le rôle d'une turbine).

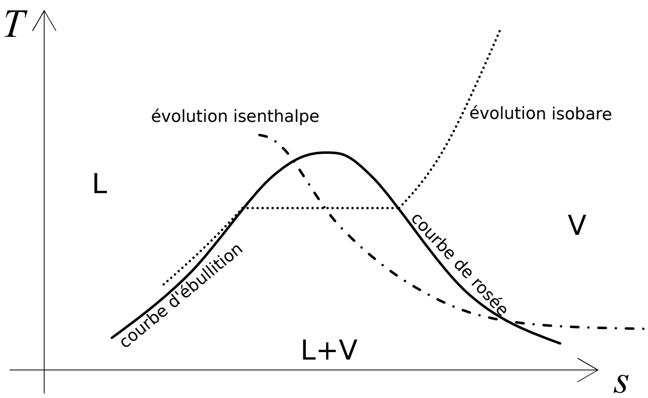
$\star$ La pompe étant alimenté par la turbine, le travail net vers le milieu extérieur, que l'on récupère sur l'arbre moteur, est donc $\boxed{w_{\text{net}} = |w_{i,\text{turb}}| - |w_{i,\text{pompe}}|.}$

Soit, étant donné les signes : $\boxed{w_{\text{net}} = -w_{i,\text{turb}} - w_{i,\text{pompe}}.}$

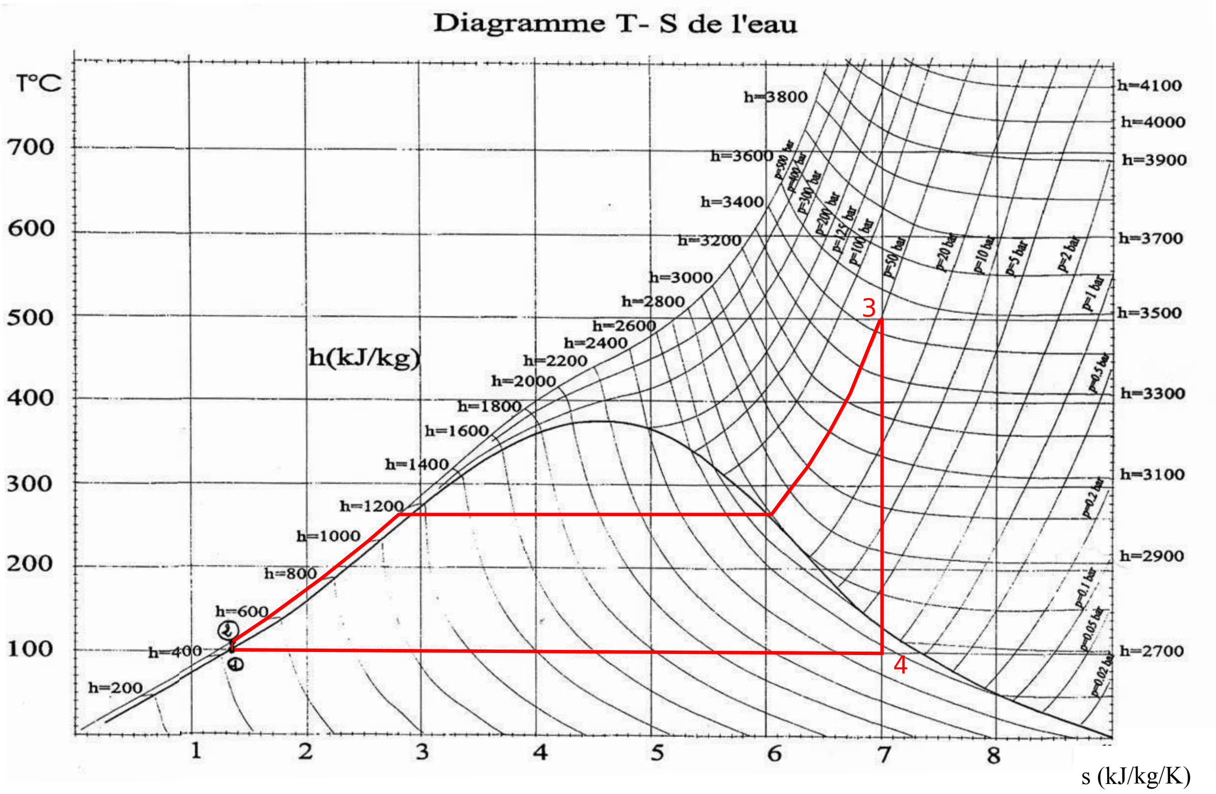
A.N. : $\boxed{w_{\text{net}} = 865\,\text{kJ/kg}.}$

On remarque que le travail nécessaire au fonctionnement de la pompe est négligeable devant celui produit par la turbine. C'est toujours le cas dans ce type de cycle à vapeur, car la compression d'un liquide demande peu de travail en comparaison de celui récupéré lors de la détente d'une vapeur.

$\star$ On a $\mathcal{P} = D_m w_{\text{net}}$, le débit massique doit donc être $\boxed{D_m = \dfrac{\mathcal{P}}{w_{\text{net}}} = 69\,\text{kg/s}.}$



(doc. 1)



(doc. 2) Tracé du cycle sur le diagramme T-s.