LP 30
20 octobre 2016

Rayonnement dipolaire électrique

Présentée par ...
Correcteurs : Mickaël Melzani [1] et Alain Villaume.

Commentaires généraux

La leçon présentée est globalement satisfaisante, et on voit clairement que le travail fourni a été conséquent et que les différentes notions sont maîtrisées.

On regrette cependant une présentation un peu trop mathématique et pas assez tournée vers la physique. En particulier :

- Il est bon d'annoncer dès l'introduction que l'on va, au cours de cette leçon, expliquer le bleu du ciel et le rouge du coucher de soleil.

  De manière générale, le jury insiste sur la "mise en scène" de la leçon. Citons le rapport de l'an dernier : "Des leçons dont la logique de développement est **susceptible de captiver les étudiants** sont attendues." "Le recours à la contextualisation est impératif. Divers appuis sont utilisables **au plus tôt** pendant la séquence d'enseignement : observation de la vie courante, expériences réelles ou de pensées, simulations informatiques, systèmes industriels..."

  Il ne faut bien sûr pas en abuser et rester raisonnable, mais il sera donc apprécié de faire références à des expériences ou observations pour motiver la leçon.

  C'est d'ailleurs ce qui a été fait ici avec l'expérience de diffusion dans de l'eau+lait dans la partie II, et il faut bien sûr conserver cette expérience.
- Il faut parsemer la leçon d'ordres de grandeurs. Par exemple ici : les distances à partir desquelles on est en zone de rayonnement pour des ondes radio ou visible ou UV ; l'ordre de grandeur de ω_0, Q, τ dans le modèle de l'électron élastiquement lié (c'était ici le cas pour ω_0 et Q, mais pas pour τ il me semble) ; si on traite la couleur du ciel, les distances caractéristiques d'atténuation du rouge et du bleu et l'épaisseur de l'atmosphère.
- Lorsque l'on effectue des approximations, il faut discuter leur sens physique. Ici on peut indiquer que $l \ll cT$ signifie que l'on "voit" toute la source au même instant (cf partie correspondante ci-dessous), etc...
- Il faut beaucoup plus discuter de la structure du rayonnement dipolaire dans la zone de rayonnement. Par exemple en montrant un transparent qui énonce clairement les points clés : structure localement plane de l'onde et sa polarisation, indicatrice de rayonnement (qu'il faut d'ailleurs absolument montrer, si possible en 3D), décroissance en $1/\rho$, conservation du flux de $\vec{\Pi}$ à travers une surface.
- Dans le même ordre d'idée, citons encore le rapport du jury : "Il est **crucial** de motiver la nécessité de faire le calcul et d'en présenter l'objectif **avant de le mener**, puis d'en dégager **le sens physique**."
- À propos de l'usage des transparents : le rapport du jury (encore lui) indique qu'on peut les utiliser lorsque les calculs sont trop long, à condition d'"avoir le temps de lire le transparent", et à condition que le "gain de temps correspondant soit consacré à une interprétation ou à des commentaires physiques des résultats."

À propos du plan

Par rapport au plan présenté, il faut le modifier pour dégager du temps afin de détailler (i) la structure et les propriétés du rayonnement dipolaire, (ii) les longueurs d'atténuation du rouge et du bleu dans le ciel, (iii) l'interprétation de la manipulation.

On peut donc penser aux suggestions suivantes :

- Ne pas parler des antennes (c'est même plus qu'une suggestion : soit on leur consacre une vraie partie à la place du bleu du ciel par exemple, soit on n'en parle pas du tout).
- Ne pas forcément parler du cas de la charge unique accélérée (avec production de rayons X, etc...).
- Faire le schéma de l'expérience sur transparent (c'est également plus qu'une suggestion : faites les schémas des expériences sur transparent).

1. (mickael.melzani@gmail.com, www.mmelzani.fr)

- Aller plus vite sur le modèle de l'électron élastiquement lié. On peut mettre sur transparent les hypothèses de départ et une bonne partie des calculs (en les commentant tout de même). On peut aussi envisager de ne pas détailler le modèle, en disant qu'on admet que pour des pulsations de forçage ω dans le visible, la réponse de la matière est "plate", et qu'on peut par ailleurs le démontrer avec le modèle de l'électron élastiquement lié.

Rappelons enfin que plusieurs plans sont possibles, et que c'est à vous de choisir.

Retour sur la leçon

Introduction

Bien. Comme dit plus haut, on peut ajouter qu'on va expliquer la couleur du ciel.

I - Dipôle rayonnant

1. Potentiel vecteur d'une distribution de charges

La démarche utilisée est la bonne.

Il faut être plus clair sur les hypothèses que l'on fait pour calculer le champ. Il y en a deux :

— On se place loin, $l \ll \rho$. Dans l'expression de $\vec{A}$ ceci permet de dire $\dfrac{1}{P_iM} \simeq \dfrac{1}{\rho}$.

— On voit toute la source au même temps, c'est-à-dire que le temps de propagation de l'information ou des champs au sein de la source est considéré comme instantané. Plus précisément : le temps de propagation des champs dans la source, qui est $(\text{taille de la source})/c = \dfrac{l}{c}$, est petit devant le temps de variation des sources que l'on note T : donc on a $l \ll cT$. Dans l'expression de $\vec{A}$, ceci permet de dire que $\vec{v}_i(t - P_iM/c) \simeq \vec{v}_i(t - \rho/c)$.

On peut lier ceci au fait que la vitesse des charges est non relativiste : il faut alors admettre que le temps de variation des sources est $T \sim l/v_{\text{charge}}$, auquel cas on a $T \sim l/v_{\text{charge}} \gg l/c$. Mais il ne semble pas nécessaire de passer par là.

2. et 3.

Comme dit dans les commentaires généraux, il faut impérativement plus discuter des propriétés de l'onde rayonnée, donner des ordres de grandeur de la distance à partir de laquelle on est en zone de rayonnement, etc (voir commentaires généraux).

II - Interaction lumière-matière

Présenter la manipulation dès le départ de cette partie est une très bonne idée. Ceci suscite l'interrogation des "élèves" et motive la partie qui va suivre.

Il serait bon de motiver la nécessité de faire un modèle de la matière, en effectuant une transition entre la partie I et celle-ci : la partie précédente a permis de trouver le lien entre le dipôle $\vec{p}$ et la puissance rayonnée ; il faut maintenant trouver un modèle pour voir comment répond la matière à une excitation donnée en fonction de sa fréquence, c'est-à-dire trouver la fonction $\alpha(\omega)$ dans la relation $\vec{p}_\omega = \epsilon_0\alpha(\omega)\vec{E}_\omega$.

L'expérience doit obligatoirement être interprétée en détail. Ici le temps a manqué pour le faire.

Si l'on effectue l'application sur la couleur du ciel, il faut impérativement évaluer l'ordre de grandeur de la longueur typique d'absorption du rouge et du bleu, et calculer par exemple au bout de quelle distance on a deux fois plus de rouge que de bleu. Pour que le modèle soit valide il faut que cette distance soit raisonnable (à comparer avec l'épaisseur de l'atmosphère, qui est d'une vingtaine de kilomètres). Ceci est détaillé dans le livre de Garing, Ondes électromagnétiques dans le vide et les milieux conducteurs (et dans le Sanz d'après Thibaut).

Conclusion

L'ouverture sur les milieux diélectriques et conducteurs est bonne. Il faut alors s'attendre à d'éventuelles questions dessus, mais vous aurez le temps de vous familiariser avec des milieux en préparant les deux leçons correspondantes !

Retour sur les questions

Les questions posées par le jury (et par les correcteurs) ont pour but de revenir sur les points peu clairs de la leçon, et ensuite de tester plus largement vos connaissances.

On reprend ci-dessous quelques-unes des questions abordées.

⋆ Que se passe-t-il si l'on n'utilise pas la jauge de Lorenz ? On n'a alors pas l'expression des potentiels retardés.

⋆ Comment est modifiée l'indicatrice de rayonnement dans le cas relativiste ? Dans ce cas les potentiels à utiliser sont ceux de Lienard-Wiechert. Si l'on considère une charge en mouvement circulaire uniforme (à cause d'un champ magnétique par exemple), la puissance reçue par un observateur est alors concentrée dans un cône de demi-angle d'ouverture $1/\gamma$ (γ est le facteur de Lorentz) autour de la vitesse de la charge (dans le cas du mouvement circulaire le vecteur vitesse est tangent au cercle, le vecteur accélération ainsi donc que $\dot{\vec{p}}$ pointent vers le centre du cercle).

Cette propriété est utilisée dans des accélérateurs comme le synchrotron à Grenoble, qui produit des rayons X destinés à des applications d'étude de la matière ou médicales ou autres.

⋆ Dans le modèle de l'électron élastiquement lié, d'où provient la force de rappel qui est proportionnelle à $\vec{r}$? On peut effectivement la démontrer simplement en considérant la force exercée par le noyau sur le nuage chargé négativement, à condition que celui-ci ne se sépare pas du noyau.

⋆ Toujours dans le modèle de l'électron élastiquement lié, comment justifier la force de frottement $\vec{F}_0 = -m\tau^{-1}\vec{v}$?

Précisons d'abord que cette force de freinage provient du fait que si l'électron rayonne de l'énergie, alors il doit perdre de l'énergie cinétique. Dans la partie I on a montré que la puissance rayonnée par une charge accélérée est proportionnelle à $|\ddot{p}|^2$, donc à ω^4. Si on veut une force $\vec{F}_{\text{ray}}$ telle que sa puissance soit aussi proportionnelle à ω^4, alors il faut que $\vec{F}_{\text{ray}} \cdot \vec{v} \propto \omega^4$. Comme $\vec{v} \propto \omega$, on doit avoir $\vec{F}_{\text{ray}} \propto \omega^3$. Ce qui n'est pas le cas de la forme $\vec{F}_0 = -m\tau^{-1}\vec{v} \propto \omega$!

Plus rigoureusement, la force en question est appelée force de réaction au rayonnement, et son expression est donnée par la formule de Abraham-Lorentz [2] :

$$\vec{F}_{\text{ray}} = m\tau' \dddot{\vec{r}} \quad \text{avec} \quad \tau' = e^2/(6\pi\epsilon_0 mc^3) \sim 10^{-22}\,\text{s}.$$

Elle est bien en ω^3. Avec cette force, l'équation du mouvement est en fait

$$m\left(\ddot{\vec{r}} - \tau'\dddot{\vec{r}} + \omega_0^2\vec{r}\right) = -Ze\vec{E}(t).$$

On peut alors suivre le cours d'Aspect (ou Jackson §17.8 de la 2nd édition anglaise) et passer en notation complexe. Les ordres de grandeurs montrent qu'on est dans la limite où $\boxed{\omega_0\tau' \ll 1}$. Dans cette limite, les deux références précédentes montrent que la solution s'écrit à l'ordre 1 :

$$r(t) = r_0 \exp(-\tau'\omega_0^2 t/2)\, \cos\omega_0 t.$$

Une fois cette solution obtenue on peut, toujours à l'ordre 1, calculer : $\dot{r} = -r_0\omega_0 \exp(-\tau'\omega_0^2 t/2)\, \sin\omega_0 t$, et $\dddot{r} = r_0\omega_0^3 \exp(-\tau'\omega_0^2 t/2)\, \sin\omega_0 t$. On a donc $\dddot{r} = -\omega_0^2\dot{r}$, et donc $\vec{F}_{\text{ray}} = m\tau'\dddot{\vec{r}} \simeq -m\omega_0^2\tau'\dot{\vec{r}}$, ce qui est bien égal a $\vec{F}_0 = -m\tau^{-1}\dot{\vec{r}}$ à condition de poser $\tau^{-1} = \omega_0^2\tau'$!

On peut donc justifier, dans le cas où $\omega_0\tau' \ll 1$, que la force d'Abraham-Lorentz s'écrit

$$\vec{F}_{\text{ray}} = m\tau'\dddot{\vec{r}} \simeq -m\omega_0^2\tau'\dot{\vec{r}}.$$

⋆ Que dire du commentaire suivant du jury : “Un milieu homogène ne diffuse pas. Le rayonnement des dipôles induits par l'onde incidente ne contribue dans ce cas qu'a la propagation.” ?

Ceci se réfère au fait que la lumière dans un diélectrique (un prisme par exemple) se propage en ligne droite, sans diffusion (du moins dans le domaine de longueurs d'onde où il est transparent). Pourtant, on utilise le modèle de l'électron élastiquement lié aussi bien pour décrire les diélectriques que la couleur bleu du ciel... Alors pourquoi un diélectrique comme du verre ne diffuse-t-il pas la lumière sur le coté du rayon lumineux incident, comme c'est le cas pour le ciel ?

La différence entre les deux est que le rayonnement des molécules (des dipôles) du ciel est supposé incohérent : on somme les intensités de tous les dipôles. Dans un diélectrique au contraire, il faut sommer

2. Qui est valide pour une charge non relativiste. Voir Jackson, Classical Electrodynamics, chapitre 17, ou bien le cours d'Aspect, Fabre et Grynberg : https://moodle.polytechnique.fr/pluginfile.php/33676/mod_resource/content/1/AspectT1.pdf, §2.C.4 page 177. Ce document donne d'ailleurs des liens entre les résultats du modèle de l'électron élastiquement lié et les résultats du traitement quantique, et indique qu'ils sont assez proches.

les amplitudes car les ondes sont cohérentes. On voit alors que la lumière se propage en ligne droite (via le principe de Fresnel avec les ondelettes qui interfèrent constructivement uniquement dans la direction de propagation, destructivement ailleurs).

Pour que la lumière réémise par les dipôles soit cohérente, il me semble qu'il faut que la distance entre deux dipôles soit très inférieure à la longueur d'onde. C'est bien le cas pour un diélectrique (la distance interatomique étant $d \sim 10^{-10}\,\mathrm{m}$ et la longueur d'onde d'une centaine de nanomètres pour le visible). Mais ce n'est probablement pas le cas avec des micelles de lait dans de l'eau, ni avec l'atmosphère (ou presque car la distance intermoléculaire est $n^{-1/3} \sim (10^{25}\,\mathrm{m}^{-3})^{-1/3} \sim 10\,\mathrm{nm}$...).