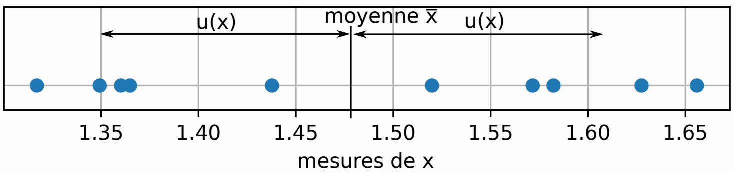
TP

TP 5 : Incertitudes, verrerie en chimie

I Généralités sur les incertitudes

Incertitude-type

Soit x une grandeur à mesurer. On répète N fois la mesure, pour obtenir les valeurs x_1, x_2, ..., x_N. L'écart-type σ de la série des x_i est par définition l'incertitude-type $u(x)$.
Elle donne une idée de la précision de la mesure.



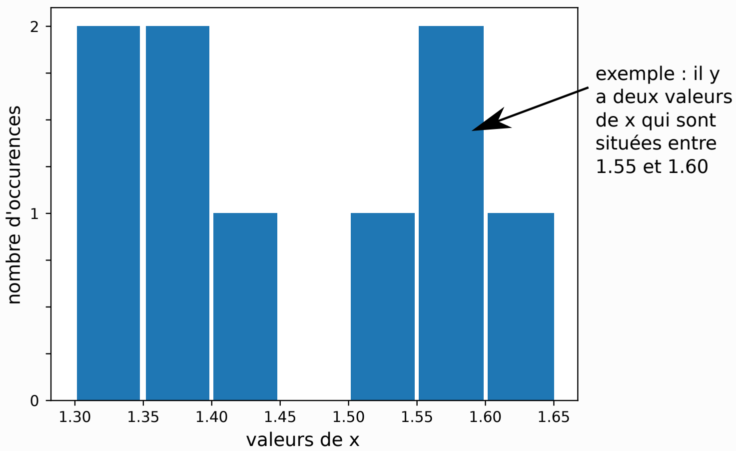
Ci-contre : exemples de mesures répétées de l'indice optique d'un plexiglass.

L'écart-type (et donc l'incertitude-type) est $u(x) = \sigma = \left(\frac{1}{N-1}\sum_i (x_i - \bar{x})^2\right)^{1/2}$ (formule pas à retenir).

Remarque : quand on calcule $u(x)$ avec σ, en répétant la mesure, on parle de méthode de type A. Mais il n'est pas toujours possible de répéter une mesure plusieurs fois. Dans ce cas, on peut tout de même estimer l'incertitude, cf encadré "demi-étendue" (on parle alors de méthode de type B).

Remarque : si on fait la moyenne des x_i : $\bar{x} = \frac{1}{N}\sum_i x_i$, alors le résultat est plus précis (les valeurs grandes compensent les plus petites). On admet qu'on a $u(\bar{x}) = \sigma/\sqrt{N}$.

Histogramme



Un histogramme est une représentation graphique des diverses valeurs obtenues lors de la répétition des mesures.

Ci-contre : histogramme à partir des données x_1, ..., x_N de l'encadré précédent.

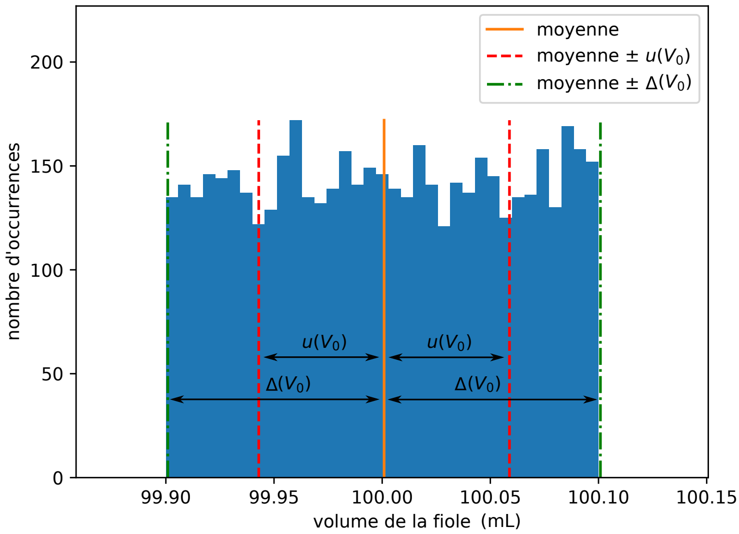
Demi-étendue $\Delta(x)$

Pour estimer une incertitude sans répéter la mesure, une méthode est d'estimer l'intervalle dans lequel on est presque certain de trouver la valeur recherchée. On l'écrit sous la forme $[x - \Delta(x), x + \Delta(x)]$.

La paramètre $\Delta(x)$ est parfois appelé la "précision" de la mesure ou de l'appareil, ou encore l'EMT (erreur maximale tolérée), ou la demi-étendue d'incertitude.

Il ne faut pas confondre $\Delta(x)$ avec l'incertitude-type $u(x)$.

Prenons l'exemple d'une fiole jaugée de volume $V_0 = 100\,\text{mL}$ et de tolérance $\Delta(V_0) = 0{,}1\,\text{mL}$. Si on mesure les volumes de 5000 fioles, on obtient 5000 valeurs V_i, dont l'histogramme est uniforme entre $V_0 - \Delta(V_0)$ et $V_0 + \Delta(V_0)$ (sous l'hypothèse idéale que les valeurs sont équiprobales).



Par définition, l'écart-type de ces 5000 valeurs est l'incertitude-type : $\sigma = u(V_0)$.

Si on calcule mathématiquement cet écart-type, on obtient $\sigma = 0{,}06\,\text{mL}$, ce qui donc est différent de $\Delta(V_0) = 0{,}1\,\text{mL}$.

On admet que la formule générale est $u = \Delta/\sqrt{3}$ (ici, $0{,}1/\sqrt{3} = 0{,}06$).

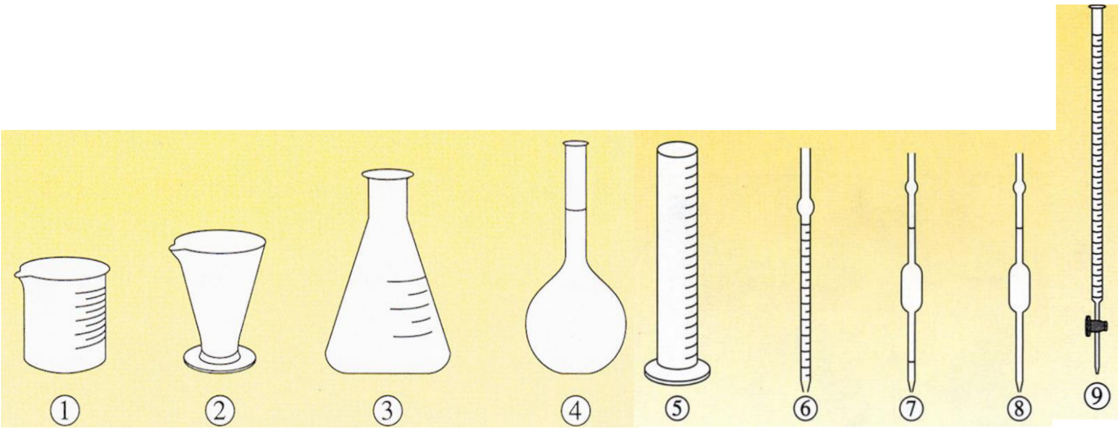
Différence entre demi-étendue $\Delta(x)$ et incertitude-type $u(x)$

Si aucune valeur n'est plus probable qu'une autre dans l'intervalle $[x - \Delta(x), x + \Delta(x)]$, alors l'incertitude-type $u(x)$ est liée à $\Delta(x)$ par :

$$u(x) = \frac{\Delta(x)}{\sqrt{3}} \approx \frac{\Delta(x)}{1{,}7}.$$

La demi-étendue $\Delta(x)$ englobe toutes les valeurs, alors que l'écart-type $u(x)$ n'en englobe que les deux-tiers environ (cf histogramme ci-dessus).

II Utilisation de la verrerie et étude des incertitudes



Trois types de verrerie sont utilisés pour réaliser des mesures précises : la pipette jaugée, la fiole jaugée et la burette graduée.

La tolérance écrite sur l'instrument (l'indication ±...mL) rend compte de la fabrication imparfaite de l'instrument et donne l'incertitude $u_{\text{instrument}}$. Elle ne rend pas compte des erreurs liées aux manipulations.

Il s'y ajoute une incertitude $u_{\text{opérateur}}$ liée à la précision de vos gestes. Nous allons effectuer une étude statistique pour l'estimer.

II.1 Incertitude liée à la fabrication

1 - Pour la fiole et la pipette, relever la valeur de la tolérance inscrite sur l'instrument. Ceci donne la demi-étendue d'incertitude Δ. En déduire aussi l'incertitude-type u.

	Volume V_0	demi-étendue $\Delta_{\text{instrument}}$	incertitude-type $u_{\text{instrument}} = \dfrac{\Delta}{\sqrt{3}}$
Fiole jaugée			
Pipette jaugée			

Calculer l'incertitude-type relative $u(V_0)/V_0$ dans les deux cas.

II.2 Incertitude liée aux manipulations

Afin d'estimer la composante de l'incertitude liée à la manipulation, nous allons effectuer une étude statistique en répétant les utilisations de chaque instrument.

2 - Pipette jaugée : on se concentre sur celle de 10 mL.

Chaque personne réalise 5 prélèvements d'eau distillée avec cette pipette.

Protocole : prendre un bécher vide et sec, le peser et noter sa masse. Prélever 10 mL d'eau avec la pipette, les verser dans le bécher, relever la masse et par soustraction en déduire la masse d'eau versée.

Recommencer pour chaque essai. Sécher le bécher entre chaque utilisation, mais il est inutile de le peser à nouveau.

À la fin, saisir vos valeurs dans le notebook Capytale suivant : `6367-4090956`.

Observer l'histogramme et l'écart-type. Comparer avec vos camarades (rappel : un petit écart-type est souhaitable).

3 - Fiole jaugée : faire de même. 5 remplissages de la fiole par personne, avec de l'eau distillée.

Cette fois, on place la fiole vide sur la balance et on note sa masse. Puis pour chaque essai : remplir la fiole, peser, en déduire la masse d'eau par soustraction. Inutile de vider entièrement la fiole à chaque fois.

À la fin, saisir vos valeurs dans le même notebook Capytale et faire comme avec la pipette.

4 - Après mise en commun des résultats de la classe, on pourra obtenir les écart-types pour la pipette et pour la fiole. Rappel : l'écart-type donne l'incertitude-type u.

	Volume V_0	demi-étendue $\Delta_{\text{opérateur}} = \sqrt{3}\sigma$	incertitude-type $u_{\text{opérateur}} = \sigma$
Fiole jaugée			
Pipette jaugée			

Calculer l'incertitude-type relative $u(V_0)/V_0$ dans les deux cas.

Comparer avec l'incertitude liée à l'instrument (question 1).

5 - Compléter le tableau de la fiche "incertitude" donnée en début d'année.