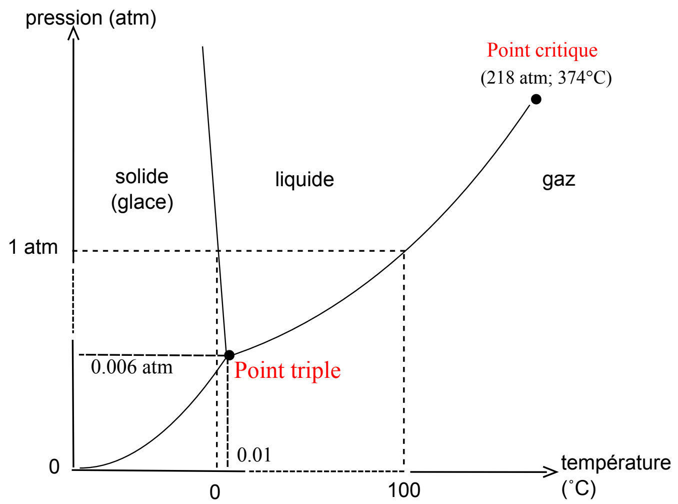
Physique-chimie – DS 7 – correction

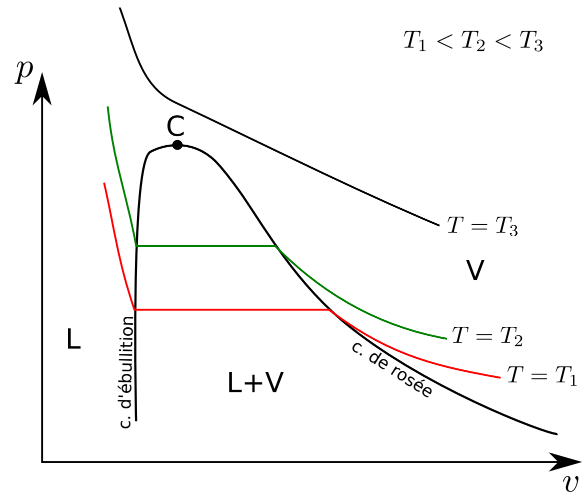
I Entropie et changements d'état : questions de cours

1 - $\Delta S = S_e + S_c$ avec $S_c \geq 0$ (nul ssi réversible) et $S_e = \dfrac{Q_{\text{reçu}}}{T_{\text{ext}}}$.

2-



3-



4 - $\Delta H = m\Delta h_{\text{vap}}(T_0)$.

5 - $\Delta S = \dfrac{\Delta H}{T_0}$.

II Pince ampèremétrique

6 - Il s'agit du phénomène d'induction : la présence d'un courant $I(t)$ variable dans le fil central crée un champ magnétique variable, dont le flux à travers les spires de la pince varie, ce qui crée une fem induite et donc un courant dans les spires.

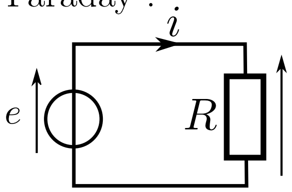
7 - $\vec{n}$ est orienté selon $+\vec{e}_\theta$.

8 - C'est du type $\Phi_{\text{tot}\to 1} = Li_1 + Mi_2$, avec ici le circuit 1 qui est le bobinage de la pince, parcourut par $i_1 = i$, et le circuit 2 qui est le fil enserré par la pince, traversé par le courant I.

On a donc, avec les bonnes notations : $\Phi = Li + MI$, d'où par identification,

$$\boxed{L = \frac{\mu_0 N^2}{2\pi}\, a\, \ln\frac{3}{2}} \quad \text{et} \quad \boxed{M = \frac{\mu_0 N}{2\pi}\, a\, \ln\frac{3}{2}.}$$

9 - La fem induite est en convention générateur, et sa valeur est donnée par la loi de Faraday :



$$\boxed{e = -\frac{\mathrm{d}\Phi}{\mathrm{d}t} = -L\frac{\mathrm{d}i}{\mathrm{d}t} - M\frac{\mathrm{d}I}{\mathrm{d}t}.}$$

10 - On écrit l'équation électrique du circuit à l'aide d'une loi des mailles :

$$e = Ri \;\Rightarrow\; -L\frac{\mathrm{d}i}{\mathrm{d}t} - M\frac{\mathrm{d}I}{\mathrm{d}t} = Ri \;\Rightarrow\; \frac{\mathrm{d}i}{\mathrm{d}t} + \frac{R}{L}i = -\frac{M}{L}\frac{\mathrm{d}I}{\mathrm{d}t} \;\Rightarrow\; \boxed{\frac{\mathrm{d}i}{\mathrm{d}t} + \frac{1}{\tau}i = -\frac{1}{N}\frac{\mathrm{d}I}{\mathrm{d}t},}$$

avec $\tau = \dfrac{L}{R}$.

11 - En complexes l'équation devient : $\mathrm{j}\omega\underline{i} + \dfrac{1}{\tau}\underline{i} = -\dfrac{1}{N}\mathrm{j}\omega\underline{I}$, d'où $\boxed{\underline{H} = \dfrac{\underline{i}}{\underline{I}} = -\dfrac{1}{N}\dfrac{\mathrm{j}\tau\omega}{1+\mathrm{j}\tau\omega}.}$

12 - On a $\underline{H}(0) = 0$ et $\underline{H}(+\infty) = -1/N$. Il s'agit donc d'un filtre passe-haut.

On a l'allure classique d'un passe haut du premier ordre.

13 - Il faut que $\omega\tau \gg 1$ pour avoir $\underline{H} \simeq \dfrac{-1}{N}$, donc que $\boxed{\omega \gg \dfrac{1}{\tau}.}$

On a alors $\underline{i} = \dfrac{-\underline{I}}{N}$, et donc en passant en réels : $\boxed{i(t) = \dfrac{-I(t)}{N}.}$

Remarque : on constate que prendre un nombre N élevé de spires réduit le courant $i(t)$ dans la pince. Mais l'avantage d'un N élevé est d'augmenter la valeur de L et donc de τ, et donc d'augmenter la gamme de fréquences dans laquelle la pince fonctionne selon l'équation simple $i = -I/N$.

14 - Non, car si I ne dépend pas du temps, alors le champ magnétique ne dépend pas du temps non plus, et donc la fem induite est nulle ($e = -\mathrm{d}\Phi_{\text{tot}}/\mathrm{d}t = 0$). On voit alors sur le schéma électrique que le courant $i(t)$ est nul.

Cela se voit aussi sur la fonction de transfert qui est nulle en $\omega = 0$.

III Façon optimale de pomper

15 - Cas A. La transformation est la suivante :

$$\text{État initial} \left| \begin{array}{l} p_1 = p_0 = 1\,\text{bar} \\ V_1 = V_0 + V_p \\ T_1 = T_0 \\ n_1 \end{array} \right. \xrightarrow{\text{isotherme,gaz parfait}} \text{État final} \left| \begin{array}{l} p_2 = \ ? \\ V_2 = V_0 = 5\,\text{L} \\ T_2 = T_0 = 300\,\text{K} \\ n_2 = n_1 \end{array} \right.$$

T et n étant constants, on a que $p_1V_1 = p_2V_2$, d'où

$$p_2 = p_1\frac{V_1}{V_2} = p_0\frac{V_0+V_p}{V_0} = p_0\left(1+\frac{V_p}{V_0}\right),$$

d'où $\boxed{p_2 = p_0(1+\alpha) = 1{,}4\,\text{bar.}}$

16 - Cas B. Le volume final est évidemment le même que dans le cas A : $V_2 = V_0$.

La température finale est aussi $T_2 = T_0$, puisqu'il est indiqué qu'on attend suffisamment longtemps pour que ce soit le cas.

On a aussi $n_2 = n_1$.

La pression finale est donc $p_2 = \dfrac{n_2RT_2}{V_2} = \dfrac{n_1RT_0}{V_0}$ identique au cas précédent (car $n_1RT_0 = p_0(V_0+V_p)$, d'après la loi des GP appliquée dans l'état initial).

17 - Cas A. Il s'agit d'une compression isotherme ($T = T_0 = \text{cst}$) et mécaniquement réversible ($p = p_{\text{ext}}$) d'un gaz parfait. On a déjà traité ceci en exercice de cours :

$$W = -\int_1^2 p_{\text{ext}}\mathrm{d}V = -\int_1^2 p\mathrm{d}V = -\int_1^2 \frac{n_1RT_0}{V}\mathrm{d}V = -n_1RT_0\ln\frac{V_2}{V_1}.$$

Or ici $n_1RT_0 = p_0V_1$ (loi GP à l'instant initial), et $V_2/V_1 = V_0/(V_0+V_p) = 1/(1+\alpha)$, donc :

$$\boxed{W = p_0V_1\ln(1+\alpha) = 236\,\text{J.}}$$

18 - Cas B.

a - L'étape 1→1' est réalisée rapidement, donc les transferts thermiques n'ont pas le temps de s'établir : on peut la supposer adiabatique. De plus l'énoncé indique qu'elle est supposée réversible (on néglige tout frottement).

b - Loi de Laplace (car gaz parfait + adiabatique + réversible) entre les états 1 et 1' :

$$T_1V_1^{\gamma-1} = T_{1'}V_{1'}^{\gamma-1}, \text{ d'où } T_{1'} = T_1\times\left(\frac{V_1}{V_{1'}}\right)^{\gamma-1},$$

avec $T_1 = T_0$, $V_1 = V_0+V_p$ et $V_{1'} = V_0$, on a donc $\boxed{T_{1'} = T_0\times(1+\alpha)^{\gamma-1} = 343\,\text{K.}}$

Remarque : On peut aussi exprimer $p_{1'} = p_1(V_{1'}/V_1)^\gamma = p_0(1+\alpha)^\gamma = 1{,}6\,\text{bar}$, puis utiliser la loi des gaz parfaits pour obtenir $T_{1'}$.

c - $\star$ L'évolution 1→1' est une compression adiabatique réversible d'un gaz parfait, traitée en exercice de cours :

$$W = -\int_1^{1'} p_{\text{ext}} \mathrm{d}V = -\int_1^{1'} p \mathrm{d}V = -\int_1^{1'} \frac{p_1 V_1^\gamma}{V^\gamma} \mathrm{d}V = \frac{p_1 V_1}{\gamma - 1}\left(\left(\frac{V_1}{V_{1'}}\right)^{\gamma-1} - 1\right).$$

Avec $p_1 = p_0$, $V_1' = V_0$ et $V_1 = V_0 + V_p$ on obtient $\boxed{W = 252\,\text{J.}}$

Remarque : autre méthode plus simple : utiliser le premier principe, $\Delta U = W + Q$ avec ici $Q = 0$ et $\Delta U = C_V \Delta T$, donc :

$$W = \Delta U = \frac{nR}{\gamma - 1}(T_{1'} - T_1) = \frac{nRT_1}{\gamma - 1}\left(\frac{T_{1'}}{T_1} - 1\right) = \frac{p_1 V_1}{\gamma - 1}\left((1+\alpha)^{\gamma-1} - 1\right).$$

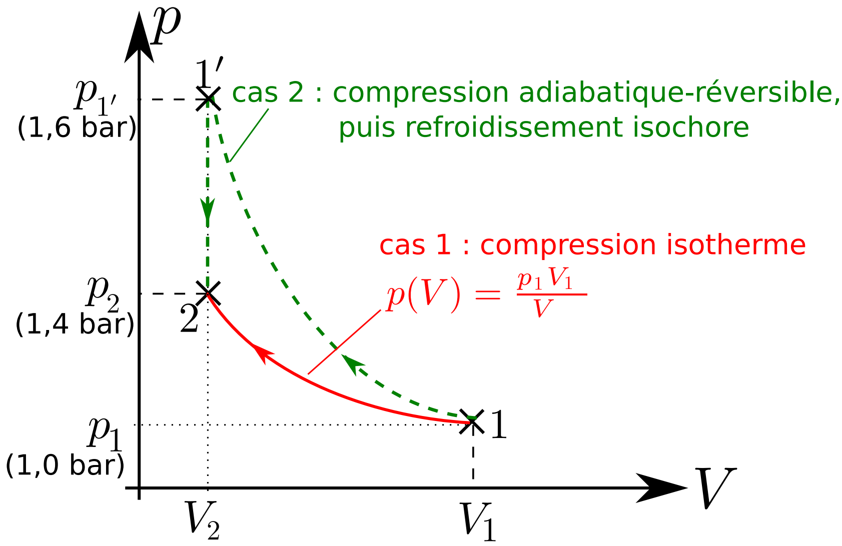
On obtient bien la même chose.

$\star$ Il n'y a ensuite aucun travail supplémentaire à fournir pour l'étape $1' \to 2$ car elle est isochore.

19 - Schéma ci-contre.

Dans un tel diagramme le travail des forces de pression reçu par le gaz est égal à l'aire sous la courbe (signe plus car ici le sens de parcours est vers les volumes décroissants).

On pouvait donc prédire que ce travail est plus important avec la méthode brutale, car l'aire sous la courbe est plus grande.



20 - Ce travail supplémentaire à servi à augmenter la température du gaz (jusqu'à 343 K). Mais ceci n'est pas utile puisqu'ensuite le gaz refroidit, et cette énergie thermique est dissipée vers la pièce et n'est pas récupérable.

En conclusion tout est une question de temps : si on n'est pas pressé il vaut mieux pomper lentement !