Physique-chimie – DS 7

- **Calculatrices interdites,** comme lors de l'épreuve du concours PT. Faire les applications numériques avec un (ou deux si c'est simple) chiffre significatif est suffisant.
- Toute A.N. sans **unité** ne comptera aucun point, et dégradera l'humeur du correcteur.
- Vérifiez l'**homogénéité** de vos relations.
- Encadrez vos résultats et soignez votre copie.

I Entropie et changements d'état : questions de cours

1 - Donner l'expression du second principe, avec la propriété particulière de l'entropie créée S_c, et l'expression de S_e.

2 - Tracer l'allure du diagramme p-T de l'eau. On fera apparaitre les phases et les points particuliers.

3 - Tracer l'allure du diagramme p-v de l'eau. On fera apparaître une isotherme, et une seconde isotherme de température plus élevée.

Pour les deux questions suivantes, on considère la vaporisation d'une masse m d'eau. On opère lentement et sous pression atmosphérique.

4 - Comment s'exprime la variation d'enthalpie ΔH ?

5 - Quelle est l'expression de la variation d'entropie ΔS ?

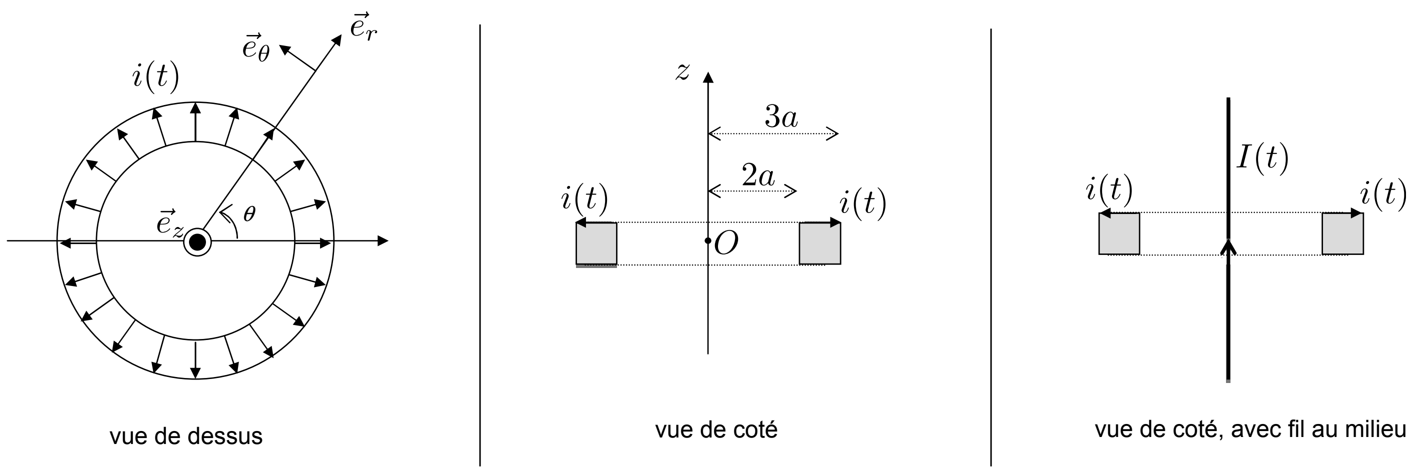
II Pince ampèremétrique

Une pince ampèremétrique sert à mesurer des courants sans intervenir physiquement sur le circuit. Il suffit en effet que la pince entoure le fil sur lequel on réalise la mesure pour qu'elle affiche l'intensité qui parcourt le fil.

On propose ici d'en comprendre le mécanisme, qui est basé sur des phénomènes d'induction.

Une pince ampèremétrique à induction peut être décrite comme un tore de section carré, de côté a et d'axe Oz (figure ci-dessous à gauche et au milieu), sur lequel est bobiné un

fil, réalisant ainsi N spires carrées de côté a disposées en série. Ce circuit est de résistance totale R. Il est branché en série sur un ampèremètre interne à la pince (non représenté ci-dessous) qui permet d'en mesurer le courant $i(t)$.
On utilise les coordonnées cylindriques (r,θ,z) d'axe Oz.



Le schéma de droite représente la situation considérée dans la suite, où la pince est disposée autour d'un fil parcouru par le courant $I(t) = I_0 \cos(\omega t)$, dont on souhaite mesurer la valeur.
Ce fil enserré par la pince est modélisé comme étant infini, de section nulle, confondu avec l'axe Oz. Il est alors possible de montrer que ce fil produit un champ magnétique dont l'expression est :

$$\vec{B}_{\text{ext}} = \frac{\mu_0 I(t)}{2\pi r}\,\vec{e}_\theta.$$

6 - Expliquer brièvement pourquoi (à cause de quel phénomène physique) il va y avoir présence d'un courant $i(t)$ dans le bobinage de la pince.

7 - On considère une spire carrée de la pince. La surface s'appuyant sur cette spire est orientée par le courant $i(t)$. D'après les schémas, selon quel vecteur de la base ($\vec{e}_r$, $\vec{e}_\theta$, $\vec{e}_z$) est dirigée la normale $\vec{n}$ à cette surface ?

Le courant $i(t)$ produit lui aussi un champ magnétique $\vec{B}_{\text{propre}}$. Le flux du champ magnétique total $\vec{B}_{\text{ext}} + \vec{B}_{\text{propre}}$ à travers les N spires carrées de la pince est donné par :

$$\Phi = \frac{\mu_0 (N I(t) + N^2 i(t))}{2\pi}\, a \ln\frac{3}{2}.$$

8 - À partir de l'expression de Φ ci-dessus, en déduire l'expression du coefficient d'inductance propre L de la pince, et du coefficient d'inductance mutuelle M entre le fil et la pince.

On remarque pour la suite que $L = N \times M$.

9 - Réaliser un schéma électrique équivalent du circuit de la pince ampèremétrique, faisant apparaître la résistance électrique R et une fem dont on indiquera le sens et l'expression en fonction de L, M, $\dfrac{\mathrm{d}i}{\mathrm{d}t}$ et $\dfrac{\mathrm{d}I}{\mathrm{d}t}$.

10 - En déduire l'équation différentielle suivante : $\dfrac{\mathrm{d}i}{\mathrm{d}t} + \dfrac{1}{\tau} i = -\dfrac{1}{N}\dfrac{\mathrm{d}I}{\mathrm{d}t}$, avec τ un temps caractéristique dont on donnera l'expression.

11 - On considère ici que $I(t) = I_0 \cos \omega t$, on est donc en régime sinusoïdal forcé. On suppose le régime permanent atteint. On note les grandeurs complexes associées à $I(t)$ et $i(t)$ par $\underline{I}$ et $\underline{i}$. On définit la fonction de transfert de la pince $\underline{H}(\mathrm{j}\omega) = \dfrac{\underline{i}}{\underline{I}}$. Donner son expression en fonction de τ, N et ω.

12 - De quel type de filtre s'agit-il ? Tracer l'allure du diagramme de Bode en amplitude.

13 - Que doit vérifier la pulsation ω pour être en régime "hautes fréquences" ?

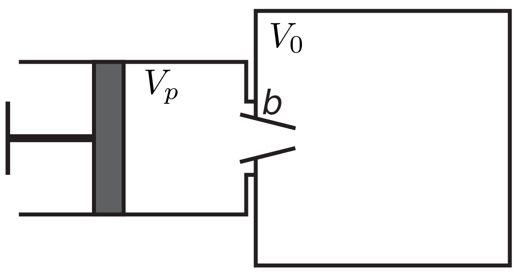
On suppose que c'est le cas. Donner alors le lien entre $i(t)$ et $I(t)$.

On voit donc, finalement, que la mesure de $i(t)$ par l'ampèremètre de la pince permet de remonter facilement au courant $I(t)$.

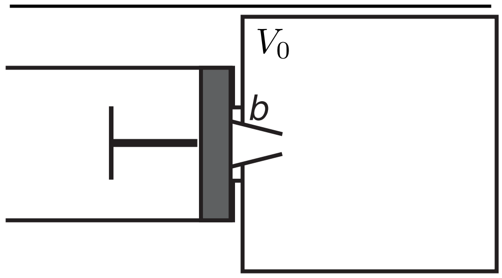
14 - Une pince ampèremétrique peut-elle mesurer un courant continu ?

III Façon optimale de pomper

On s'intéresse au gonflage d'un pneu de vélo à l'aide d'une pompe manuelle. On s'intéresse ici uniquement au premier coup de pompe, décrit ci-contre, pendant lequel la soupape (b) reste toujours ouverte. On cherche l'évolution pour laquelle l'énergie à fournir est minimale.



état 1, volume $V_1 = V_0 + V_p$



état 2, volume $V_2 = V_0$

Le volume de la pompe est $V_p = 2{,}0\,\mathrm{L}$, celui de la chambre à air est $V_0 = 5{,}0\,\mathrm{L}$ (constant), et l'ensemble est à $T_0 = 300\,\mathrm{K}$. La pression est initialement de 1 bar partout.

On note 2 l'état final. On envisage deux moyens de réaliser cette compression :

- Cas A : de façon très lente. Dans ce cas les échanges thermiques ont le temps de s'établir et la température reste constante égale à T_0.
- Cas B : de façon brutale. Dans ce cas la température du gaz va augmenter et il faudra, après la compression, attendre qu'elle redescende à T_0. C'est après avoir attendu qu'on atteint l'état final noté "état 2".

On suppose dans les deux cas la transformation mécaniquement réversible, et le gaz est modélisé par un gaz parfait d'indice adiabatique $\gamma = 1{,}4$.

15 - Dans le cas A, que valent la température finale T_2 et le volume final V_2 dans l'état 2 ? Donner ensuite l'expression de la pression finale p_2 en fonction de p_0 et $\alpha = V_p/V_0 = 0{,}4$, puis sa valeur.

16 - Faire de même dans le cas B (indice : justifier que c'est identique au cas A).

17 - Dans le cas A : donner l'expression du travail à fournir au gaz pour le comprimer en fonction de p_0, $V_1 = V_0 + V_p$ et $\alpha = V_p/V_0$. L'application numérique donne $W = 236\,\mathrm{J}$.

18 - Dans le cas B il faut décomposer la transformation en deux : de l'état 1 à un état 1' il s'agit de la compression brutale où le volume passe de $V_1 = V_0 + V_p$ à $V_{1'} = V_0$; puis de l'état 1' à l'état 2 le volume ne change plus et le gaz se refroidit jusqu'à T_0.

- **a -** Expliquer pourquoi l'étape 1→1' peut être supposée adiabatique et réversible.
- **b -** Donner l'expression de la température atteinte en 1' en fonction de T_0, α et γ.
- **c -** Donner l'expression du travail à fournir au gaz durant l'évolution 1→1' en fonction de grandeurs connues.

  Donner ensuite l'expression du travail à fournir durant l'étape 1→2.

L'application numérique donne $W = 252\,\mathrm{J}$ pour l'évolution compète de 1 à 2.

19 - Tracer sur un même diagramme p-V les cas A et B.

Pouvait-on prédire à partir de ce diagramme le fait que le travail à fournir est plus grand pour une des deux compressions ?

20 - À quoi a servi le surplus de travail fourni dans la compression qui en nécessite le plus ?

En conclusion, vaut-il mieux être brutal ou lent ?

Ce qui précède a des conséquences pratiques importantes à l'échelle industrielle. Il existe en effet des stations qui stockent de l'air comprimé dans d'immenses réservoirs (souvent des cavités géologiques) et qui réutilise ensuite cet air pour faire tourner une turbine et produire de l'électricité. La phase de compression de l'air doit consommer le moins possible d'énergie, et ce qui précède montre donc qu'elle a intérêt à être proche de l'isotherme réversible. Cf par exemple https://www.connaissancedesenergies.org/fiche-pedagogique/caes-stockage-par-air-comprime.