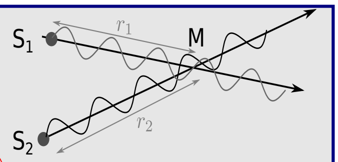
Ondes
Chapitre 2

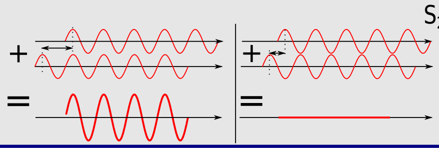
Phénomènes d'interférence

Ⓘ Interférences avec des ondes acoustiques ou mécaniques

1 - Principe de superposition

$s(M,t) = s_1(M,t) + s_2(M,t)$





constructif si en phase
destructif si en opposition

2 - Condition sur le déphasage

différence de marche en M : $\delta = r_1 - r_2$

déphasage en M : $\Delta\varphi = k(r_1 - r_2) = \frac{2\pi}{\lambda}\delta$

$\Delta\varphi = 2n\pi \Leftrightarrow \delta = n\lambda$

$\Delta\varphi = \pi + 2n\pi \Leftrightarrow \delta = \lambda/2 + n\lambda$

3 - Expression de l'onde résultante

calcul de l'amplitude de $s(M,t) = s_1(M,t) + s_2(M,t)$ dans le cas simple

Ce qu'il faut connaître

(cours : I)

▶1 Quand dit-on que les interférences sont constructives ? Destructives ?

Donner la condition sur le déphasage $\Delta\varphi$, entre les deux ondes au point M, pour avoir chacun des cas.

Donner également la condition sur la différence de marche $\delta = r_1 - r_2$.

Ce qu'il faut savoir faire

(cours : I)

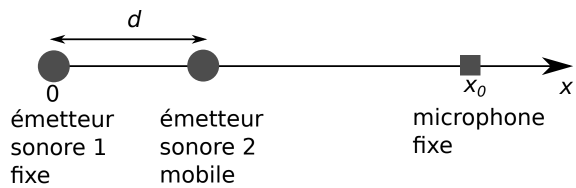
▶2 Exprimer des conditions d'interférences constructives ou destructives. → **EC1**

▶3 Exprimer l'amplitude de l'onde résultante en un point en fonction du déphasage → **EC2**

Exercices de cours

EC 1 – Conditions d'interférences constructives ou destructives

On considère le dispositif suivant. On suppose que l'émetteur 2 est de taille suffisamment petite pour ne pas avoir d'influence sur le signal émis par l'émetteur 1. Chaque émetteur envoie une onde progressive sinusoïdale de même fréquence et de phase à l'origine nulle.



1 - Rappeler les conditions d'interférence destructive et constructive en terme de déphasage entre les deux signaux.

2 - Lorsque $d = 0$, qu'enregistre-t-on au niveau du microphone ?

3 - On part de $d = 0$, et on augmente d jusqu'à ce que le signal enregistré soit nul. Ceci se produit pour $d = 6{,}0\,\text{cm}$.

Expliquer pourquoi il y a cette extinction.

En déduire la longueur d'onde du son émis.

Correction :

1 - ⋆ Interférences constructives lorsque les deux signaux sont en phase : $\Delta\phi = 2p\pi$, $p \in \mathbb{Z}$, ou de façon équivalente $r_1 - r_2 = p\lambda$, $p \in \mathbb{Z}$.

(r_1 = distance entre émetteur 1 et micro ; r_2 = distance entre émetteur 2 et micro)

⋆ Interférences destructives lorsque les deux signaux sont en opposition de phase : $\Delta\phi = \pi + 2p\pi$, $p \in \mathbb{Z}$, ou de façon équivalente $r_1 - r_2 = \lambda/2 + p\lambda$, $p \in \mathbb{Z}$.

2 - Pour $d = 0$ les deux émetteurs sont au même endroit, donc la distance r_1 entre émetteur 1 et récepteur est égale à la distance r_2 entre émetteur 2 et recepteur.

On a donc $r_1 - r_2 = 0$, les ondes arrivent en phase, et les interférences sont constructives : on reçoit donc bien un signal, deux fois plus fort que pour un seul émetteur.

3 - À mesure qu'on décale l'émetteur 2, le déphasage des deux ondes qui arrivent en x_0 augmente. Il arrive un moment où ce déphasage est tel que les deux ondes sont en opposition de phase : il y a alors interférences destructives et extinction du signal.

Ceci se produit lorsque $|r_1 - r_2| = \dfrac{\lambda}{2}$, donc $d = \dfrac{\lambda}{2}$, donc $\boxed{\lambda = 2d = 12{,}0\,\text{cm.}}$

EC 2 – Expression de l'amplitude résultant d'interférences

On considère deux sources qui émettent deux ondes progressives sinusoïdales, de même pulsation ω. On note r_1 =distance S_1M et r_2 =distance S_2M.
Pour simplifier les calculs, on considère que les amplitudes de s_1 et s_2 sont identiques. On a donc au point M :

$$s_1(M,t) = A_0\cos(\omega t - kr_1) \quad \text{et} \quad s_2(M,t) = A_0\cos(\omega t - kr_2).$$

On donne la formule $\cos p + \cos q = 2\cos\left(\dfrac{p+q}{2}\right)\cos\left(\dfrac{p-q}{2}\right)$

1 - Exprimer le signal total $s(M,t) = s_1(M,t) + s_2(M,t)$ au point M.

On le mettra sous la forme $s(M,t) = A\cos(\omega t + \varphi_0)$. On donnera l'expression de l'amplitude A obtenue, en fonction de A_0, λ et de $\delta = r_2 - r_1$.

2 - Vérifier que les interférences sont destructives lorsque $\delta = n\lambda + \lambda/2$, $n \in \mathbb{Z}$.

3 - De même, vérifier que les interférences sont constructives lorsque $\delta = n\lambda$, $n \in \mathbb{Z}$.

On rappelle que $\cos x = 0 \;\Leftrightarrow\; x = \dfrac{\pi}{2} + n\pi$, $n \in \mathbb{Z}$,
que $\cos x = 1 \;\Leftrightarrow\; x = 2\pi \times n$, $n \in \mathbb{Z}$,
et que $\cos x = -1 \;\Leftrightarrow\; x = \pi + 2\pi \times n$, $n \in \mathbb{Z}$.

Correction :

1 - Au point M, le signal reçu est :

$$\begin{aligned}
s(M,t) &= s_1(M,t) + s_2(M,t)\\
&= A_0\cos(\omega t - kr_1) + A_0\cos(\omega t - kr_2)\\
&= 2A_0\cos\left(\frac{\omega t - kr_1 + \omega t - kr_2}{2}\right)\cos\left(\frac{\omega t - kr_1 - \omega t + kr_2}{2}\right)\\
&= 2A_0\cos\left(\omega t + k\,\frac{r_1+r_2}{2}\right)\cos\left(k\,\frac{r_2-r_1}{2}\right)\\
&= \underbrace{2A_0\cos\left(\frac{\pi\delta}{\lambda}\right)}_{\text{amplitude}} \times \cos\left(\omega t + k\,\frac{r_1+r_2}{2}\right).
\end{aligned}$$

Remarque : si les amplitudes A_1 et A_2 des deux ondes ne sont pas les mêmes, alors un calcul plus long montre que l'amplitude du signal $s(M,t)$ s'écrit : $A = \sqrt{A_1^2 + A_2^2 + 2A_1A_2\cos(k(r_2 - r_1))}$.

2 - Supposons que $\delta = n\lambda + \lambda/2$, $n \in \mathbb{Z}$.

On a alors : $A = 2A_0\cos\left(\dfrac{\pi(n\lambda + \lambda/2)}{\lambda}\right) = 2A_0\cos(\pi/2 + n\pi) = 0$, c'est bien destructif.

3 - Supposons que $\delta = n\lambda$, $n \in \mathbb{Z}$.

On a alors : $A = 2A_0\cos\left(\dfrac{\pi n\lambda}{\lambda}\right) = 2A_0\cos(n\pi) = \pm 1$, c'est bien constructif.

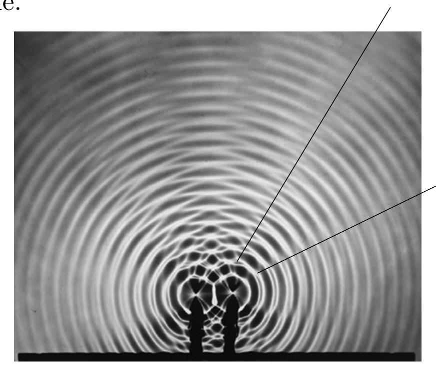
Le cours

I – Interférences avec des ondes mécaniques ou acoustiques

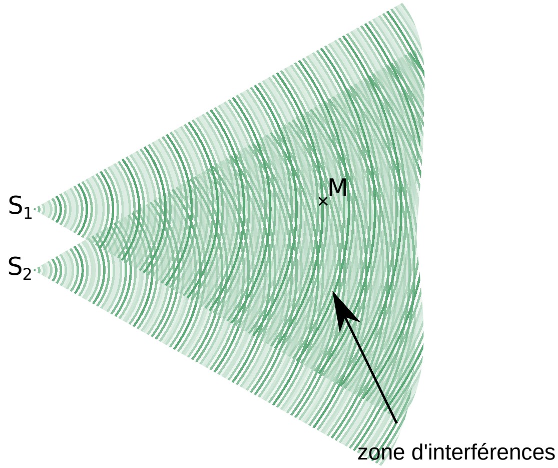
Interférences = superposition d'onde.

1 – Principe de superposition

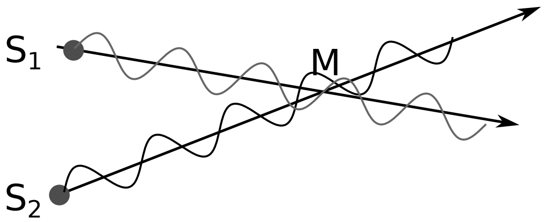
• **Exemples d'observations :**



Interférences entre deux ondes sphériques produites par deux vibreurs à la surface de l'eau.



• **Idée derrière les interférences :**



(voir aussi animation 2 site classe)

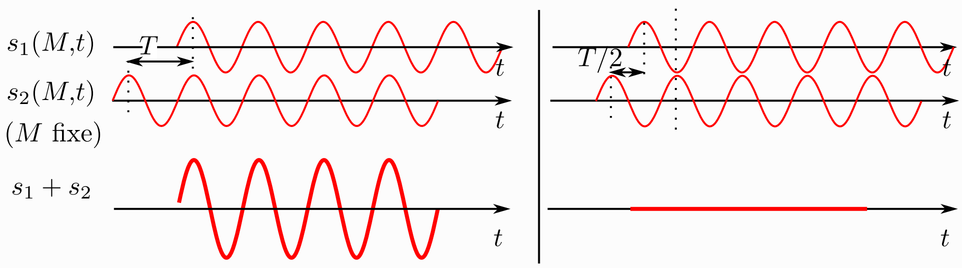
- Source S_1 qui produit une onde $s_1(M,t)$ (valeur au point M à l'instant t).
- Source S_2 qui produit une onde $s_2(M,t)$ (valeur au même point M, instant t).

$\Rightarrow$ l'onde totale au point M est : $\boxed{s_{\text{tot}}(M,t) = s_1(M,t) + s_2(M,t).}$

Définition de destructif/constructif

- Si les ondes s_1 et s_2 sont **en phase** au point M (maximales en même temps, ou minimales en même temps), alors l'amplitude s_{tot} est importante.
  $\rightarrow$ On dit que les interférences sont **constructives**.
- Si les ondes s_1 et s_2 sont en **opposition de phase** au point M (l'une est maximale et l'autre minimale), alors l'amplitude s_{tot} est faible.
  $\rightarrow$ On dit que les interférences sont **destructives**.

Enregistrement au point M :



Attention : tout ceci n'a un sens que si s_1 et s_2 sont de **même période** (ou fréquence, ou pulsation).

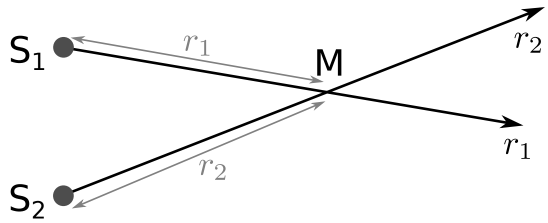
Remarque : Sur le schéma de droite ci-dessus, l'amplitude totale est nulle car s_1 et s_2 ont la même amplitude. Si ce n'est pas le cas, $s_1 + s_2$ ne sera pas d'amplitude nulle, mais faible (et on dit aussi que les interférences sont destructives).

Observations d'interférences ?

- séismes, marées,
- casque antibruit,
- optique.

2 – Condition sur le déphasage entre les deux ondes

On considère deux sources S_1 et S_2 qui émettent des ondes progressives sinusoïdales avec la même période $T = 2\pi/\omega$. On prend une même phase à l'origine $\varphi_0 = 0$.
– Soit M un point d'observation.
– On note r_1 l'axe entre S_1 et M, et r_2 l'axe entre S_2 et M.
– On a donc r_1 =distance S_1M et r_2 =distance S_2M.



$\rightsquigarrow_1$ Rappel : une onde progressive sinusoïdale est du type "$s_0 \cos(\omega t - kx + \varphi)$". Comment peut-on écrire l'onde émise par S_1 avec les notations introduites ? Et celle émise par S_2 ?

$$s_1(M,t) = A_1 \cos(\omega t - kr_1) \quad \text{et} \quad s_2(M,t) = A_2 \cos(\omega t - kr_2).$$

Définition : déphasage et différence de marche

- Au point M, le signal 1 est $s_1(M,t) = A_1 \cos(\omega t - kr_1)$.
  La phase à l'origine de ce signal temporel est : $\varphi_1 = -kr_1$
- Au point M, le signal 2 est $s_2(M,t) = A_2 \cos(\omega t - kr_2)$.
  La phase à l'origine de ce signal temporel est : $\varphi_2 = -kr_2$

On définit :

- Le **déphasage** entre les deux ondes au point M : $\boxed{\Delta\varphi(M) = \varphi_2 - \varphi_1.}$
  On a donc aussi $\Delta\varphi(M) = k(r_1 - r_2) = \dfrac{2\pi}{\lambda}(r_1 - r_2)$.
- La **différence de marche** entre les deux ondes au point M : $\boxed{\delta(M) = r_1 - r_2.}$

Nous allons traduire les conditions d'interférences destructives ou constructives sur la valeur de $\Delta\varphi$ et de δ.

$\rightsquigarrow_2$ **Cas 1 : interférences constructives**, donc ondes s_1 et s_2 en phase au point M (max ou min en même temps)

$\Leftrightarrow \cos(\omega t - kr_1) = \cos(\omega t - kr_2) \quad \Leftrightarrow \omega t - kr_2 = \omega t - kr_1 + 2n\pi,\ n \in \mathbb{Z}$

$\Leftrightarrow \boxed{\Delta\varphi = k(r_1 - r_2) = 2n\pi},\ n \in \mathbb{Z} \quad \Leftrightarrow r_1 - r_2 = \dfrac{2n\pi}{k}$, soit $\boxed{\delta(M) = n \times \lambda.}$

$\rightsquigarrow_3$ **Cas 2 : interférences destructives**, donc ondes s_1 et s_2 en opposition de phase au point M (l'une max lorsque l'autre est min)

$\Leftrightarrow \cos(\omega t - kr_1) = -\cos(\omega t - kr_2) \quad \Leftrightarrow \omega t - kr_2 = \omega t - kr_1 + \pi + 2n\pi,\ n \in \mathbb{Z}$

$\Leftrightarrow \boxed{\Delta\varphi = k(r_1 - r_2) = \pi + 2n\pi},\ n \in \mathbb{Z} \quad \Leftrightarrow r_1 - r_2 = \dfrac{\pi}{k} + \dfrac{2n\pi}{k}$, soit $\boxed{\delta(M) = \dfrac{\lambda}{2} + n \times \lambda.}$

Bilan

- Interférences constructives $\Leftrightarrow$ différence de phase $\Delta\varphi = 2n\pi \Leftrightarrow \delta = r_1 - r_2 = n\lambda \quad (n \in \mathbb{Z})$.
- Interférences destructives $\Leftrightarrow$ différence de phase $\Delta\varphi = \pi + 2n\pi \Leftrightarrow \delta = r_1 - r_2 = \dfrac{\lambda}{2} + n\lambda \quad (n \in \mathbb{Z})$.

On retrouve ce qu'on a annoncé dans le 1/. Se souvenir que c'est logique : en phase $\Leftrightarrow$ décalage d'une période donc d'un nombre entier de fois λ, ou encore égalité de ce qui est dans le cos à 2π près. En opposition de phase $\Leftrightarrow$ décalage d'une demi-période donc de $\lambda/2$, ou encore différence de π pour ce qui est dans les cosinus.

$\rightsquigarrow_4$ Faire l'**EC1**.

3 – Expression de l'amplitude de l'onde résultante

Ci-dessus, on a obtenu des conditions pour avoir une amplitude minimale (destructif) ou maximale (constructif) en M. Mais que vaut l'amplitude en M dans les cas intermédiaires (ni constructifs ni destructifs) ?

$\rightsquigarrow_5$ Faire l'**EC2**.