

# Unités et dimensions des grandeurs physiques

Mickaël Melzani

10 mai 2024

# Outline

- 1 Unités
  - Comment définir une unité ?
  - Les définitions de 2018
  - Redéfinir une unité, exemple du kilogramme
- 2 Dimension
  - Dimension et homogénéité
  - Grandeurs de base et dérivées
  - 7 ?
- 3 Aspects didactiques
  - Garder les unités dans les A.N.
- 4 Autres
  - Typographie
  - Diversité des échelles de mesure







# Comment définir une unité ?

Définition actuelle du mètre (brochure du SI) :

## Le mètre

**Le mètre, symbole m, est l'unité de longueur du SI. Il est défini en prenant la valeur numérique fixée de la vitesse de la lumière dans le vide,  $c$ , égale à 299 792 458 lorsqu'elle est exprimée en  $\text{m s}^{-1}$ , la seconde étant définie en fonction de  $\Delta\nu_{\text{Cs}}$ .**

→ Formulation qui consiste à fixer la valeur numérique  $\{c\}$ .



# Comment définir une unité ?

Définition actuelle du mètre (brochure du SI) :

## Le mètre

Le mètre, symbole **m**, est l'unité de longueur du SI. Il est défini en prenant la valeur numérique fixée de la vitesse de la lumière dans le vide,  $c$ , égale à 299 792 458 lorsqu'elle est exprimée en  $\text{m s}^{-1}$ , la seconde étant définie en fonction de  $\Delta\nu_{\text{Cs}}$ .

→ Formulation qui consiste à fixer la valeur numérique  $\{c\}$ .

Unité de base	Définition de l'unité de base
seconde (s)	$\{\Delta\nu_{\text{Cs}}\} = 9\,192\,631\,770$ lorsqu'exprimée en $\text{s}^{-1}$
mètre (m)	$\{c\} = 299\,792\,458$ lorsqu'exprimée en $\text{m} \cdot \text{s}^{-1}$
kilogramme (kg)	$\{h\} = 6,626\,070\,15 \times 10^{-34}$ lorsqu'exprimée en $\text{kg} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{s}^{-1}$ 🤔
ampère (A)	$\{e\} = 1,602\,176\,634 \times 10^{-19}$ lorsqu'exprimée en $\text{A} \cdot \text{s}$
kelvin (K)	$\{k_{\text{B}}\} = 1,380\,649 \times 10^{-23}$ lorsqu'exprimée en $\text{kg} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{s}^{-2} \cdot \text{K}^{-1}$ 🤔
mole (mol)	$\{N_{\text{A}}\} = 6,022\,140\,76 \times 10^{23}$ lorsqu'exprimée en $\text{mol}^{-1}$
candela (cd)	$\{K_{\text{cd}}\} = 683$ lorsqu'exprimée en $\text{cd} \cdot \text{sr} \cdot \text{kg}^{-1} \cdot \text{m}^{-2} \cdot \text{s}^3$

# Comment définir une unité ?

Définir une unité



Fixer la valeur numérique d'une grandeur physique choisie

Parfois difficile à comprendre :  $\{c\}$  fixée à 299 792 458 signifie ?

→ Si on veut être plus **concret**, on se ramène à une grandeur du **même type** que l'unité définie.

**Exemple** : le mètre est la distance parcourue par la lumière pendant la durée (exacte, convention)  $1/299792458$  seconde.

# Comment définir une unité ?

Définir une unité

⇔

Fixer la valeur numérique d'une grandeur physique choisie

Parfois difficile à comprendre :  $\{c\}$  fixée à 299 792 458 signifie ?

→ Si on veut être plus **concret**, on se ramène à une grandeur du **même type** que l'unité définie.

**Exemple** : le mètre est la distance parcourue par la lumière pendant la durée (exacte, convention)  $1/299792458$  seconde.

On a donc **définition "valeur numérique"** ⇔ **définition "concrète"**

↑  
pour les scientifiques

↑  
pour les élèves ?

Dans la suite : quelques exemples de "traductions".

# Comment définir une unité ?

## Le mètre :

Avant 1791, des étalons matériels.

**Formulation concrète** : une toise, c'est la longueur de cet étalon là (stocké chez le seigneur local).

**Formulation val. num.** : c'est la valeur numérique de la longueur de l'étalon qui est fixée.  $\{L\}_{\text{déf}} = 1$  lorsqu'exprimée en toise.

- Différents d'une ville à l'autre, différent selon l'usage (toise pour les bâtiment, aune pour les tissus...)
- Plusieurs milliers d'unités de longueur au 18<sup>e</sup>.



# Comment définir une unité ?

## Le mètre :

1791-95, le méridien terrestre : on décide par convention que 1/4 du méridien mesure  $10^6$  m.

**Formulation concrète :** 1 m, c'est la longueur d'un quart du méridien divisée par  $10^6$ .

**Formulation val. num. :** c'est la valeur numérique de la longueur d'1/4 de méridien qui est fixée.  $\{L_{1/4 \text{ méridien}}\}_{\text{déf}} = 10^6$  lorsqu'exprimée en m.

- Donc pour savoir ce qu'est 1 m, il faut mesurer le méridien et diviser par  $4 \times 10^6$ .
- Campagne de mesure pour en déterminer la valeur (laborieuse, erreur à la fin, réf).

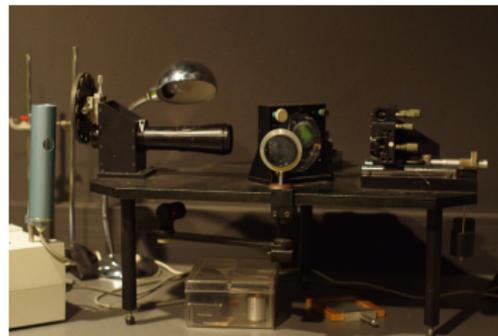


# Comment définir une unité ?

## Le mètre :

Suite de l'histoire, encore quelques étapes qu'on ne détaille pas :

- 1889 : on revient à une définition par un étalon. 1 m est la longueur de l'étalon de référence, en platine iridiée, stocké à dans un coffre au BIPM.
- 1960 : un mètre est 1 650 763,73 fois la longueur d'onde d'une radiation du krypton.  $\{\lambda_{Kr}\}_{\text{déf}} = 1/1\,650\,763,73$ .



# Comment définir une unité ?

## Le mètre :

1983, la vitesse de la lumière

**Formulation concrète :** un mètre est la distance parcourue par la lumière dans le vide pendant la durée (exacte)  $1/299792458$  seconde.

**Formulation val. num. :**  $\{c\} = 299792458$  lorsqu'exprimé en  $\text{m s}^{-1}$ .

Pourquoi ce changement ?

- 1970-80 : le développement des lasers permet des mesures de  $c$  de plus en plus précises.
- Définir le mètre à partir de  $\{c\}$  fixée permet des mesures de  $L$  plus précises qu'en le définissant à partir de  $\{\lambda_{Kr}\}$ .
- Il est intéressant que  $\{c\}$  soit sans incertitude.



<https://prezi.com/9alyjnhnbbm2/theory-of-scales-of-measurement/>  
<https://metrologie.entreprises.gouv.fr/fr/point-d-histoire/histoire-du-metre>

# Comment définir une unité ?

Avant de passer au kg, retour sur la définition et remarque :

Définir une unité  $\Leftrightarrow$  Fixer la **valeur numérique** d'une grandeur physique choisie

→ ce n'est pas la **valeur** qu'on fixe, mais la **valeur numérique** (lorsqu'exprimée dans les unités qu'on cherche à définir).

$$\underbrace{L_{1/4 \text{ méridien}}}_{\text{fixé par la nature}} = \underbrace{10^6}_{\text{fixé par convention}} \underbrace{\text{m}}_{\text{défini par cette égalité}}$$

$$\underbrace{c}_{\text{fixé par la nature}} = \underbrace{299\,792\,458}_{\text{fixé par convention}} \underbrace{\text{m}}_{\text{défini par cette égalité}} \underbrace{\text{s}^{-1}}_{\text{défini par ailleurs (césium)}}$$

# Comment définir une unité ?

## Le kilogramme :

Le PIK (1889 – 2018)

**Formulation concrète :** un kg est la masse de ce cylindre de platine iridié, appelé PIK.

**Formulation val. num. :** la masse  $m$  du PIK a pour valeur numérique  $\{m\} = 1$  (exprimée en kg).



# Outline

- 1 Unités
  - Comment définir une unité ?
  - Les définitions de 2018
  - Redéfinir une unité, exemple du kilogramme
- 2 Dimension
  - Dimension et homogénéité
  - Grandeurs de base et dérivées
  - 7 ?
- 3 Aspects didactiques
  - Garder les unités dans les A.N.
- 4 Autres
  - Typographie
  - Diversité des échelles de mesure

# Les définitions de 2018

**Le kilogramme** : changement en 2018 (entrée en vigueur le 20 mai 2019).

Basé sur la constante de Planck  $h$ .

**avant 2019**



1 kg, c'est exactement la masse de ce cylindre de platine 😎

**après 2019**

un kilogramme est tel que  
 $h = 6,626\,070\,15 \times 10^{-34} \text{ kg} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{s}^{-1}$

1 kg, c'est... quoi au juste ? 😞

# Les définitions de 2018

**Le kilogramme** : changement en 2018 (entrée en vigueur le 20 mai 2019).

**Formulation concrète** : ...

**Formulation val. num.** : un kg est tel que  $\{h\} = 6,626\,070\,15 \times 10^{-34}$  lorsqu'exprimée en  $\text{kg m}^2 \text{s}^{-1}$ .

$$\underbrace{h}_{\text{fixé par la nature}} = \underbrace{6,626\,070\,15 \times 10^{-34}}_{\text{fixé par convention}} \underbrace{\text{kg}}_{\text{défini par cette égalité}} \underbrace{\text{m}^2 \text{s}^{-1}}_{\text{défini par ailleurs (c et césium)}}$$

# Les définitions de 2018

## Le kilogramme (suite)

**Formulation concrète** : cherchons une expérience.

On considère un atome immobile qui absorbe un photon de longueur d'onde  $\lambda$ .



# Les définitions de 2018

## Le kilogramme (suite)

**Formulation concrète** : cherchons une expérience.

On considère un atome immobile qui absorbe un photon de longueur d'onde  $\lambda$ .



⇒ vitesse de recul  $v_r$  donnée par la conservation de la quantité de mouvement :

$$mv_r = \frac{h}{\lambda}$$

Prenons  $\lambda = 662,6\,070\,15\text{ nm}$ . Alors  $mv_r = \frac{h}{\lambda} = 10^{-27}\text{ kg m s}^{-1}$ .

# Les définitions de 2018

## Le kilogramme (suite)

**Formulation concrète** : cherchons une expérience.

On considère un atome immobile qui absorbe un photon de longueur d'onde  $\lambda$ .



⇒ vitesse de recul  $v_r$  donnée par la conservation de la quantité de mouvement :

$$mv_r = \frac{h}{\lambda}$$

Prenons  $\lambda = 662,607015 \text{ nm}$ . Alors  $mv_r = \frac{h}{\lambda} = 10^{-27} \text{ kg m s}^{-1}$ .

⇒  $m = 10^{-27} \text{ kg}$  est la masse d'un objet qui, absorbant un photon de  $\lambda = 662,607015 \text{ nm}$ , acquiert une vitesse de recul  $v_r = 1 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$ .

# Les définitions de 2018

## Le kilogramme (suite)

### Formulation concrète :

$m = 10^{-27}$  kg est la masse d'un objet qui, absorbant un photon de  $\lambda = 662,607015$  nm, acquiert une vitesse de recul  $v_r = 1 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$ .

- Toutes les valeurs numériques ci-dessus sont exactes, elles définissent ce qu'est 1 kg.
- Cette définition est équivalente à  $\{h\} = 6,62607015 \times 10^{-34}$ .
- Plus compréhensible mais moins générale : la déf. via  $\{h\}$  ne particularise aucune expérience.

# Les définitions de 2018

**La mole** : [image]

La constante d'Avogadro.

# Les définitions de 2018

**La mole :** [image]

La constante d'Avogadro.

**Formulation concrète :** une mole contient par définition  $6,022\,140\,76 \times 10^{23}$  entités.

**Formulation val. num. :** une mole est telle que

$$\{N_A\} = 6,022\,140\,76 \times 10^{23}$$

lorsqu'exprimée en  $\text{mol}^{-1}$ .

# Les définitions de 2018

**La mole** : [image]

La constante d'Avogadro.

**Formulation concrète** : une mole contient par définition  $6,022\,140\,76 \times 10^{23}$  entités.

**Formulation val. num.** : une mole est telle que

$$\{N_A\} = 6,022\,140\,76 \times 10^{23}$$

lorsqu'exprimée en  $\text{mol}^{-1}$ .

**Remarque** sur l'ancienne définition (1960 - 2018) :

- une mole était le nombre d'atomes présents dans 12 g de  $^{12}\text{C}$  ;
- équivalent à fixer la val. num.  $\{M_{12\text{C}}\} = 12$  (masse molaire du  $^{12}\text{C}$  en g/mol).

Ce n'est plus le cas. En 2019,  $M_{12\text{C}} = 11,9999999958(36)$  g/mol.

# Les définitions de 2018

**Le kelvin :**

La constante de Boltzmann.

**Formulation val. num. :**

$\{k_B\} = 1,380\,649 \times 10^{-23}$  lorsqu'exprimée en  
 $\text{kg} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{s}^{-2} \cdot \text{K}^{-1}$



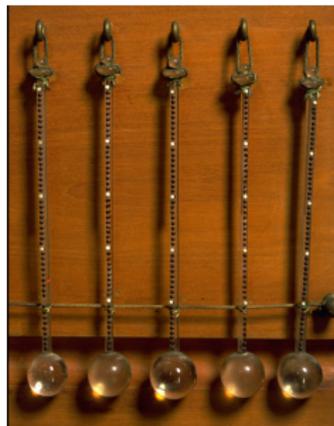
# Les définitions de 2018

## Le kelvin :

La constante de Boltzmann.

### Formulation val. num. :

$\{k_B\} = 1,380\,649 \times 10^{-23}$  lorsqu'exprimée en  $\text{kg} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{s}^{-2} \cdot \text{K}^{-1}$



### Remarque :

Constante des gaz parfait  $R = N_A k_B$ .

$\{N_A\}$  et  $\{k_B\}$  fixées  $\Rightarrow \{R\}$  est fixée.

### Définition équivalente du kelvin :

$\{R\} = 8,314\,462\,618\,153\,24$  lorsqu'exprimée en  $\text{J} \cdot \text{mol}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$ .

# Les définitions de 2018

## Le kelvin (suite)

**Formulation val. num.** :  $\{R\} = 8,314\,462\,618\,153\,24$  lorsqu'exprimée en  $\text{J} \cdot \text{mol}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$ .

**Formulation concrète** : utilisons  $pV = nRT$  pour trouver une situation concrète.

# Les définitions de 2018

## Le kelvin (suite)

**Formulation val. num. :**  $\{R\} = 8,314\,462\,618\,153\,24$  lorsqu'exprimée en  $\text{J} \cdot \text{mol}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$ .

**Formulation concrète :** utilisons  $pV = nRT$  pour trouver une situation concrète.

$T = 100\text{ K}$  est la température de  $n = 1\text{ mol}$  de gaz modélisé parfait, contenu dans un volume  $V = 1\text{ m}^3$ , lorsqu'il exerce une pression  $p = 831,4\,462\,618\,153\,24\text{ Pa}$  sur les parois.

# Les définitions de 2018

## Le kelvin (suite)

**Formulation val. num.** :  $\{R\} = 8,314\,462\,618\,153\,24$  lorsqu'elle est exprimée en  $\text{J} \cdot \text{mol}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$ .

**Formulation concrète** : utilisons  $pV = nRT$  pour trouver une situation concrète.

$T = 100\text{ K}$  est la température de  $n = 1\text{ mol}$  de gaz modélisé parfait, contenu dans un volume  $V = 1\text{ m}^3$ , lorsqu'il exerce une pression  $p = 831,4\,462\,618\,153\,24\text{ Pa}$  sur les parois.

**Rq** : il existe des thermomètres à gaz, qui fonctionnent justement en exploitant l'équation d'état du gaz.

# Les définitions de 2018

**L'ampère :**

La charge élémentaire  $e$  [image ?]

# Les définitions de 2018

## L'ampère :

La charge élémentaire  $e$  [image ?]

**Formulation val. num. :**  $\{e\} = 1,602\,176\,634 \times 10^{-19}$  lorsqu'exprimée en  $A \cdot s$ .

## Formulation concrète :

$$Rq : \frac{1}{1,602\,176\,634 \times 10^{-19}} = 6,24150907446... \times 10^{18}$$

# Les définitions de 2018

## L'ampère :

La charge élémentaire  $e$  [image ?]

**Formulation val. num. :**  $\{e\} = 1,602\,176\,634 \times 10^{-19}$  lorsqu'exprimée en **A** · s.

## Formulation concrète :

$$\text{Rq : } \frac{1}{1,602\,176\,634 \times 10^{-19}} = 6,24150907446... \times 10^{18}$$

1 A est le courant réalisé par le passage de  $N = 6,24150907446... \times 10^{18}$  électrons par seconde.

$$\text{En effet, } I = \frac{N \times e}{1 \text{ s}} = 1 \text{ A.}$$

# Les définitions de 2018

## L'ampère :

La charge élémentaire  $e$  [image ?]

**Formulation val. num. :**  $\{e\} = 1,602\,176\,634 \times 10^{-19}$  lorsqu'exprimée en  $\text{A} \cdot \text{s}$ .

## Formulation concrète :

$$\text{Rq : } \frac{1}{1,602\,176\,634 \times 10^{-19}} = 6,24150907446... \times 10^{18}$$

1 A est le courant réalisé par le passage de  $N = 6,24150907446... \times 10^{18}$  électrons par seconde.

En effet,  $I = \frac{N \times e}{1 \text{ s}} = 1 \text{ A}$ .

**Rq :** des expériences qui implémentent cette définition (compter les électrons pour mesurer un courant) sont en cours de conception.

Actuellement ce n'est pas la méthode utilisée.

# Outline

- 1 Unités
  - Comment définir une unité ?
  - Les définitions de 2018
  - Redéfinir une unité, exemple du kilogramme
- 2 Dimension
  - Dimension et homogénéité
  - Grandeurs de base et dérivées
  - 7 ?
- 3 Aspects didactiques
  - Garder les unités dans les A.N.
- 4 Autres
  - Typographie
  - Diversité des échelles de mesure