

Unités et dimensions des grandeurs physiques

Mickaël Melzani

10 mai 2024

Outline

- 1 Unités
 - Comment définir une unité ?
 - Les définitions de 2018
 - Redéfinir une unité, exemple du kilogramme
- 2 Dimension
 - Dimension et homogénéité
 - Grandeurs de base et dérivées
 - 7 ?
- 3 Aspects didactiques
 - Garder les unités dans les A.N.
- 4 Autres
 - Typographie
 - Diversité des échelles de mesure

Outline

1 Unités

- Comment définir une unité ?
- Les définitions de 2018
- Redéfinir une unité, exemple du kilogramme

2 Dimension

- Dimension et homogénéité
- Grandeurs de base et dérivées
- 7 ?

3 Aspects didactiques

- Garder les unités dans les A.N.

4 Autres

- Typographie
- Diversité des échelles de mesure

Comment définir une unité ?

Quelques définitions

Une mesure par rapport à une unité est l'attribution, à une grandeur physique identifiée, d'une valeur numérique et d'une unité :

$$L = \{L\} [L],$$

$\{L\}$ est la valeur numérique, $[L]$ est l'unité.

Exemple : $L = 5,2 \text{ m} \rightarrow$ la longueur L s'obtient en répétant 5,2 fois la longueur unité "1 m".

- Les unités sont des grandeurs physiques particulières, choisies par convention pour servir de référence.
- Pour être complet : il faut spécifier une incertitude.
- (Rq : il y a des mesures où la référence n'est pas une unité.)

Comment définir une unité ?

Définition actuelle du mètre (brochure du SI) :

Le mètre

Le mètre, symbole m, est l'unité de longueur du SI. Il est défini en prenant la valeur numérique fixée de la vitesse de la lumière dans le vide, c , égale à 299 792 458 lorsqu'elle est exprimée en m s^{-1} , la seconde étant définie en fonction de $\Delta\nu_{\text{Cs}}$.

→ Formulation qui consiste à fixer la valeur numérique $\{c\}$.

Comment définir une unité ?

Définition actuelle du mètre (brochure du SI) :

Le mètre

Le mètre, symbole **m**, est l'unité de longueur du SI. Il est défini en prenant la valeur numérique fixée de la vitesse de la lumière dans le vide, c , égale à 299 792 458 lorsqu'elle est exprimée en m s^{-1} , la seconde étant définie en fonction de $\Delta\nu_{\text{Cs}}$.

→ Formulation qui consiste à fixer la valeur numérique $\{c\}$.

Unité de base	Définition de l'unité de base
seconde (s)	$\{\Delta\nu_{\text{Cs}}\} = 9\,192\,631\,770$ lorsqu'exprimée en s^{-1}
mètre (m)	$\{c\} = 299\,792\,458$ lorsqu'exprimée en $\text{m} \cdot \text{s}^{-1}$
kilogramme (kg)	$\{h\} = 6,626\,070\,15 \times 10^{-34}$ lorsqu'exprimée en $\text{kg} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{s}^{-1}$
ampère (A)	$\{e\} = 1,602\,176\,634 \times 10^{-19}$ lorsqu'exprimée en $\text{A} \cdot \text{s}$
kelvin (K)	$\{k_{\text{B}}\} = 1,380\,649 \times 10^{-23}$ lorsqu'exprimée en $\text{kg} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{s}^{-2} \cdot \text{K}^{-1}$
mole (mol)	$\{N_{\text{A}}\} = 6,022\,140\,76 \times 10^{23}$ lorsqu'exprimée en mol^{-1}
candela (cd)	$\{K_{\text{cd}}\} = 683$ lorsqu'exprimée en $\text{cd} \cdot \text{sr} \cdot \text{kg}^{-1} \cdot \text{m}^{-2} \cdot \text{s}^3$

Comment définir une unité ?

Définition actuelle du mètre (brochure du SI) :

Le mètre

Le mètre, symbole **m**, est l'unité de longueur du SI. Il est défini en prenant la valeur numérique fixée de la vitesse de la lumière dans le vide, c , égale à 299 792 458 lorsqu'elle est exprimée en m s^{-1} , la seconde étant définie en fonction de $\Delta\nu_{\text{Cs}}$.

→ Formulation qui consiste à fixer la valeur numérique $\{c\}$.

Unité de base	Définition de l'unité de base
seconde (s)	$\{\Delta\nu_{\text{Cs}}\} = 9\,192\,631\,770$ lorsqu'exprimée en s^{-1}
mètre (m)	$\{c\} = 299\,792\,458$ lorsqu'exprimée en $\text{m} \cdot \text{s}^{-1}$
kilogramme (kg)	$\{h\} = 6,626\,070\,15 \times 10^{-34}$ lorsqu'exprimée en $\text{kg} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{s}^{-1}$ 🤔
ampère (A)	$\{e\} = 1,602\,176\,634 \times 10^{-19}$ lorsqu'exprimée en $\text{A} \cdot \text{s}$
kelvin (K)	$\{k_{\text{B}}\} = 1,380\,649 \times 10^{-23}$ lorsqu'exprimée en $\text{kg} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{s}^{-2} \cdot \text{K}^{-1}$ 🤔
mole (mol)	$\{N_{\text{A}}\} = 6,022\,140\,76 \times 10^{23}$ lorsqu'exprimée en mol^{-1}
candela (cd)	$\{K_{\text{cd}}\} = 683$ lorsqu'exprimée en $\text{cd} \cdot \text{sr} \cdot \text{kg}^{-1} \cdot \text{m}^{-2} \cdot \text{s}^3$

Comment définir une unité ?

Définir une unité



Fixer la valeur numérique d'une grandeur physique choisie

Parfois difficile à comprendre : $\{c\}$ fixée à 299 792 458 signifie ?

→ Si on veut être plus **concret**, on se ramène à une grandeur du **même type** que l'unité définie.

Exemple : le mètre est la distance parcourue par la lumière pendant la durée (exacte, convention) $1/299792458$ seconde.

Comment définir une unité ?

Définir une unité

⇔

Fixer la valeur numérique d'une grandeur physique choisie

Parfois difficile à comprendre : $\{c\}$ fixée à 299 792 458 signifie ?

→ Si on veut être plus **concret**, on se ramène à une grandeur du **même type** que l'unité définie.

Exemple : le mètre est la distance parcourue par la lumière pendant la durée (exacte, convention) $1/299792458$ seconde.

On a donc **définition "valeur numérique"** ⇔ **définition "concrète"**

↑
pour les scientifiques

↑
pour les élèves ?

Dans la suite : quelques exemples de "traductions".

Comment définir une unité ?

Le mètre :

Avant 1791, des étalons matériels.

Formulation concrète : une toise, c'est la longueur de cet étalon là (stocké chez le seigneur local).

Formulation val. num. : c'est la valeur numérique de la longueur de l'étalon qui est fixée. $\{L\}_{\text{déf}} = 1$ lorsqu'exprimée en toise.

- Différents d'une ville à l'autre, différent selon l'usage (toise pour les bâtiment, aune pour les tissus...)
- Plusieurs milliers d'unités de longueur au 18^e.



Comment définir une unité ?

Le mètre :

1791-95, le méridien terrestre : on décide par convention que 1/4 du méridien mesure 10^6 m.

Formulation concrète : 1 m, c'est la longueur d'un quart du méridien divisée par 10^6 .

Formulation val. num. : c'est la valeur numérique de la longueur d'1/4 de méridien qui est fixée. $\{L_{1/4 \text{ méridien}}\}_{\text{déf}} = 10^6$ lorsqu'exprimée en m.

- Donc pour savoir ce qu'est 1 m, il faut mesurer le méridien et diviser par 4×10^6 .
- Campagne de mesure pour en déterminer la valeur (laborieuse, erreur à la fin, réf).

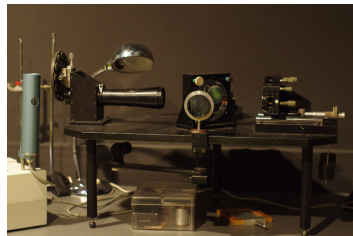


Comment définir une unité ?

Le mètre :

Suite de l'histoire, encore quelques étapes qu'on ne détaille pas :

- 1889 : on revient à une définition par un étalon. 1 m est la longueur de l'étalon de référence, en platine iridiée, stocké à dans un coffre au BIPM.
- 1960 : un mètre est 1 650 763,73 fois la longueur d'onde d'une radiation du krypton. $\{\lambda_{Kr}\}_{\text{déf}} = 1/1\,650\,763,73$.



Comment définir une unité ?

Le mètre :

1983, la vitesse de la lumière

Formulation concrète : un mètre est la distance parcourue par la lumière dans le vide pendant la durée (exacte) $1/299792458$ seconde.

Formulation val. num. : $\{c\} = 299792458$ lorsqu'exprimé en m s^{-1} .

Pourquoi ce changement ?

- 1970-80 : le développement des lasers permet des mesures de c de plus en plus précises.
- Définir le mètre à partir de $\{c\}$ fixée permet des mesures de L plus précises qu'en le définissant à partir de $\{\lambda_{Kr}\}$.
- Il est intéressant que $\{c\}$ soit sans incertitude.



<https://prezi.com/9alyjnhnbbm2/theory-of-scales-of-measurement/>
<https://metrologie.entreprises.gouv.fr/fr/point-d-histoire/histoire-du-metre>

Comment définir une unité ?

Avant de passer au kg, retour sur la définition et remarque :

Définir une unité \Leftrightarrow Fixer la **valeur numérique** d'une grandeur physique choisie

→ ce n'est pas la **valeur** qu'on fixe, mais la **valeur numérique** (lorsqu'exprimée dans les unités qu'on cherche à définir).

$$\underbrace{L_{1/4 \text{ méridien}}}_{\text{fixé par la nature}} = \underbrace{10^6}_{\text{fixé par convention}} \underbrace{\text{m}}_{\text{défini par cette égalité}}$$

$$\underbrace{c}_{\text{fixé par la nature}} = \underbrace{299\,792\,458}_{\text{fixé par convention}} \underbrace{\text{m}}_{\text{défini par cette égalité}} \underbrace{\text{s}^{-1}}_{\text{défini par ailleurs (césium)}}$$

Comment définir une unité ?

Le kilogramme :

Le PIK (1889 – 2018)

Formulation concrète : un kg est la masse de ce cylindre de platine iridié, appelé PIK.

Formulation val. num. : la masse m du PIK a pour valeur numérique $\{m\} = 1$ (exprimée en kg).



Outline

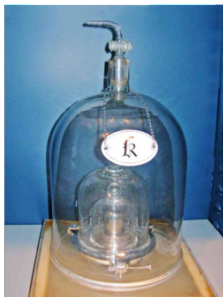
- 1 Unités
 - Comment définir une unité ?
 - Les définitions de 2018
 - Redéfinir une unité, exemple du kilogramme
- 2 Dimension
 - Dimension et homogénéité
 - Grandeurs de base et dérivées
 - 7 ?
- 3 Aspects didactiques
 - Garder les unités dans les A.N.
- 4 Autres
 - Typographie
 - Diversité des échelles de mesure

Les définitions de 2018

Le kilogramme : changement en 2018 (entrée en vigueur le 20 mai 2019).

Basé sur la constante de Planck h .

avant 2019



1 kg, c'est exactement la masse de ce cylindre de platine 😊

après 2019

un kilogramme est tel que
 $h = 6,626\,070\,15 \times 10^{-34} \text{ kg} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{s}^{-1}$

1 kg, c'est... quoi au juste ? 😞

Les définitions de 2018

Le kilogramme : changement en 2018 (entrée en vigueur le 20 mai 2019).

Formulation concrète : ...

Formulation val. num. : un kg est tel que $\{h\} = 6,626\,070\,15 \times 10^{-34}$ lorsqu'elle est exprimée en $\text{kg m}^2 \text{s}^{-1}$.

$$\underbrace{h}_{\text{fixé par la nature}} = \underbrace{6,626\,070\,15 \times 10^{-34}}_{\text{fixé par convention}} \underbrace{\text{kg}}_{\text{défini par cette égalité}} \underbrace{\text{m}^2 \text{s}^{-1}}_{\text{défini par ailleurs (c et césium)}}$$

Les définitions de 2018

Le kilogramme (suite)

Formulation concrète : cherchons une expérience.

On considère un atome immobile qui absorbe un photon de longueur d'onde λ .



Les définitions de 2018

Le kilogramme (suite)

Formulation concrète : cherchons une expérience.

On considère un atome immobile qui absorbe un photon de longueur d'onde λ .



⇒ vitesse de recul v_r donnée par la conservation de la quantité de mouvement :

$$mv_r = \frac{h}{\lambda}$$

Prenons $\lambda = 662,6\,070\,15\text{ nm}$. Alors $mv_r = \frac{h}{\lambda} = 10^{-27}\text{ kg m s}^{-1}$.

Les définitions de 2018

Le kilogramme (suite)

Formulation concrète : cherchons une expérience.

On considère un atome immobile qui absorbe un photon de longueur d'onde λ .



⇒ vitesse de recul v_r donnée par la conservation de la quantité de mouvement :

$$mv_r = \frac{h}{\lambda}$$

Prenons $\lambda = 662,607015 \text{ nm}$. Alors $mv_r = \frac{h}{\lambda} = 10^{-27} \text{ kg m s}^{-1}$.

⇒ $m = 10^{-27} \text{ kg}$ est la masse d'un objet qui, absorbant un photon de $\lambda = 662,607015 \text{ nm}$, acquiert une vitesse de recul $v_r = 1 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$.

Les définitions de 2018

Le kilogramme (suite)

Formulation concrète :

$m = 10^{-27}$ kg est la masse d'un objet qui, absorbant un photon de $\lambda = 662,607015$ nm, acquiert une vitesse de recul $v_r = 1 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$.

- Toutes les valeurs numériques ci-dessus sont exactes, elles définissent ce qu'est 1 kg.
- Cette définition est équivalente à $\{h\} = 6,62607015 \times 10^{-34}$.
- Plus compréhensible mais moins générale : la déf. via $\{h\}$ ne particularise aucune expérience.

Les définitions de 2018

La mole : [image]

La constante d'Avogadro.

Les définitions de 2018

La mole : [image]

La constante d'Avogadro.

Formulation concrète : une mole contient par définition $6,022\,140\,76 \times 10^{23}$ entités.

Formulation val. num. : une mole est telle que

$$\{N_A\} = 6,022\,140\,76 \times 10^{23}$$

lorsqu'exprimée en mol^{-1} .

Les définitions de 2018

La mole : [image]

La constante d'Avogadro.

Formulation concrète : une mole contient par définition $6,022\,140\,76 \times 10^{23}$ entités.

Formulation val. num. : une mole est telle que

$$\{N_A\} = 6,022\,140\,76 \times 10^{23}$$

lorsqu'exprimée en mol^{-1} .

Remarque sur l'ancienne définition (1960 - 2018) :

- une mole était le nombre d'atomes présents dans 12 g de ^{12}C ;
- équivalent à fixer la val. num. $\{M_{^{12}\text{C}}\} = 12$ (masse molaire du ^{12}C en g/mol).

Ce n'est plus le cas. En 2019, $M_{^{12}\text{C}} = 11,9999999958(36)$ g/mol.

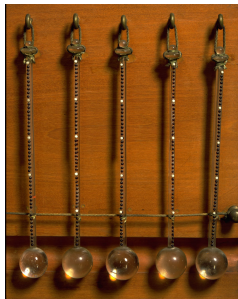
Les définitions de 2018

Le kelvin :

La constante de Boltzmann.

Formulation val. num. :

$\{k_B\} = 1,380\,649 \times 10^{-23}$ lorsqu'exprimée en
 $\text{kg} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{s}^{-2} \cdot \text{K}^{-1}$



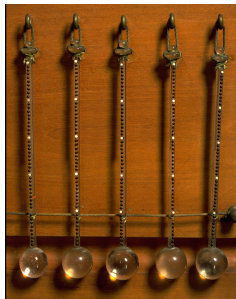
Les définitions de 2018

Le kelvin :

La constante de Boltzmann.

Formulation val. num. :

$\{k_B\} = 1,380\,649 \times 10^{-23}$ lorsqu'exprimée en $\text{kg} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{s}^{-2} \cdot \text{K}^{-1}$



Remarque :

Constante des gaz parfait $R = N_A k_B$.

$\{N_A\}$ et $\{k_B\}$ fixées $\Rightarrow \{R\}$ est fixée.

Définition équivalente du kelvin :

$\{R\} = 8,314\,462\,618\,153\,24$ lorsqu'exprimée en $\text{J} \cdot \text{mol}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$.

Les définitions de 2018

Le kelvin (suite)

Formulation val. num. : $\{R\} = 8,314\,462\,618\,153\,24$ lorsqu'exprimée en $\text{J} \cdot \text{mol}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$.

Formulation concrète : utilisons $pV = nRT$ pour trouver une situation concrète.

Les définitions de 2018

Le kelvin (suite)

Formulation val. num. : $\{R\} = 8,314\,462\,618\,153\,24$ lorsqu'elle est exprimée en $\text{J} \cdot \text{mol}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$.

Formulation concrète : utilisons $pV = nRT$ pour trouver une situation concrète.

$T = 100\text{ K}$ est la température de $n = 1\text{ mol}$ de gaz modélisé parfait, contenu dans un volume $V = 1\text{ m}^3$, lorsqu'il exerce une pression $p = 831,4\,462\,618\,153\,24\text{ Pa}$ sur les parois.

Les définitions de 2018

Le kelvin (suite)

Formulation val. num. : $\{R\} = 8,314\,462\,618\,153\,24$ lorsqu'elle est exprimée en $\text{J} \cdot \text{mol}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$.

Formulation concrète : utilisons $pV = nRT$ pour trouver une situation concrète.

$T = 100\text{ K}$ est la température de $n = 1\text{ mol}$ de gaz modélisé parfait, contenu dans un volume $V = 1\text{ m}^3$, lorsqu'il exerce une pression $p = 831,4\,462\,618\,153\,24\text{ Pa}$ sur les parois.

Rq : il existe des thermomètres à gaz, qui fonctionnent justement en exploitant l'équation d'état du gaz.

Les définitions de 2018

L'ampère :

La charge élémentaire e [image ?]

Les définitions de 2018

L'ampère :

La charge élémentaire e [image ?]

Formulation val. num. : $\{e\} = 1,602\,176\,634 \times 10^{-19}$ lorsqu'exprimée en $A \cdot s$.

Formulation concrète :

$$Rq : \frac{1}{1,602\,176\,634 \times 10^{-19}} = 6,24150907446... \times 10^{18}$$

Les définitions de 2018

L'ampère :

La charge élémentaire e [image ?]

Formulation val. num. : $\{e\} = 1,602\,176\,634 \times 10^{-19}$ lorsqu'exprimée en $\text{A} \cdot \text{s}$.

Formulation concrète :

$$\text{Rq : } \frac{1}{1,602\,176\,634 \times 10^{-19}} = 6,24150907446... \times 10^{18}$$

1 A est le courant réalisé par le passage de $N = 6,24150907446... \times 10^{18}$ électrons par seconde.

En effet, $I = \frac{N \times e}{1 \text{ s}} = 1 \text{ A}$.

Les définitions de 2018

L'ampère :

La charge élémentaire e [image ?]

Formulation val. num. : $\{e\} = 1,602\,176\,634 \times 10^{-19}$ lorsqu'exprimée en $\text{A} \cdot \text{s}$.

Formulation concrète :

$$\text{Rq : } \frac{1}{1,602\,176\,634 \times 10^{-19}} = 6,24150907446... \times 10^{18}$$

1 A est le courant réalisé par le passage de $N = 6,24150907446... \times 10^{18}$ électrons par seconde.

En effet, $I = \frac{N \times e}{1 \text{ s}} = 1 \text{ A}$.

Rq : des expériences qui implémentent cette définition (compter les électrons pour mesurer un courant) sont en cours de conception. Actuellement ce n'est pas la méthode utilisée.

Outline

- 1 Unités
 - Comment définir une unité ?
 - Les définitions de 2018
 - Redéfinir une unité, exemple du kilogramme
- 2 Dimension
 - Dimension et homogénéité
 - Grandeurs de base et dérivées
 - 7 ?
- 3 Aspects didactiques
 - Garder les unités dans les A.N.
- 4 Autres
 - Typographie
 - Diversité des échelles de mesure