Devoir Surveillé

Physique – DS 3

- **Calculatrices interdites.**
- Vérifiez l'**homogénéité** de vos relations.

I Filtre ADSL

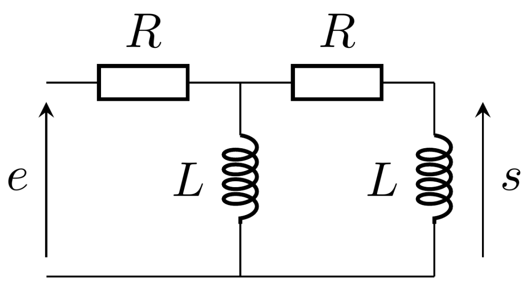
Les lignes téléphoniques transportent à la fois les signaux téléphoniques vocaux (fréquences de 0 à 4 kHz), et les signaux informatiques pour l'ADSL par exemple (fréquences de 25 kHz à 2 MHz).

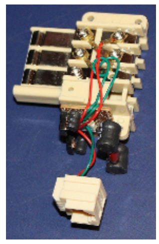
1 - Quel type de filtre faut-il utiliser pour récupérer seulement les signaux téléphoniques ? Les signaux informatiques ?

Proposer un bon choix de fréquence de coupure f_0.

Un filtre ADSL sert à répartir les signaux entre le téléphone et la box ADSL. Il peut se décrire par le circuit ci-contre.

L'entrée e est délivrée par la prise téléphonique murale.





2 - Indiquer, en justifiant, de quel type de filtre il s'agit.

La sortie s doit-elle correspondre au signal fourni à la box internet ou au téléphone ?

Afin de trouver l'expression de la fonction de transfert $\underline{H} = \dfrac{\underline{s}}{\underline{e}}$ on procède en plusieurs étapes.
Notons $\underline{u}$ la tension aux bornes de la bobine de gauche. On travaille avec les impédances complexes.

3 - a - Donner l'expression de $\underline{s}$ en fonction de $\underline{u}$, L, R et ω.

b - D'autre part, donner l'expression de $\underline{u}$ en fonction de $\underline{e}$, R, et d'une impédance équivalente $\underline{Z}$ bien choisie (et dont on donnera l'expression).

On peut alors montrer en utilisant les deux questions précédentes (mais on ne le fera pas) que la fonction de transfert a l'expression suivante :

$$\underline{H} = \frac{-x^2}{1 + 3\mathrm{j}x - x^2}, \quad \text{avec} \quad x = \frac{\omega}{\omega_0} = \frac{L\omega}{R}.$$

4 - a - Donner la valeur de $\underline{H}$ pour $x = 1$, et l'expression du gain en décibel et la valeur de la phase.

b - Donner un équivalent de $\underline{H}$ à hautes et basses fréquences.

c - Donner l'équation des asymptotes pour le gain en décibel et pour la phase.

d - Tracer l'allure du diagramme de Bode en gain et en phase.

5 - Donner l'expression du module de $\underline{H}$ en fonction de ω. Même question pour l'argument de $\underline{H}$.

II Double vitrage et isolation acoustique

Cette partie s'intéresse à l'isolation acoustique d'un double vitrage, notamment en la comparant à celle d'un simple vitrage.

II.1 Présentation de l'isolation acoustique du simple vitrage

Sur la figure 1, la courbe en trait tireté représente l'atténuation acoustique d'un simple vitrage en fonction de la fréquence de l'onde sonore incidente. La fréquence $f \approx 3000\,\mathrm{Hz}$, autour de laquelle on constate une baisse d'atténuation, est appelée fréquence critique de la vitre. On peut en obtenir une expression à l'aide d'une analyse de mécanique des fluides, qui ne sera pas faite ici.

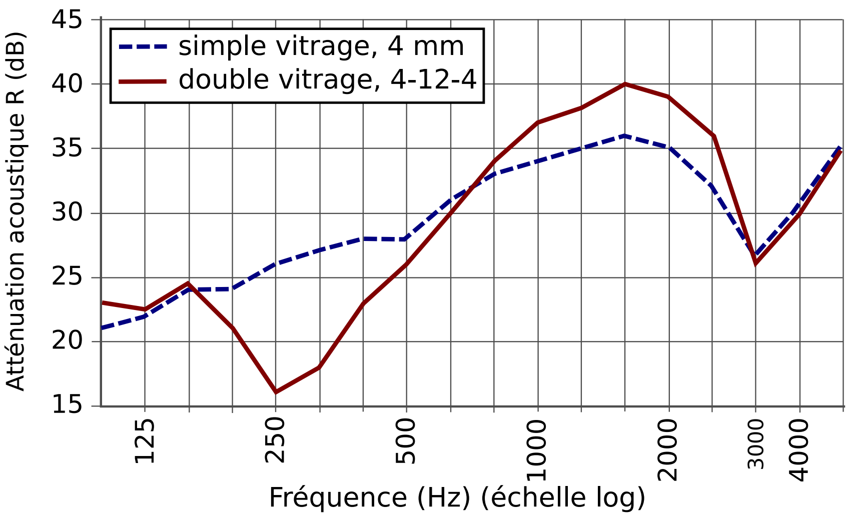


Figure 1 : atténuation par un simple vitrage (vitre de 4 mm) et un double vitrage (vitre de 4 mm, vide de 12 mm, vitre de 4 mm). L'échelle verticale est en décibels, mais il n'est pas nécessaire d'en connaître la définition : simplement, plus l'atténuation en décibels est importante, plus l'onde sonore transmise est d'amplitude faible.

6 - Rappeler la gamme de fréquences audibles par l'être humain.

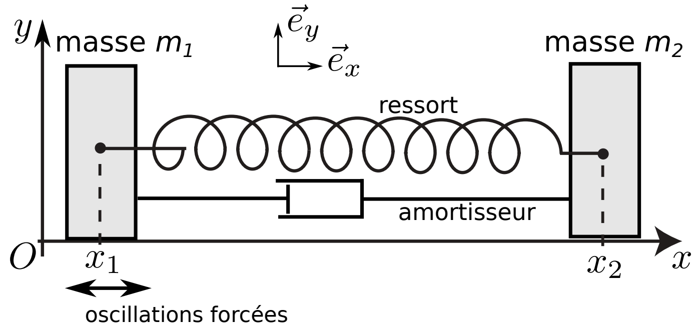
II.2 Double vitrage : étude en régime forcé

La figure 1 montre également la courbe d'atténuation acoustique du double vitrage (en trait plein). Elle présente deux baisses d'atténuation : une vers 250 Hz et une vers 3000 Hz.

La présence de la baisse d'atténuation vers 250 Hz, absente pour le simple vitrage, montre que le double vitrage est globalement moins performant que le simple vitrage. Nous allons étudier l'origine de cette baisse.

Pour cela, on modélise le double vitrage comme deux masses m_1 et m_2 qui représentent chacune une vitre. La lame d'air qui sépare les deux vitres est modélisée par un ressort (pour son rôle élastique de transmission des vibrations) associé à un amortisseur visqueux (pour rendre compte de la dissipation).

- Le ressort possède une longueur à vide l_0 et une constante de raideur k.
- L'amortisseur exerce sur la masse 2 une force $\vec{f} = -\alpha(\dot{x}_2 - \dot{x}_1)\vec{e}_x$ avec α une constante et $\dot{x}_1$ et $\dot{x}_2$ les vitesses des masses.
- Une onde sonore incidente force la vitre 1 à osciller selon $x_1(t) = A\cos(\omega t)$.



7 - Donner l'expression de la force $\vec{F}$ qu'exerce le ressort sur la masse 2, en fonction de l_0, k, x_1, x_2 et du vecteur unitaire $\vec{e}_x$.

8 - Établir l'équation différentielle suivie par la position $x_2(t)$ de la masse 2.

9 - On pose $u_2(t) = x_2(t) - l_0$. En partant de la question précédente, montrer que $u_2(t)$ vérifie l'équation différentielle suivante :

$$\ddot{u}_2 + \frac{\omega_0}{Q}\,\dot{u}_2 + \omega_0^2\,u_2 = \frac{\omega_0}{Q}\,\dot{x}_1 + \omega_0^2\,x_1, \qquad (1)$$

avec ω_0 et Q des paramètres dont on donnera les expressions en fonction de m_2, k et α.

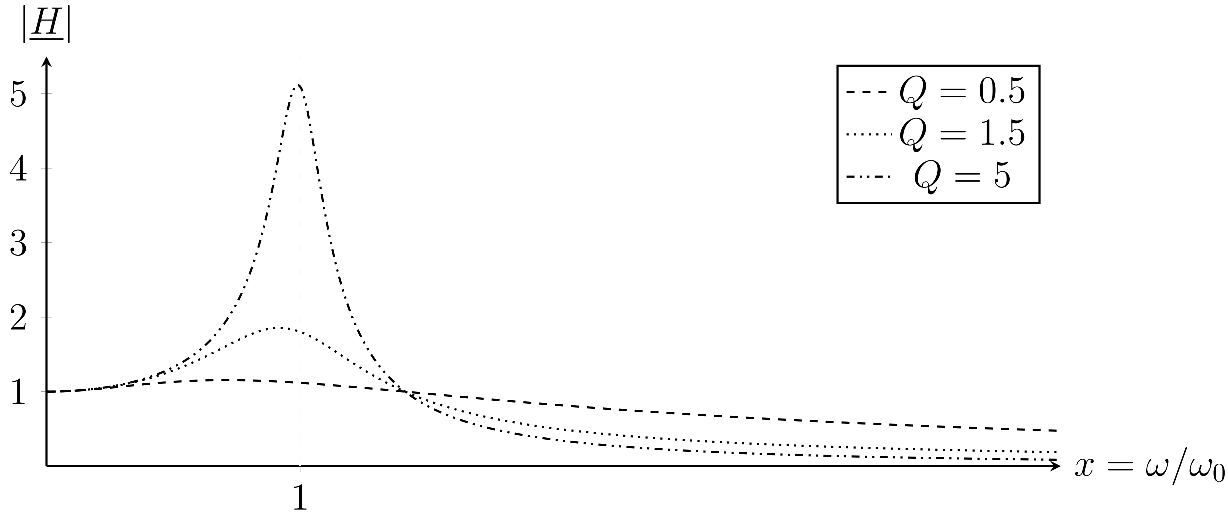
Dans la suite on travaille à partir de l'équation (1). On utilise le formalisme complexe, où une grandeur du type $u_2(t) = U_0\cos(\omega t + \varphi)$ est représentée par la grandeur complexe $\underline{u}_2(t) = \underline{U}_0 \mathrm{e}^{\mathrm{j}\omega t}$ avec $\underline{U}_0 = U_0\mathrm{e}^{\mathrm{j}\varphi}$ l'amplitude complexe associée (où $\mathrm{j}^2 = -1$).

On voit l'ensemble du double vitrage comme un filtre de fonction de transfert $\underline{H} = \dfrac{\underline{u}_2}{\underline{x}_1}$.

10 - Donner l'expression de $\underline{H}$, notamment en fonction de ω, ω_0 et Q.

11 - Donner l'expression du gain $G = |\underline{H}|$ du filtre en fonction de ω, ω_0 et Q.

On introduit la pulsation réduite $x = \omega/\omega_0$. Le graphique ci-dessous montre l'évolution de $|\underline{H}|$ en fonction de x pour différentes valeurs de Q. Pour un double vitrage, la valeur du facteur de qualité est élevée.



12 - Comment s'appelle le phénomène qui se manifeste ici par un maximum marqué sur la courbe de gain ?

13 - On souhaite obtenir la position du maximum de la courbe $|\underline{H}|(x)$. Pour les valeurs élevées de Q qui nous concernent ici, le numérateur de $|\underline{H}|$ ne varie pas beaucoup autour du maximum. Le maximum est donc atteint lorsque le dénominateur est minimum.

On admet que ce dénominateur s'écrit $D(x) = \sqrt{(1 - x^2)^2 + x^2/Q^2}$.

Établir, en suivant la démarche décrite ici, l'expression de la position x du maximum de $|\underline{H}|(x)$ en fonction de Q. Indiquer également à quelle condition sur Q ce maximum existe.

14 - Montrer que si Q est assez grand (de l'ordre de 10 par exemple), alors la position de ce maximum correspond à $\omega \simeq \omega_0$.

II.3 Détermination plus fine de la fréquence de résonance

Les questions qui précèdent expliquent la présence de la baisse d'atténuation du double vitrage à basses fréquences : pour ces fréquences, l'ensemble vitre-air-vitre entre en résonance et laisse passer l'onde sonore. Nous avons montré que la pulsation de résonance est donnée (quasiment) par la pulsation propre ω_0 du système.

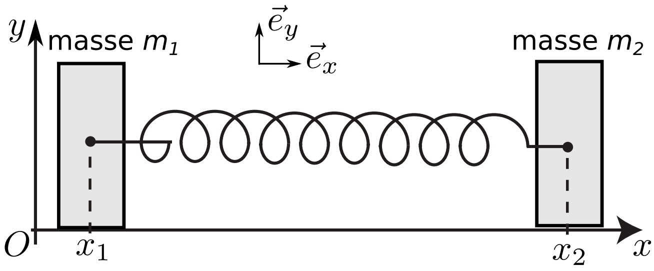
Notre expression de ω_0 n'est toutefois pas correcte, car elle ne prend en compte que la masse de la seconde vitre. Or celle de la première doit aussi intervenir, car sa mise en mouvement par l'onde sonore incidente en dépend.

Pour obtenir la bonne expression, il faut déterminer la pulsation des oscillations d'un système masse 1-ressort-masse 2 en oscillations libres. On considère donc un tel système. Ni la masse m_1, ni la masse m_2 ne sont fixées.

On note $l = x_2 - x_1$ la longueur du ressort et l_0 sa longueur à vide. Il est initialement comprimé d'une quantité δ :

$$l(t = 0) = l_0 - \delta,$$

puis il est relâché sans vitesse initiale à $t = 0$. On néglige ici toute force de frottement et on ne considère que l'action du ressort, du poids et de la réaction normale du support sur les masses.



15 - Établir l'équation différentielle suivie par la position $x_1(t)$ de la masse m_1, puis celle suivie par la position $x_2(t)$ de la masse 2.

16 - En retranchant vos deux équations précédentes, en déduire une équation différentielle portant sur la longueur $l(t)$, et écrire cette équation sous la forme :

$$\ddot{l} + \omega_0^2 l = a\omega_0^2, \tag{2}$$

avec ω_0 et a des constantes.

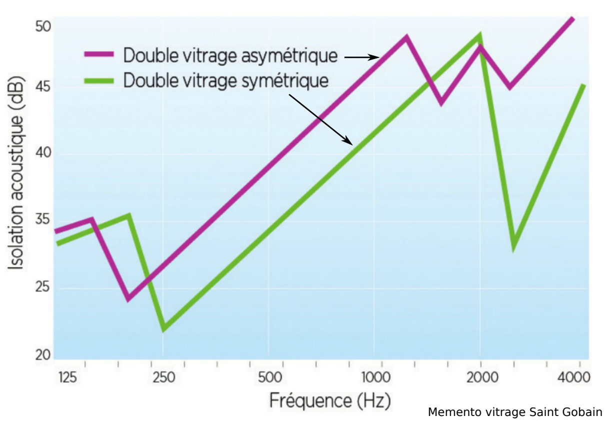
17 - Donner l'expression de ω_0 et a en fonction de m_1, m_2, k et l_0.

18 - Établir la solution $l(t)$ de l'équation différentielle (2), en fonction de ω_0, a, δ et t.

C'est la pulsation ω_0 qui correspond à la résonance d'un double vitrage. On trouve en effet dans les guides acoustiques la formule suivante pour la fréquence de résonance : $f_r = 84 \times \sqrt{\frac{1}{d}\left(\frac{1}{m_1'} + \frac{1}{m_2'}\right)}$ avec f_r la fréquence en hertz, d la distance entre les vitres en mètres (dont dépend la raideur du ressort équivalent), et m_1' et m_2' les masses surfaciques des vitrages en $\mathrm{kg/m^2}$.

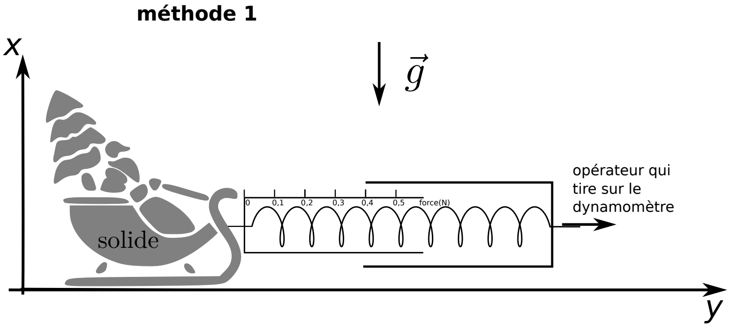
19 - Si on souhaite envoyer le pic de résonance vers les basses fréquences hors du domaine de l'audible, que faut-il faire concernant les masses des vitres ?

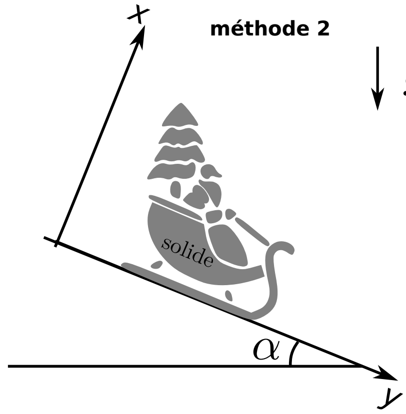
20 - Revenons sur le problème du creux d'atténuation vers $f \approx 3000\,\mathrm{Hz}$. Cette fréquence critique est inversement proportionnelle à l'épaisseur de la vitre. La courbe ci-dessous représente schématiquement l'atténuation d'un double vitrage asymétrique (vitres de $4\,\mathrm{mm}$ et $8\,\mathrm{mm}$). Expliquez pourquoi les creux d'atténuation liés aux fréquences critiques sont plus faibles.



III Frottements de Coulomb

On considère un objet de masse m posé sur une surface (par exemple un cube de métal posé sur une table en métal). On souhaite déterminer le coefficient de frottement f entre la surface de l'objet et la surface sur laquelle il est posé. On utilise pour cela deux méthodes. On rappelle la loi de Coulomb du frottement : il y a immobilité tant que $\|\vec{T}\| \leq f\|\vec{N}\|$.





Méthode 1 : le plan de travail est horizontal. On tire sur l'objet à l'aide d'un dynamomètre, jusqu'à ce que l'objet soit entraîné. Au moment où il est entraîné, on note la valeur de la force F lue sur le dynamomètre.

21 - Faire un bilan des forces dans la situation où on tire sur l'objet, lorsqu'il est encore immobile. On les fera apparaître sur le schéma de l'énoncé.

Puis exprimer les parties normales et tangentielle $\vec{N}$ et $\vec{T}$ de la réaction du support.

22 - Exprimer la condition d'immobilité à l'aide des lois de Coulomb. Puis en déduire l'expression du coefficient de frottement f en fonction de m, g et F.

23 - A.N. : Pour un cube en métal posé sur une surface métallique, on mesure $F = 0{,}4\,\mathrm{N}$ comme sur le schéma ci-dessus, pour une masse $m = 200\,\mathrm{g}$. Que vaut f ? On prendra $g = 10\,\mathrm{m \cdot s^{-2}}$.

Méthode 2 : on pose l'objet sur le plan horizontal, puis on incline progressivement le plan. Au bout d'un certain angle d'inclinaison, l'objet glisse.

24 - Faire un bilan des forces sur l'objet immobile. On les fera apparaître sur le schéma de l'énoncé.

25 - Appliquer le PFD à l'objet immobile pour exprimer les parties normales et tangentielle $\vec{N}$ et $\vec{T}$ de la réaction du support en fonction de m, g et α.

26 - Exprimer la condition d'immobilité à l'aide des lois de Coulomb. Puis en déduire l'expression du coefficient de frottement f en fonction des paramètres du problème.

27 - A.N. : Pour un morceau de bois posé sur une planche en bois, on trouve qu'il y a glissement lorsque $\alpha = 20^\circ$. Que vaut f ? On prendra $g = 10\,\mathrm{m \cdot s^{-2}}$.