Mesures et incertitudes en CPGE

x

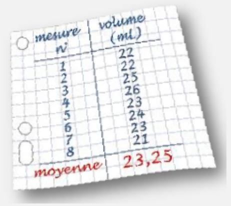
Grandeur mesurée

Résultat d'une mesure

x_{exp} — **VALEUR obtenue EXPÉRIMENTALEMENT**
dernier CS de même rang que celui de $u(x_{\mathrm{exp}})$

$u(x_{\mathrm{exp}})$ — **INCERTITUDE-TYPE**
de la valeur mesurée *écrite avec deux CS*

Série de *N* mesures indépendantes



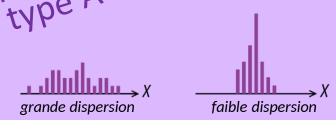
$$x_{\mathrm{exp}} = \overline{x}$$

moyenne des valeurs obtenues

Évaluation par une approche **statistique**

Évaluation de type A

▶ l'écart-type σ : estime la dispersion de la série



grande dispersion — faible dispersion

$$\sigma = \sqrt{\frac{1}{N-1}\sum_{i=1}^{N}(x_i-\overline{x})^2}$$

et donne l'incertitude-type associée à une mesure

▶ On réduit l'incertitude en prenant en compte toute la série.
Alors :
$$u(\overline{x}) = \frac{\sigma}{\sqrt{N}}$$
Incertitude-type **de la moyenne**

diminue si le nombre *N* de mesures augmente

Mesure unique

$$x_{\mathrm{exp}} = x_{\mathrm{mes}}$$

valeur **donnée par l'instrument** de mesure

Évaluation par une approche **non statistique**

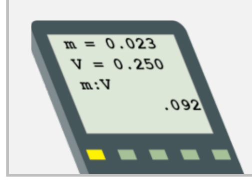
Évaluation de type B

$$u(x_{\mathrm{mes}}) = \frac{\Delta}{\sqrt{3}}$$
Incertitude-type **de la valeur mesurée**

▶ liée à la demi-largeur de l'intervalle
on est presque certain de trouver la valeur recherchée dans l'intervalle $[x_{\mathrm{mes}}-\Delta,\ x_{\mathrm{mes}}+\Delta]$ (estimation)

- règle graduée au mm : $\Delta = 1\ \mathrm{mm}$ ou $0{,}5\ \mathrm{mm}$
- verrerie précise à : $0{,}1\ \mathrm{mL}$ $\Delta = 0{,}1\ \mathrm{mL}$
- etc... et attention à prendre en compte l'expérimentateur

Calcul



$$x_{\mathrm{exp}} = x_{\mathrm{calc}}$$

calculée à partir de valeurs mesurées

$u(x_{\mathrm{calc}})$ Incertitude-type **composée**

▶ $x_{\mathrm{calc}} = x_1 \pm x_2 \Rightarrow u(x_{\mathrm{calc}}) = \sqrt{u(x_1)^2 + u(x_2)^2}$

▶ $x_{\mathrm{calc}} = a\,x_1 x_2$ ou $a\,x_1/x_2 \Rightarrow \frac{u(x_{\mathrm{calc}})}{x_{\mathrm{calc}}} = \sqrt{\left(\frac{u(x_1)}{x_1}\right)^2 + \left(\frac{u(x_2)}{x_2}\right)^2}$

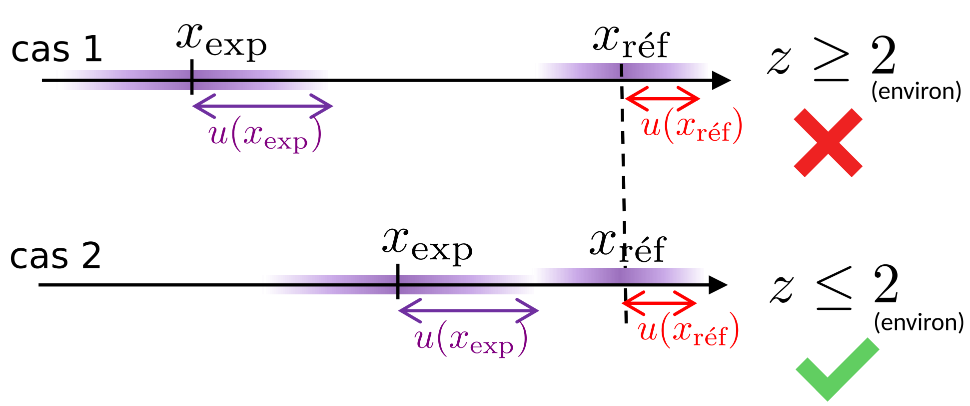
▶ autre formule : méthode Monte-Carlo

Comparaison à une valeur de référence $x_{\mathrm{réf}}$

Estimation de l'écart rapporté à l'incertitude :

$$z = \frac{|x_{\mathrm{exp}} - x_{\mathrm{réf}}|}{\sqrt{u(x_{\mathrm{exp}})^2 + u(x_{\mathrm{réf}})^2}}$$

parfois inconnue ou négligée : prendre alors 0.



Mesures et incertitudes en CPGE

x

Grandeur mesurée

Résultat d'une mesure

x_{exp} — **VALEUR obtenue EXPÉRIMENTALEMENT**
dernier CS de même rang que celui de $u(x_{\mathrm{exp}})$

$u(x_{\mathrm{exp}})$ — **INCERTITUDE-TYPE**
de la valeur mesurée *écrite avec deux CS*

Série de *N* mesures indépendantes

$$x_{\mathrm{exp}} = \overline{x}$$

moyenne des valeurs obtenues

Évaluation par une approche **statistique**

Évaluation de type A

▶ l'écart-type σ : estime la dispersion de la série

grande dispersion — faible dispersion

$$\sigma = \sqrt{\frac{1}{N-1}\sum_{i=1}^{N}(x_i-\overline{x})^2}$$

et donne l'incertitude-type associée à une mesure

▶ On réduit l'incertitude en prenant en compte toute la série.
Alors :
$$u(\overline{x}) = \frac{\sigma}{\sqrt{N}}$$
Incertitude-type **de la moyenne**

diminue si le nombre *N* de mesures augmente

Mesure unique

$$x_{\mathrm{exp}} = x_{\mathrm{mes}}$$

valeur **donnée par l'instrument** de mesure

Évaluation par une approche **non statistique**

Évaluation de type B

$$u(x_{\mathrm{mes}}) = \frac{\Delta}{\sqrt{3}}$$
Incertitude-type **de la valeur mesurée**

▶ liée à la demi-largeur de l'intervalle
on est presque certain de trouver la valeur recherchée dans l'intervalle $[x_{\mathrm{mes}}-\Delta,\ x_{\mathrm{mes}}+\Delta]$ (estimation)

- règle graduée au mm : $\Delta = 1\ \mathrm{mm}$ ou $0{,}5\ \mathrm{mm}$
- verrerie précise à : $0{,}1\ \mathrm{mL}$ $\Delta = 0{,}1\ \mathrm{mL}$
- etc... et attention à prendre en compte l'expérimentateur

Calcul

$$x_{\mathrm{exp}} = x_{\mathrm{calc}}$$

calculée à partir de valeurs mesurées

$u(x_{\mathrm{calc}})$ Incertitude-type **composée**

▶ $x_{\mathrm{calc}} = x_1 \pm x_2 \Rightarrow u(x_{\mathrm{calc}}) = \sqrt{u(x_1)^2 + u(x_2)^2}$

▶ $x_{\mathrm{calc}} = a\,x_1 x_2$ ou $a\,x_1/x_2 \Rightarrow \frac{u(x_{\mathrm{calc}})}{x_{\mathrm{calc}}} = \sqrt{\left(\frac{u(x_1)}{x_1}\right)^2 + \left(\frac{u(x_2)}{x_2}\right)^2}$

▶ autre formule : méthode Monte-Carlo

Comparaison à une valeur de référence $x_{\mathrm{réf}}$

Estimation de l'écart rapporté à l'incertitude :

$$z = \frac{|x_{\mathrm{exp}} - x_{\mathrm{réf}}|}{\sqrt{u(x_{\mathrm{exp}})^2 + u(x_{\mathrm{réf}})^2}}$$

parfois inconnue ou négligée : prendre alors 0.