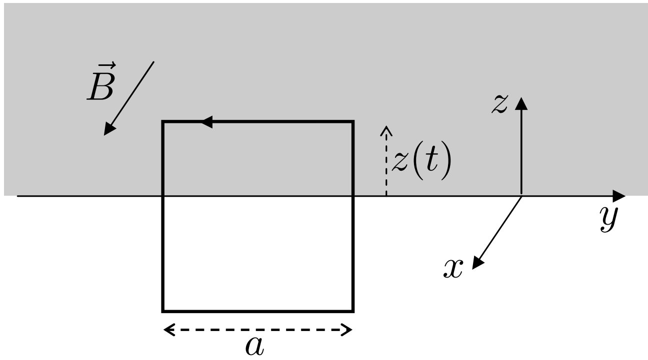
# TD – Induction et conversion de puissance

**Remarque :** exercice avec ⋆ : exercice particulièrement important, à maîtriser en priorité (de même que les exemples de questions de cours des “ce qu’il faut savoir faire”) | [• ∘ ∘] : difficulté des exercices

## I Amortissement électromagnétique [• ∘ ∘]

On considère un cadre de côté $a$, masse $m$, résistance totale $R$ et d’inductance négligeable. Il se déplace dans une zone d’espace telle que : pour $z > 0$ il y a un champ magnétique $\vec{B} = B_0\vec{e}_x$ uniforme, et pour $z < 0$ $\vec{B} = \vec{0}$. Le déplacement est tel que l’axe $Oy$ passe toujours dans le cadre.




**1 -** Déterminer l’expression du courant $i(t)$ qui parcours le cadre en fonction de $a$, $\dot{z}$, $R$ et $B_0$ (rappel : orienter, flux de $\vec{B}$, circuit électrique équivalent, loi des mailles).

**2 -** Déterminer l’expression de la résultante de la force de Laplace qui s’exerce sur le cadre (il faut sommer celle sur chaque côté).

**3 -** On prend $a = 10\,\text{cm}$, $R = 10^{-4}\,\Omega$. L’idée est que ce dispositif peut servir d’amortisseur de voiture. Le cadre est alors solidaire de l’axe de la roue, et la zone qui produit $\vec{B}$ est solidaire du châssis. Ceci convient, puisqu’il s’exerce une force sur le cadre qui s’oppose à la vitesse verticale de la roue.

Pour un amortisseur de véhicule, le coefficient de frottement doit être de l’ordre de $h = 10^4\,\text{N}/(\text{m}\cdot\text{s}^{-1})$. Quelle doit être l’intensité du champ magnétique à utiliser pour reproduire un tel amortissement ? Commentaire ? Quels seraient les avantages d’un tel amortissement pour un véhicule ?

**Remarque :** Des suspensions électromagnétiques ont été ou sont développées. Elles utilisent le principe décrit ici, et vont même au delà puisqu’un générateur peut envoyer un courant dans le cadre et donc le faire se déplacer verticalement : il s’agit alors d’une suspension active pilotée par asservissement. Chercher “suspension électromagnétique” sur internet.

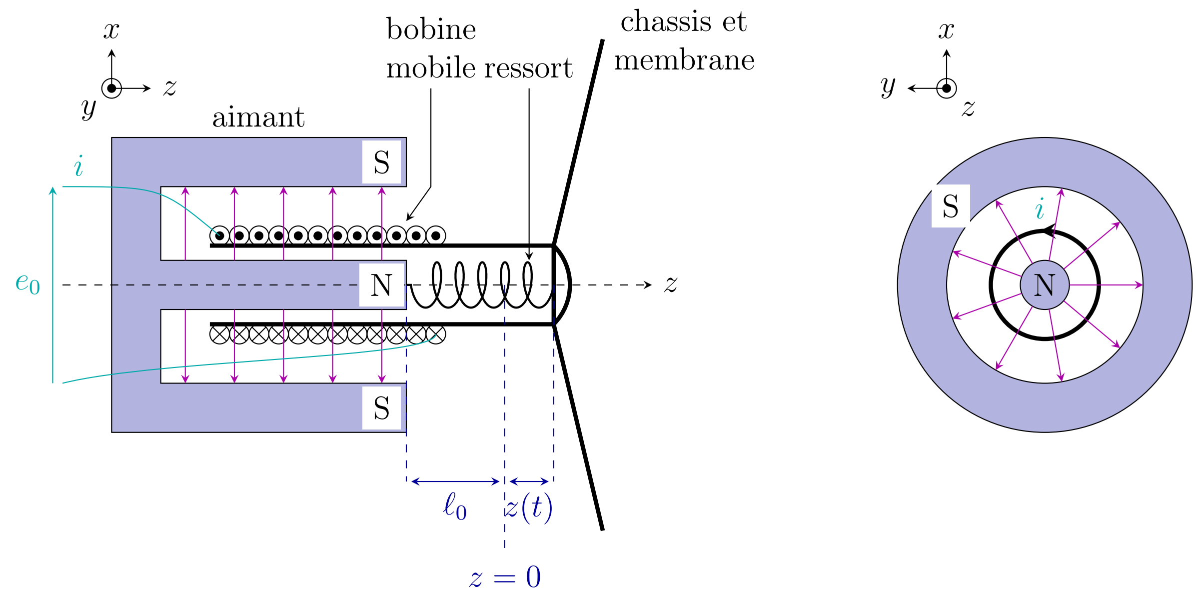
## II Étude d’un haut-parleur [• • ∘]

Dans un haut-parleur, un aimant permanent fixe, de forme particulière (cf figure), crée dans son entrefer un champ magnétique radial de norme constante, $\vec{B}_0 = B_0\vec{e}_r$.

La membrane du haut-parleur est mobile. Elle est reliée au châssis fixe par une suspension appelée le “spyder”, qu’on modélise ci-dessous par un ressort de longueur à vide $l_0$ et raideur $k$.

Les forces de frottement avec l’air sont prises en compte par une force $\vec{f} = -\lambda\vec{v}$ s’exerçant sur la membrane, avec $\vec{v}$ la vitesse de celle-ci et $\lambda > 0$ une constante. Ces forces sont nécessairement présentent puisque la membrane interagit avec l’air pour produire une onde sonore.

La membrane est solidaire d'un bobinage de longueur totale $l$, qui peut se déplacer dans l'entrefer de l'aimant (cf schéma). On note $R$ sa résistance totale et $L$ son inductance propre. Un générateur extérieur impose une tension de commande $u(t) = u_0 \cos \omega t$ dans ce bobinage. Le courant met alors en mouvement la membrane, et cette vibration va entraîner une mise en mouvement de l'air, et donc une onde sonore.




**1 -** Expliquer en trois mots pourquoi le passage du courant $i(t)$ impose un déplacement de la membrane. Dans quelle sens se déplace-t-elle si $i > 0$ ?

## Équation mécanique

On admet que la résultante des forces de Laplace sur la bobine s'écrit

$$\vec{F}_L = \int_{\text{bobinage}} i\overrightarrow{\mathrm{d}l} \wedge \vec{B}_0 = -i\, l\, B_0\, \vec{e}_z.$$

**2 -** On note $\vec{v} = v\vec{e}_z$ la vitesse de la membrane, $m$ la masse de l'ensemble de ce qui est mobile. Écrire l'équation du mouvement suivie par $v(t)$.

**3 -** Quel est le lien entre la vitesse $v$ et la position $z$ ? Comment ceci se traduit-il en représentation complexe ?

**4 -** Montrer que l'équation mécanique s'écrit, dans la représentation complexe :

$$\left(\lambda + j\omega m + \frac{k}{\mathrm{j}\omega}\right) \underline{v} = -lB_0\underline{i}. \tag{1}$$

## Équation électrique

**5 -** Un calcul direct de la fem $e$ induite par le déplacement de la bobine dans le champ $\vec{B}_0$ est compliqué. Nous utilisons plutôt la relation de conservation de la puissance lors de la conversion électro-mécanique :

$$ei + \mathcal{P}_{\text{Laplace}} = 0, \quad \text{avec} \quad \mathcal{P}_{\text{Laplace}} = \vec{F}_L \cdot \vec{v}.$$

En déduire l'expression de $e$.

**6 -** Faire un schéma électrique équivalent au haut-parleur. Il doit comprendre le générateur $u(t)$, la résistance du bobinage, la fem $e$ due au déplacement dans le champ $\vec{B}_0$, et une inductance $L$ qui rend compte du phénomène d'auto-inductance du bobinage.

En déduire l'équation électrique du système.

**7 -** En déduire qu'en représentation complexe, on a

$$\underline{u} = (R + \mathrm{j}L\omega)\underline{i} - B_0 l \underline{v}. \tag{2}$$

### Étude de la réponse en fréquence

Les équations en complexe (1) et (2) permettent ensuite d'étudier la réponse en fréquence du haut parleur. On peut par exemple exprimer, après quelques manipulations, les rapports suivants :

$$\underline{Z} = \frac{\underline{u}}{\underline{i}} = R + \mathrm{j}L\omega + \frac{(B_0 l)^2}{\frac{k}{\mathrm{j}\omega} + \lambda + \mathrm{j}\omega m}, \quad \text{et} \quad \underline{G} = \frac{\underline{v}}{\underline{u}} = \frac{1}{\underline{Z}} \times \frac{-lB_0}{\frac{k}{\mathrm{j}\omega} + \lambda + \mathrm{j}\omega m}.$$

(Ceux qui sont en avance peuvent démontrer ces expressions.)

- $\underline{Z}$ est l'impédance électrique du haut-parleur. Elle caractérise la façon dont l'amplificateur (qui fournit la tension $u$ et le courant $i$) voit le haut-parleur. La puissance électrique reçue est en effet (en notant avec une étoile le complexe conjugué) :

$$\mathcal{P} = \frac{1}{2}\mathrm{Re}\left(\underline{u}\,\underline{i}^*\right) = \frac{1}{2}\mathrm{Re}\left(\underline{u}\,\frac{\underline{u}^*}{\underline{Z}^*}\right) = \frac{U_0^2}{2}\mathrm{Re}\left(\frac{1}{\underline{Z}}\right).$$

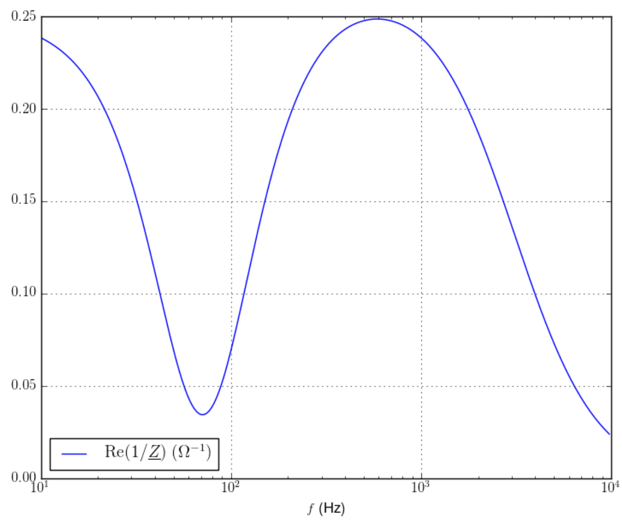
  On voit sur le graphique ci-dessous à gauche que $\mathcal{P}$ appelée par le HP est maximale vers $f = 600\,\mathrm{Hz}$.

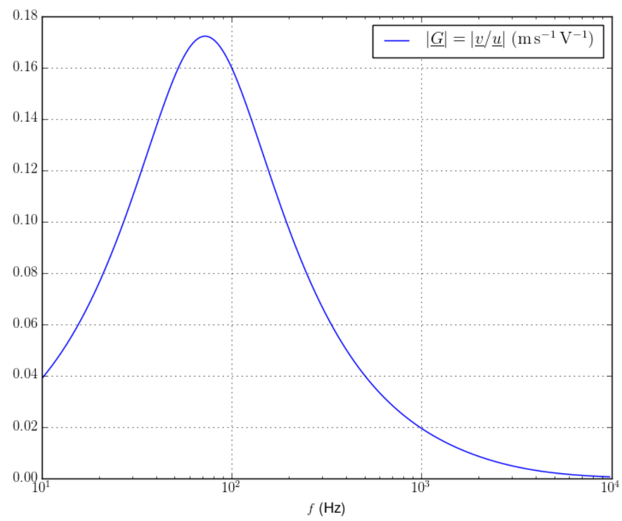
- $\underline{G}$ est l'impédance "électro-mécanique" du haut-parleur. La puissance transmise à l'onde sonore est proportionnelle à la moyenne de $v(t)^2$ où $v$ est la vitesse de la membrane, donc à

$$\mathcal{P} = \frac{1}{2}\mathrm{Re}\left(\underline{v}\,\underline{v}^*\right) = \frac{1}{2}\mathrm{Re}\left(|\underline{G}|^2\,|\underline{u}|^2\right) = \frac{U_0^2}{2}|\underline{G}|^2.$$

  On voit sur le graphe ci-dessous à droite que le maximum est situé proche de la résonance mécanique du système : $f_r = \dfrac{1}{2\pi}\sqrt{\dfrac{k}{m}} = 71\,\mathrm{Hz}$.

Les tracés ci-dessous sont pour $R = 4\,\Omega$, $m = 10\,\mathrm{g}$, $k = 2000\,\mathrm{N/m}$, $\alpha = 1\,\mathrm{N\cdot s\cdot m^{-1}}$, $L = 0{,}2\,\mathrm{mH}$, $l = 5\,\mathrm{m}$, $B_0 = 1\,\mathrm{T}$.




**8 -** Commenter la courbe qui donne $|\underline{G}|$ : en particulier, que faudrait-il pour un haut-parleur parfait ?

**Étude énergétique** (pour ceux qui sont en avance)

Nous repartons des équations mécanique et électrique démontrées précédemment :

$$m\frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t} = \underbrace{-ilB_0}_{=F_L} - kz - \lambda v \quad \text{et} \quad u = \underbrace{-vB_0 l}_{=-e} + Ri + L\frac{\mathrm{d}i}{\mathrm{d}t}.$$

**9 -** Multiplier l'équation mécanique par $v$ et l'équation électrique par $i$, puis les combiner pour aboutir à une équation qui indique comment la puissance électrique $ui$ délivrée au haut-parleur est répartie.

**Remarque :** Tous les dispositifs vus jusqu'ici sont réversibles, c'est-à-dire peuvent fonctionner en convertisseur de puissance électrique $\rightarrow$ mécanique ou mécanique $\rightarrow$ électrique. Le haut-parleur réalise une conversion électrique $\rightarrow$ mécanique. Qu'obtient-on si on l'utilise dans l'autre sens, donc si on ne l'alimente pas par un générateur ? **Un micro** : une onde sonore arrivant sur la membrane la déplace, ce qui entraîne une fem induite dans le bobinage et donc une tension $u(t)$ mesurable, amplifiable, etc...

# III Machine à courant continu à entrefer plan [• • ○]

Cet exercice s'intéresse à une machine à courant continu (MCC) particulière, celle à “entrefer plan”.

## a/ Structure

Une machine tournante est toujours composée d'un **rotor** et d'un **stator**.

- Le stator est fixe.

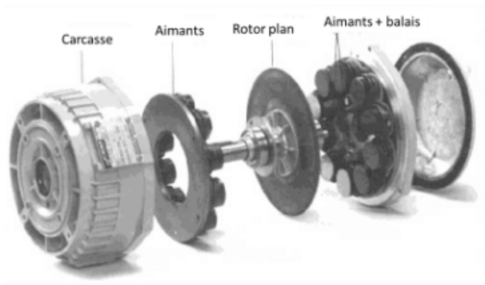
  Dans le cas de la MCC à entrefer plan, il est constitué d'aimants qui produisent un champ magnétique stationnaire.

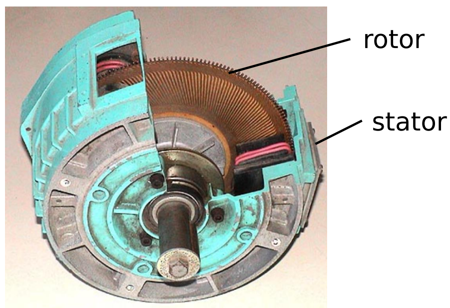
- Le rotor est la partie tournante.

  Dans le cas de la MCC à entrefer plan, il est constitué de fils qui partent dans la direction radiale. Chaque fil est parcouru par un courant $i$.

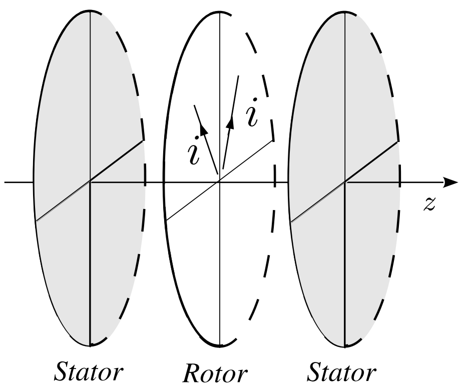
Un choix astucieux du câblage et du sens de polarité des aimants permet de n'alimenter les fils qu'en passant par l'axe. Nous le décrirons en remarque plus loin. Pour l'instant, nous allons faire comme si la machine était une roue d'axe $Oz$, composée de $N$ rayons parcourus chacun par un courant $i$, plongée dans un champ $\vec{B}_0 = -B_0\vec{e}_z$.

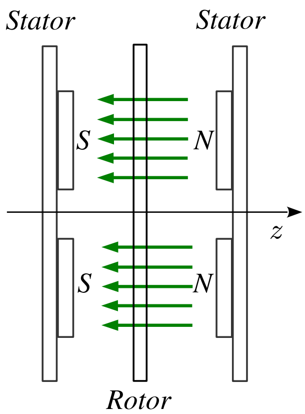
Ci-contre : exemple d'une MCC à entrefer plan →

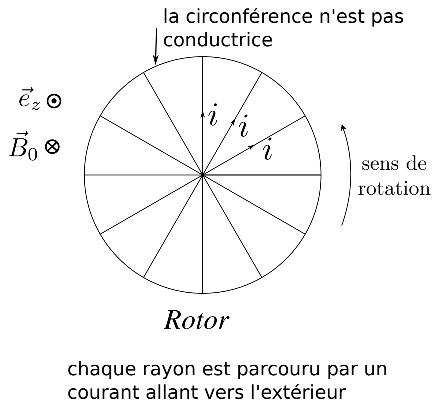



Ci-dessous, le modèle simple que l'on en fait ⇊



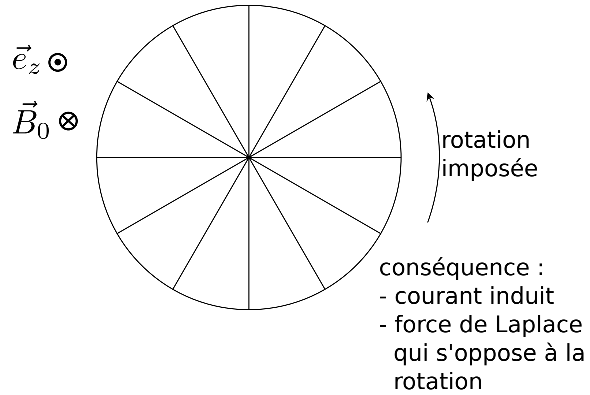



### b/ Fonctionnement en générateur

En fonctionnement générateur, on exerce sur la roue un couple $\Gamma_0$ afin de la forcer à tourner à une vitesse angulaire $\omega = \text{cst}$.

On peut voir chaque rayon comme un rail de Laplace : le rayon joue le rôle de la tige que l'on force à se déplacer, dans un champ $\vec{B}_0$.



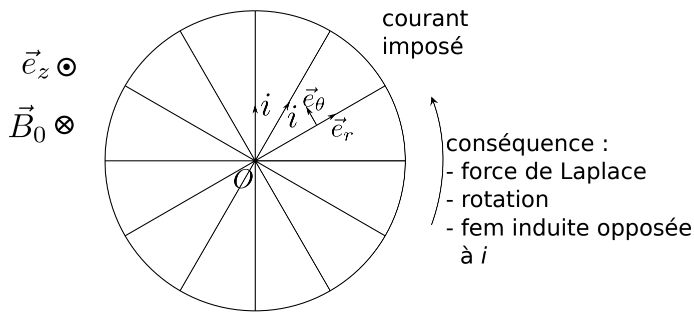

**1 -** Expliquer pourquoi il va y avoir génération d'un courant dans les rayons.

**2 -** En utilisant la loi de Lenz, prévoir le sens du courant dans chaque rayon, et le reporter sur la figure ci-contre.

Conclusion : on a bien un générateur de courant.

### c/ Fonctionnement en moteur

En fonctionnement moteur, on impose un courant $i$ dans chaque rayon, qui va du centre vers la périphérie.




**3 -** Expliquer pourquoi ceci entraîne la rotation de la roue, et dans quel sens. Le reporter sur la figure ci-contre.

Conclusion : on a bien un moteur. Mettons en équation son fonctionnement.

#### Équation mécanique

**4 -** On note $a$ la longueur d'un rayon, donner l'expression de la force de Laplace s'exerçant sur un rayon, rappeler son point d'application, puis donner l'expression du moment résultant en $O$.

**5 -** En conclusion, en déduire que le couple de Laplace exercé par les $N$ rayons sur la roue est

$$\Gamma_L = \frac{Nia^2B_0}{2} = \underbrace{\frac{a^2B_0}{2}}_{K}\underbrace{Ni}_{i_\text{tot}}.$$

$\Rightarrow$ Le couple résultant des actions de Laplace sur une MCC est proportionnel au courant qui la parcourt :

$$\boxed{\Gamma_L = Ki_\text{tot}.}$$

Nous pouvons poursuivre en écrivant l'équation mécanique, à l'aide du TMC appliqué à la roue. Supposons pour cela que le moteur doive entraîner une charge qui nécessite un couple utile $\vec{\Gamma}_u = -\Gamma_u\vec{e}_z$ ($\Gamma_u > 0$). Alors :

$$J\frac{\mathrm{d}\omega}{\mathrm{d}t} = \Gamma_L - \Gamma_u$$

$$\boxed{J\frac{\mathrm{d}\omega}{\mathrm{d}t} = Ki_\text{tot} - \Gamma_u.}$$

### Équation électrique

On constate que le flux $\Phi$ de $\vec{B}_0$ à travers la roue est constant. La loi de Faraday donnerait donc $e = -\mathrm{d}\Phi/\mathrm{d}t = 0$. Il y a pourtant bien une fem induite ! Ceci se comprend en voyant que chaque rayon agit comme la tige des rails de Laplace. C'est donc une exception à la loi de Faraday, due au fait qu'il y a des contacts glissants dans le circuit (ceux qui maintiennent le contact entre rotor et stator).

Une solution simple est alors d'utiliser la relation "$\mathcal{P}_{\text{Laplace}} + ei = 0$" pour obtenir la fem induite par le mouvement dans le champ $\vec{B}_0$ externe. On note $e$ la fem induite dans un rayon. La puissance de la fem induite est $ei$ dans chaque rayon, et il y a $N$ rayons, donc la conservation de la puissance s'écrit : $N \times ei + \mathcal{P}_{\text{Laplace}} = 0$.

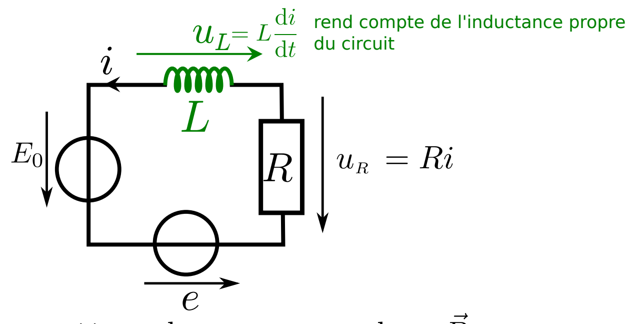
**6 -** Donner l'expression de la puissance des forces de Laplace. En déduire l'expression de la fem induite $e$ en fonction de $K$ et de $\omega$.

$\Rightarrow$ La fem d'une MCC est proportionnelle à sa vitesse angulaire :

$$\boxed{e = -K\omega,}$$

et la constante de proportionnalité est la même que celle de la relation entre couple et courant ($\Gamma_L = Ki_{\text{tot}}$).

Poursuivons en réalisant le schéma électrique équivalent pour un rayon (ci-contre) afin d'en déduire l'équation électrique. On prend en compte l'inductance propre du bobinage en rajoutant une inductance $L$ dans le circuit. $E_0$ est la tension imposée par le générateur à un rayon.




**7 -** Écrire l'équation électrique. On utilisera $e = -K\omega$.

**Remarque :** on traite séparément l'effet de la variation du flux créé par le mouvement dans $\vec{B}_0$ externe (c'est uniquement elle qui intervient dans la relation $\mathcal{P}_{\text{Laplace}} + ei = 0$), et l'effet de la variation du flux propre du bobinage (inductance $L$, qui n'intervient pas dans le $e$ de $\mathcal{P}_{\text{Laplace}} + ei = 0$).

### Bilan énergétique

Illustrons une méthode générale pour mener un bilan énergétique. Il faut écrire l'équation électrique, multipliée par $i_{\text{tot}}$ (donc par $Ni$), et l'équation mécanique multipliée par $\omega$ (ou par $v$ si c'est une pièce en translation) :

$$\begin{cases} J\dfrac{\mathrm{d}\omega}{\mathrm{d}t} = Ki_{\text{tot}} - \Gamma_u \\ E_0 = Ri + K\omega + L\dfrac{\mathrm{d}i}{\mathrm{d}t} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} J\dfrac{\mathrm{d}\omega}{\mathrm{d}t}\omega = KNi\omega - \Gamma_u\omega \\ NE_0 i = NRi^2 + NK\omega i + NL\dfrac{\mathrm{d}i}{\mathrm{d}t}i \end{cases}$$

On soustrait les deux pour éliminer le terme $NK\omega i$ :

$$NE_0 i - \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\left(\frac{1}{2}J\omega^2\right) = NRi^2 + \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\left(N\frac{1}{2}Li^2\right) + \Gamma_u\omega.$$

On a donc :

$$E_0 i_{\text{tot}} = \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\left(\frac{1}{2}J\omega^2\right) + \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\left(N\,\frac{1}{2}Li^2\right) + N\,Ri^2 + \Gamma_u\omega.$$

**8 -** On voit donc que la puissance électrique fournie au moteur ($E_0 i_{\text{tot}}$) sert à :

- augmenter l'énergie cinétique de l'axe,
- augmenter l'énergie magnétique stockée par le circuit (dans les $N$ inductances des rayons),
- est dissipée par effet Joule (dans les $N$ rayons),
- fournit une puissance mécanique $\Gamma_u\omega$ sur l'axe moteur.

Identifier chacun de ces éléments avec un des termes de gauche de la dernière équation.

#### Remarques complémentaires sur le câblage

La câblage réel de la machine est plus subtil que ce qui est présenté ici. Car en effet, une loi des nœuds au centre montre que la somme des courants est nulle : $Ni = 0$, donc $i = 0$ ; et d'autre part le courant doit bien aller quelque part après la circonférence... Si vous êtes curieux, vous pourrez aller lire le document complémentaire sur le site de la classe.

#### Remarques sur l'utilisation

Avantages de la MCC à entrefer plan :

- Vitesse réglable par simple variation de la tension. Grande gamme de vitesses : de 1 à 3000 tr/min.
- Très faible inertie du rotor, ce qui autorise des changements de vitesse rapides (utilisation dans les servo-mécanismes, dérouleurs de bandes magnétiques, ...).
- Moteur très plat.
- Utilisé également comme moteur à courant continu pour climatiseurs, essuie-glaces d'automobiles, ventilateurs, etc.

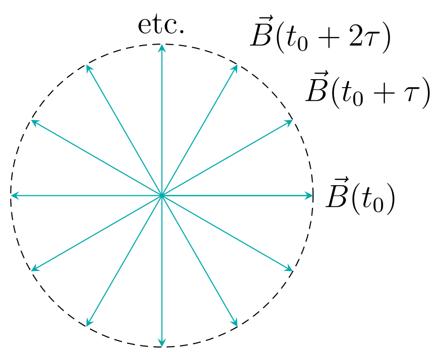
Désavantages : le système de balais implique des frottements et donc une usure.

# IV Machine synchrone [● ● ○]

Dans l'exercice précédent, le champ magnétique était fixe. Il existe pourtant une classe très importante de moteurs électriques qui génèrent un champ magnétique tournant afin d'entraîner en rotation le rotor (où vice-versa en mode générateur) : les machines synchrones et asynchrones.

## a/ Production d'un champ tournant

Un champ tournant est un champ de norme constante, mais dont la direction tourne à vitesse angulaire constante.

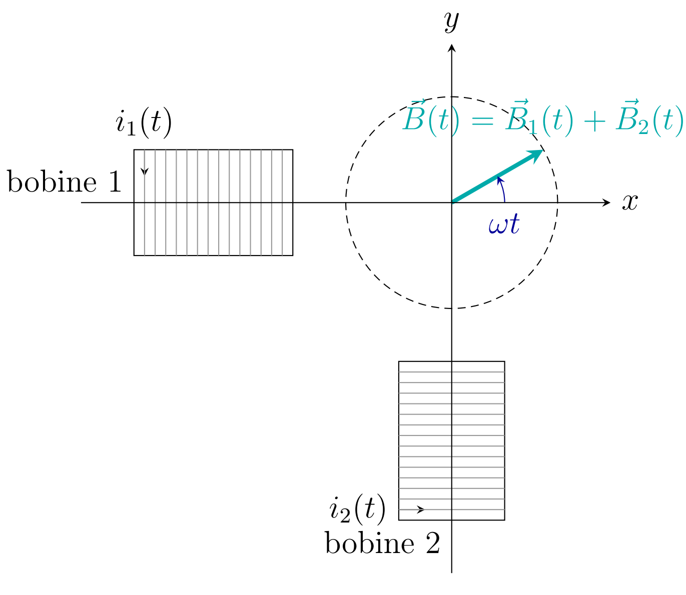



On peut le produire en faisant tourner un aimant, mais il faut alors un moteur pour faire tourner l'aimant, ce qui n'est pas judicieux si l'objectif est de fabriquer un moteur...

À la place, on utilise plusieurs bobines alimentées par une tension sinusoïdale, déphasée différemment selon la bobine.

Prenons l'exemple de deux bobines, dont les courants sont :

$$i_1(t) = I_0 \cos \omega t \quad \text{et} \quad i_2(t) = I_0 \cos(\omega t - \pi/2) = I_0 \sin \omega t$$




Le champ magnétique produit par chaque bobine, en un point à proximité de l'axe, est proportionnel au courant et dirigé selon l'axe (cf figure ci-contre) :

$$\vec{B}_1(t) = k i_1(t) \vec{e}_x \quad \text{et} \quad \vec{B}_2(t) = k i_2(t) \vec{e}_y.$$

**1 -** En déduire l'expression du champ magnétique total et constater qu'il s'agit bien d'un vecteur de norme constante qui tourne à la vitesse angulaire $\omega$.

**Production d'un champ tournant**

On produit un champ tournant en alimentant plusieurs bobinages par des tensions sinusoïdales déphasées.

On utilise deux bobines (décalées de $\pi/2$) dans le cas d'un réseau diphasé, ou trois (décalée de $2\pi/3$) dans le cas d'un réseau triphasé (ce qui est le cas dans les domaines industriels).

### b/ Exemple du moteur synchrone

Dans un **moteur** synchrone, le stator produit un champ magnétique tournant à l'aide de plusieurs bobines alimentées avec un déphasage. Le rotor est un aimant permanent de moment magnétique $\vec{m}$ (ou une spire de courant parcourue par un courant constant $I$ qui fait office de moment magnétique $\vec{m}$).

Le couple qu'exerce le champ tournant $\vec{B}$ sur le moment $\vec{m}$ tend à toujours aligner $\vec{m}$ avec $\vec{B}$, et ceci entraîne donc le moment magnétique en rotation et donc tout le rotor.

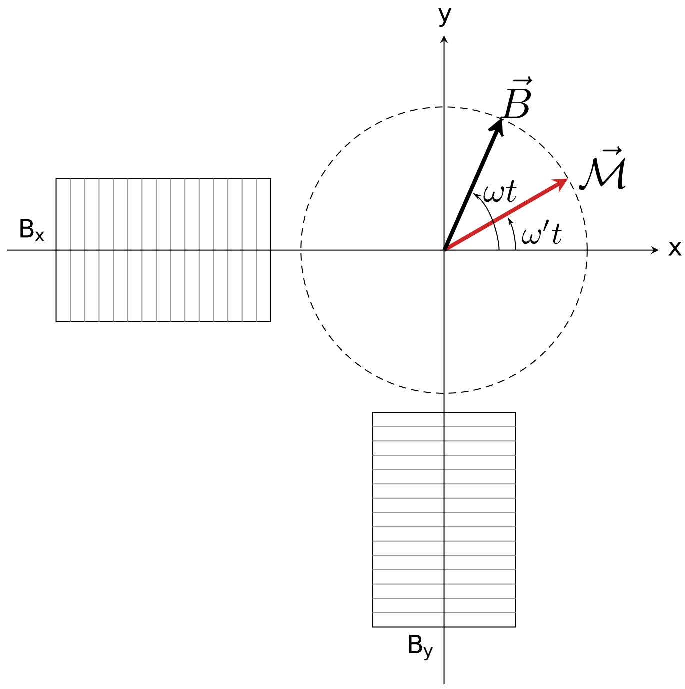
Une telle machine est dite **synchrone** car le champ et le moment magnétique tournent à la même vitesse angulaire en régime permanent.

On pourra regarder l'animation suivante : http://fisik.free.fr/ressources/LeMoteurSynchrone.swf (lien site classe).

On considère ici un moteur synchrone et une modélisation simple :

- Le rotor est assimilé à un moment magnétique $\vec{m}$ dont la direction de $\vec{m}$ tourne à la vitesse angulaire $\omega'$.
- Les bobinages statoriques produisent un champ magnétique $\vec{B}$ tournant à la vitesse angulaire $\omega$, de norme constante.
- Le couple moteur exercé sur le rotor, résultant des actions de Laplace, est ainsi donné par $\vec{\Gamma}_L = \vec{m} \wedge \vec{B}$.
- On se place en régime permanent.

On prendra 50 tours par seconde pour la rotation du champ magnétique, $m = 8\,\mathrm{A \cdot m^2}$, et $B = 0{,}2\,\mathrm{T}$.




**2 -** D'après le principe du moteur synchrone exposé ci-dessus, que dire de $\omega$ et de $\omega'$ ? Et donc de l'angle $\theta = (\vec{m},\vec{B})$ ?

**3 -** Donner l'expression du couple moteur $\vec{\Gamma}_L$ en fonction de $m = \|\vec{m}\|$, $B = \|\vec{B}\|$ et $\theta$.

**4 -** Que vaut $\theta$ pour un fonctionnement à vide (couple fourni nul) ?

Et pour un couple moteur $\Gamma_c = 0{,}65\,\mathrm{N \cdot m}$ ?

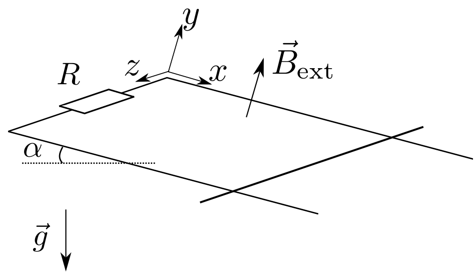
Dans ce dernier cas donner également la puissance fournie par le moteur.

**5 -** La vitesse de rotation dépend-elle de la charge ?

Quel est le couple maximal que peut fournir ce moteur ?

# V Rails de Laplace inclinées et conversion mécanique → électrique [● ● ○]

On considère le dispositif des rails de Laplace schématisé ci-contre. Il est incliné d'un angle $\alpha$ par rapport à l'horizontale. La longueur du rail mobile entre les deux points de contact est notée $a$.
Le champ magnétique extérieur $\vec{B}_{\text{ext}}$ est constant et uniforme à travers le circuit.




**1 -** Expliquer intuitivement ce qu'il va se produire (création d'un courant ? dans quel sens ? quel effet sur le rail ?)

**2 -** Suivre la méthode pour établir l'équation électrique du circuit. Quel va être le signe de $i$ d'après cette équation ?

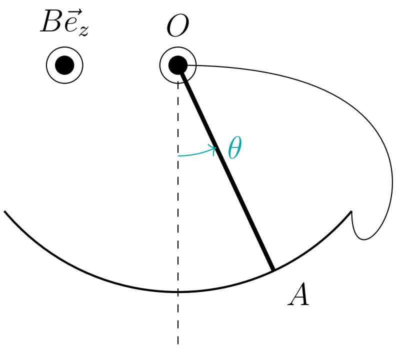
**3 -** Établir ensuite l'équation mécanique. On négligera tout frottement. On commencera par poser le problème avec un schéma sur lequel figurent toutes les forces en présence. Puis on se demandera quel est l'axe qui nous intéresse pour le mouvement en question afin de projeter.

**4 -** En déduire enfin une équation portant sur la vitesse de la tige.

**5 -** On se place en régime permanent, où les grandeurs ne varient plus.

- **a -** Quel temps caractéristique faut-il attendre pour que ce soit le cas ?
- **b -** Donner alors l'expression de la vitesse et du courant.
- **c -** Effectuer un bilan de puissance en comparant la puissance mécanique reçue par la tige suite à l'action de la pesanteur, et la puissance électrique reçue par la résistance $R$ (qui symbolise un appareil électrique quelconque que l'on souhaite alimenter). Conclure en revenant sur le titre de l'exercice.

# VI Pendule amorti par induction [● ● ●]



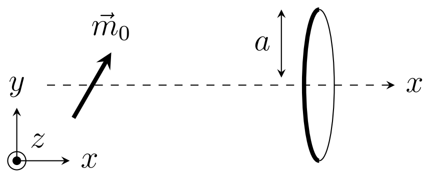

On considère un pendule rigide $OA$, homogène, de masse $m$ et de longueur $l$, libre de tourner autour d'un axe horizontal $(Oz)$ passant par une de ses extrémités. On note $J = \frac{1}{3}ml^2$ son moment d'inertie par rapport à cet axe. Le centre de masse $G$ de la tige est situé en son milieu. Le pendule est repéré par l'angle $\theta$ qu'il forme avec la verticale.
La tige est en contact en $A$ avec un rail métallique ce qui forme un circuit électrique. L'ensemble est placé dans un champ magnétique $\vec{B} = B\vec{e}_z$. On note $R$ la résistance électrique de l'ensemble du circuit.

**1 -** Déterminer l'équation différentielle vérifiée par l'angle $\theta$ avec la verticale.

**2 -** On suppose les oscillations de petite amplitude. Montrer que si le champ magnétique est suffisamment fort, lorsqu'on écarte la tige de sa position d'équilibre, elle y retourne sans osciller.

# VII Principe d'un générateur synchrone [• • •]

On étudie le principe d'un générateur de courant alternatif (transformation d'un mouvement mécanique en électricité).




Un aimant de moment magnétique $\vec{m}_0$ est placé dans le plan $(Oxy)$. Un système mécanique le met en rotation à vitesse angulaire $\omega$ constante autour de l'axe $(Oz)$. Une spire circulaire de rayon $a$ et de résistance $R$ est placée sur l'axe $(Ox)$ à distance $x \gg a$. On négligera l'inductance propre de la spire.

**Données :** en coordonnées polaires d'axe colinéaire à $\vec{m}$, un moment magnétique $\vec{m}$ placé à l'origine crée en un point $M$ suffisamment loin un champ magnétique

$$\vec{B}(M) = \frac{\mu_0\, m}{4\pi\, r^3}\,(2\cos\theta\,\vec{e}_r + \sin\theta\,\vec{e}_\theta)$$

**1 -** Déterminer l'expression du flux du champ magnétique à travers la spire (on supposera que $\vec{B}$ est de valeur uniforme à travers la spire).

Déterminer l'intensité $i$ du courant induit dans la spire.

En déduire la puissance électrique instantanée qu'elle reçoit.

On peut se demander d'où provient cette puissance électrique. La réponse est qu'elle provient d'une puissance que l'on fournit pour faire tourner l'aimant. Mais s'il y a une puissance fournie à l'aimant, c'est qu'un couple résistif s'exerce sur lui. Quelle est l'origine de ce couple ? La puissance associée redonne-t-elle bien la puissance électrique transmise ? C'est ce que nous allons voir dans la suite.

**2 -** Exprimer le couple magnétique subi par l'aimant, qui est dû à l'action du champ magnétique induit dans la spire.

**3 -** Quel puissance le système mécanique doit-il fournir à l'aimant pour maintenir la vitesse constante ?

Conclure : en quoi a-t-on modélisé un générateur électrique rudimentaire ?

# VIII Moteur homopolaire de Faraday [• • ○]

Expliquez : https://www.youtube.com/watch?v=zOdboRYf1hM