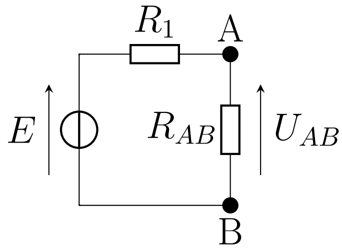
Physique-chimie – DS 2 – Correction

I Double diviseur de tension

1 - R_2 et R_4 sont en série, donc équivalentes à une résistance $R' = R_2 + R_4 = 30\,\Omega$.

R' et R_3 sont en parallèle, donc équivalentes à une résistance $\boxed{R_{AB} = \dfrac{R'R_3}{R'+R_3} = 12\,\Omega.}$

Schéma équivalent (question 1) :

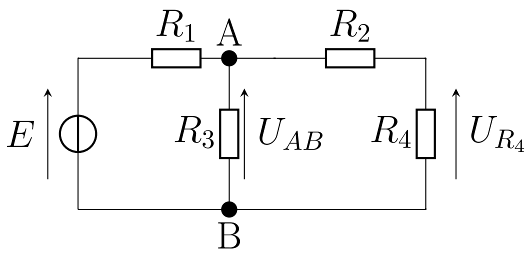


2 - ⋆ On raisonne d'abord sur le schéma équivalent où il y a R_{AB}, afin de déterminer la valeur de U_{AB}.

Un diviseur de tension donne

$$U_{AB} = E\,\frac{R_{AB}}{R_{AB}+R_1} = \frac{E}{2}.$$

Retour au schéma de départ :

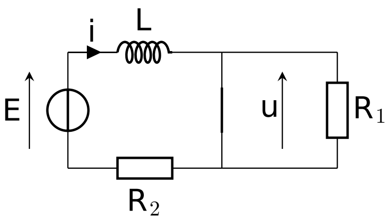


⋆ On retourne au schéma de départ. On connait U_{AB}. Un diviseur de tension permet d'obtenir U_{R_4} :

$$U_{R_4} = U_{AB}\,\frac{R_4}{R_4+R_2} = \frac{E}{2}\,\frac{2}{3}, \quad \text{soit} \quad \boxed{U_{R_4} = \frac{E}{3} = 2{,}0\,\mathrm{V}.}$$

II Étincelle de rupture ouverture circuit inductif

Régime permanent avec interrupteur fermé

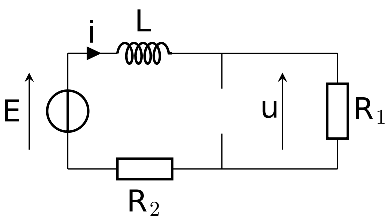


3 - L'interrupteur fermé se comporte comme un fil, de résistance nulle. Tout le courant va donc passer par ce fil, et rien ne passera par la résistance.

4 - La tension u est la tension aux bornes de l'interrupteur fermé, donc $\boxed{u = 0.}$

5 - Le régime permanent correspond ici à des grandeurs constantes dans le temps. La bobine se comporte donc comme un fil. Le circuit est donc simplement un générateur E en série avec une résistance R_2, si bien que $\boxed{i = E/R_2.}$

Régime transitoire après l'ouverture de l'interrupteur



6 - Au bout d'un temps long, le régime permanent est atteint et ici les grandeurs sont constantes dans le temps. La bobine se comporte donc comme un fil, et le circuit comporte uniquement un générateur E en série avec une résistance R_1 et une résistance R_2.

On a donc $\boxed{i_\infty = E/(R_1+R_2).}$

7 - D'après la loi d'Ohm : $u = R_1\, i$, on a donc $\boxed{u_\infty = R_1 \times i_\infty = \dfrac{R_1}{R_1+R_2}E.}$

8 - On utilise le fait que <u>le courant traversant une bobine est une fonction continue du temps.</u> Ainsi, i à $t = 0^+$ (juste après l'ouverture de l'interrupteur) a la même valeur que juste avant l'ouverture de l'interrupteur. On a calculé cette valeur dans la question 2 : il s'agissait de $i = E/R_2$. On a donc $\boxed{i(0^+) = \dfrac{E}{R_2}.}$

9 - u et i sont toujours reliés par la loi d'Ohm, donc on a : $\boxed{u(0^+) = R_1 i(0^+) = E \times \dfrac{R_1}{R_2}.}$

10 - On trouve $i(0^+) = 10\,\mathrm{mA}$ et $u(0^+) = 2.0 \times 10^2\,\mathrm{V}$.

11 - On repère les tensions dans le circuit en mettant les flèches dans le bon sens (à contre-courant, convention récepteur). La loi des mailles donne : $E = L\dfrac{\mathrm{d}i}{\mathrm{d}t} + R_1 i + R_2 i$. On divise par L pour ne plus rien avoir devant la dérivée :

$$\frac{\mathrm{d}i}{\mathrm{d}t} + \frac{R_1+R_2}{L}i = \frac{E}{L}, \quad \text{d'où} \quad \boxed{\frac{\mathrm{d}i}{\mathrm{d}t} + \frac{1}{\tau}i = \frac{E}{L}, \quad \text{avec} \quad \tau = L/(R_1+R_2).} \qquad (1)$$

12 - Il s'agit d'une équation différentielle du premier ordre avec coefficients constants et second membre constant. La solution est la somme de :

- La solution de l'équation homogène $\dfrac{\mathrm{d}i}{\mathrm{d}t} + \dfrac{1}{\tau}i = 0$, c'est à dire $i_H = A\mathrm{e}^{-t/\tau}$, avec A une constante.
- Une solution particulière, que l'on choisit constante. On a alors $\mathrm{d}i/\mathrm{d}t = 0$, et on voit que $i = E/(R_1+R_2)$ convient.

On a donc : $i(t) = A\mathrm{e}^{-t/\tau} + \dfrac{E}{R_1+R_2}$.

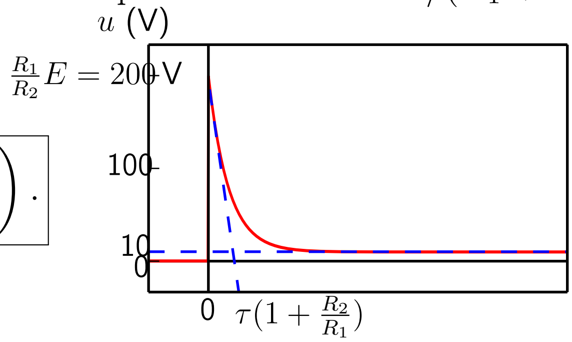
On détermine la constante A à l'aide de la condition initiale $i(0^+) = \dfrac{E}{R_2}$. On trouve alors $A = E\dfrac{R_1}{R_2(R_1+R_2)}$. Finalement, on a bien

$$\boxed{i(t) = \frac{E}{R_1+R_2}\left(1 + \frac{R_1}{R_2}\mathrm{e}^{-t/\tau}\right).} \qquad (2)$$

On peut vérifier rapidement sur cette expression qu'on a bien $i \to E/(R_1+R_2)$ en $+\infty$, et $i(0) = E/R_2$, comme prévu.

13 - On en déduit :

$$\boxed{u(t) = R_1 i(t) = \frac{ER_1}{R_1+R_2}\left(1 + \frac{R_1}{R_2}\mathrm{e}^{-t/\tau}\right).}$$



Commentaires sur la valeur élevée de u

14 - Aucun courant ne passe par une résistance infinie. Cela revient donc à considérer que le circuit est ouvert.

Concernant $u(0^+)$, on avait la formule $u(0^+) = \dfrac{R_1 E}{R_2}$, qui tend vers l'infini si R_1 tend vers l'infini.

15 - S'il faut 36 000 V pour un centimètre, alors il faut $u = 3\,600\,\text{V}$ pour 1 mm.

16 - Lorsque u dépasse cette valeur, la valeur du champ électrique est assez élevée pour arracher certains des électrons des atomes. L'air devient alors conducteur et un courant électrique passe. Visuellement, il se produit une étincelle.

III Solide ionique ou covalent ?

17 - Voir schéma du cours. Population : $N_\text{I} = 8 \times \frac{1}{8} + 6 \times \frac{1}{2} = 4$.

18 - Les sites tétraédriques sont situés au centre de chaque petit cube (cube huitième) de la maille : il y en a donc huit par maille.

Un sur deux est occupé par les atomes de cuivre, donc la population est $N_\text{Cu} = 4$.

19 - En conclusion, il y a dans le cristal autant d'atomes (ou d'ions) iode (4) que d'atomes (ou d'ions) cuivre : la stoëchiométrie est bien CuI.

Première hypothèse : CuI est un solide ionique

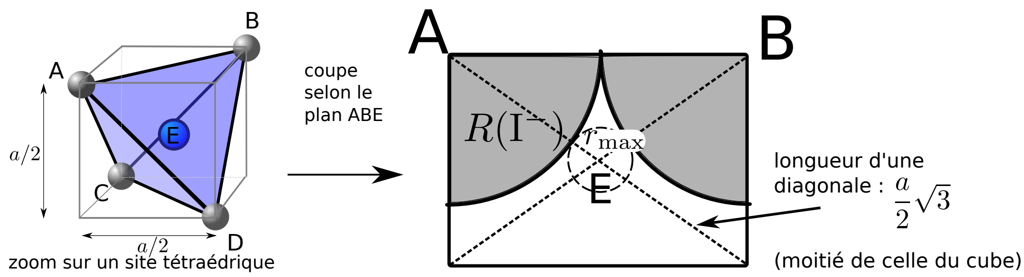
20 - L'iode est situé dans l'avant-dernière colonne de la classification périodique : il tend à gagner un électron pour rejoindre la configuration électronique du gaz noble le plus proche, donc à former I^-.

21 - 4 ions Cu^+ et 4 ions I^- par maille : le cristal est bien neutre.

22 - Contact le long de la diagonale d'une face : $a\sqrt{2} = 4R(\text{I}^-)$ d'où $\boxed{a = \dfrac{4R(\text{I}^-)}{\sqrt{2}}}$.

23 - Le contact au sein d'un site T a lieu sur la diagonale du cube huitième (petit cube). Cette diagonale est la moitié de la grande diagonale du cube, donc sa longueur est $a\sqrt{3}/2$.

Il y a contact ainsi : la moitié de cette diagonale mesure $r_\text{max} + R(\text{I}^-)$, donc :



$$\frac{a\sqrt{3}}{4} = R(\text{I}^-) + r_\text{max}, \text{ soit } \boxed{r_\text{max} = \frac{a\sqrt{3}}{4} - R(\text{I}^-)}.$$

24 - Or $a = \dfrac{4R(\mathrm{I}^-)}{\sqrt{2}}$ donc on remplace :

$$r_{\max} = \frac{4R(\mathrm{I}^-)\sqrt{3}}{4\sqrt{2}} - R(\mathrm{I}^-) \quad \text{soit} \quad \boxed{r_{\max} = R(\mathrm{I}^-)\left(\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{2}} - 1\right).}$$

25 - Pour que le cristal ionique soit stable, il faudra que $R(\mathrm{Cu}^+) > r_{\max}$, c'est-à-dire qu'il faut que les cations Cu^+ ne rentrent pas dans ces sites : ainsi ils forcent une déformation de la maille et donc un contact entre Cu^+ et I^-.

Conclusion : il y a contact anion-cation si

$$R(\mathrm{Cu}^+) > r_{\max}, \quad \text{donc si} \quad \boxed{\frac{R(\mathrm{Cu}^+)}{R(\mathrm{I}^-)} > \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{2}} - 1 = 0{,}225.}$$

26 - Or $\dfrac{R(\mathrm{Cu}^+)}{R(\mathrm{I}^-)} = 0{,}436$, donc <u>il y a bien contact</u>. C'est en faveur du modèle ionique.

27 - On vient de montrer qu'il y avait contact entre les anions et les cations au sein des sites T. Ainsi sur la moitié d'une diagonale du petit cube :

$$R(\mathrm{I}^-) + R(\mathrm{Cu}^+) = \frac{a_\mathrm{i}\sqrt{3}}{4} \quad \text{d'où} \quad \boxed{a_\mathrm{i} = \frac{4}{\sqrt{3}}\left(R(\mathrm{I}^-) + R(\mathrm{Cu}^+)\right) = 730\,\mathrm{pm}\,.}$$

Seconde hypothèse : CuI est un solide covalent

28 - $\frac{R(\mathrm{Cu})}{R(\mathrm{I})} = 0{,}880$ et $\sqrt{\frac{3}{2}} - 1 = 0{,}225$ donc la condition est satisfaite : il y a contact entre I et Cu.

29 - Même démonstration que précédemment : contact selon la diagonale d'un petit cube, ce qui donne

$$R(\mathrm{I}) + R(\mathrm{Cu}) = \frac{a_\mathrm{c}\sqrt{3}}{4} \quad \text{d'où} \quad \boxed{a_\mathrm{c} = \frac{4}{\sqrt{3}}\left(R(\mathrm{I}) + R(\mathrm{Cu})\right) = 577\,\mathrm{pm}\,.}$$

30 - Modèle ionique : la valeur de a est supérieure d'environ 20 % à celle mesurée. Modèle covalent : la valeur de a est inférieure d'environ 7 % à celle mesurée. Conclusion : le modèle covalent décrit mieux les liaisons que le modèle ionique.

(Cependant, il ne peut pas non plus être considéré comme parfaitement satisfaisant. Les liaisons dans le cristal sont des liaisons covalentes polarisées, qui présentent des caractéristiques intermédiaires entre une liaison covalente et une liaison ionique.)