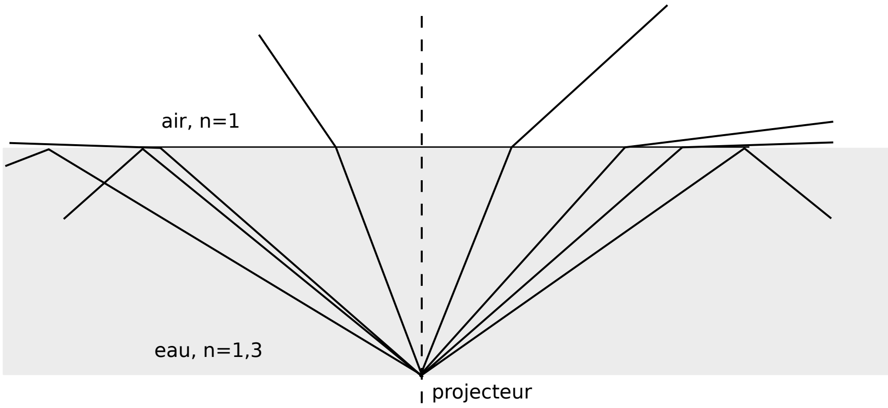
Devoir Surveillé

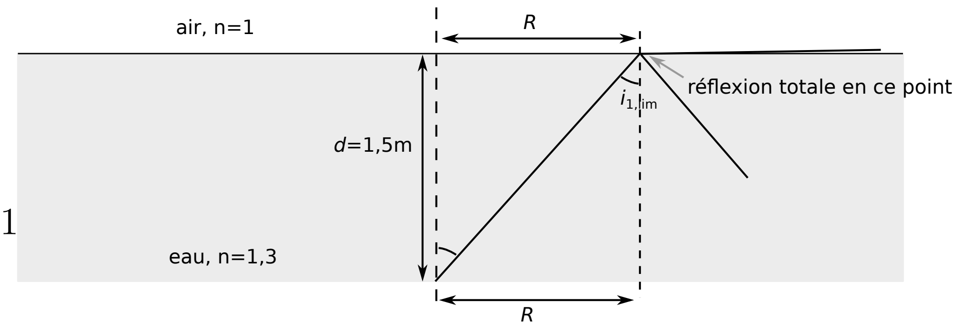
Correction – Physique-chimie – DS 1

I Projecteur de piscine

1 - Certains rayons arrivent trop inclinés et subissent une **réflexion totale** (possible car $n_{\text{eau}} > n_{\text{air}}$). Ils ne sont alors pas visible depuis l'extérieur de l'eau.



2 - Pour calculer le rayon de cette tache, faisons un schéma simplifié et annoté, où on considère uniquement le rayon à la limite de la réflexion totale.



On a alors (loi de Descartes) :

$$n_{\text{eau}} \sin i_{1,\text{lim}} = n_{\text{air}} \sin \frac{\pi}{2} = 1$$

D'où $\boxed{i_{1,\text{lim}} = \arcsin \dfrac{1}{n_{\text{eau}}} = 0{,}88\,\text{rad} = 50{,}3^{\text{o}}.}$

3 - Puis on en déduit R : $\tan i_{1,\text{lim}} = \dfrac{R}{d}$, d'où $\boxed{R = d \tan i_{1,\text{lim}} = 1{,}8\,\text{m}.}$

II L'appareil photographique

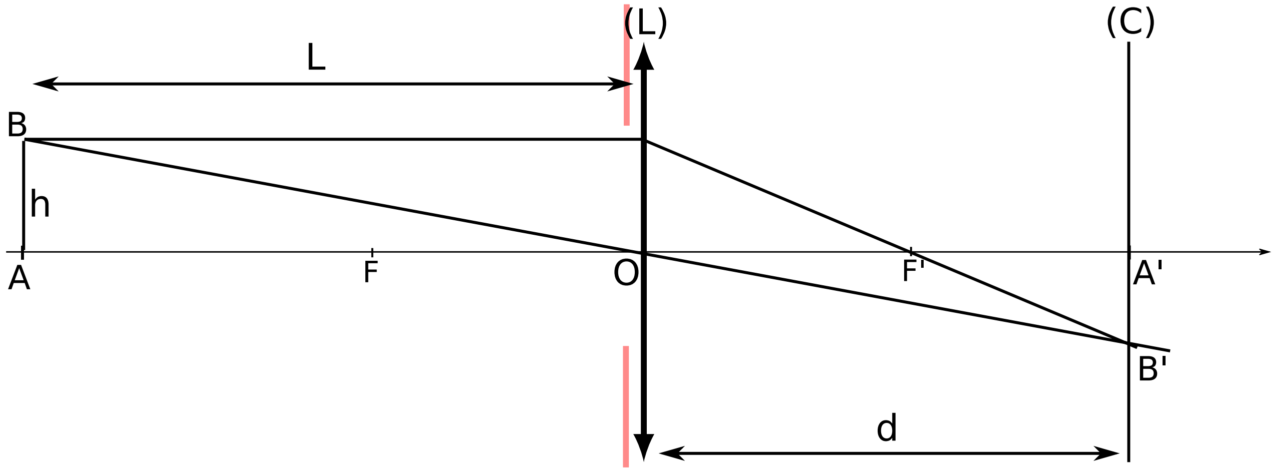
D'après CCINP MP 2021.

II.1 Objet et image

4 - "Conditions de Gauss" : rayons peu inclinés par rapport à l'axe optique et proches de l'axe optique (rayons dits paraxiaux).

5 - C'est le diaphragme qui permet d'assurer que ces conditions sont remplies. Elles permettent d'avoir un stigmatisme approché (image d'un point = tâche pas trop grande).

6 - Schéma :



7 - Relation de Descartes : $\dfrac{1}{\overline{OA'}} - \dfrac{1}{\overline{OA}} = \dfrac{1}{f'}$ avec $\overline{OA'} = d$ et $\overline{OA} = -L$, d'où :

$$\frac{1}{d} - \frac{1}{-L} = \frac{1}{f'} \quad \Rightarrow \quad \frac{1}{d} = -\frac{1}{L} + \frac{1}{f'} = \frac{-f'+L}{Lf'}, \text{ d'où } \boxed{d = \frac{Lf'}{L-f'}.}$$

8 - $\star$ Relation pour le grandissement :

$$\gamma = \frac{\overline{A'B'}}{\overline{AB}} = \frac{\overline{OA'}}{\overline{OA}} = \frac{d}{-L} = \frac{\frac{Lf'}{L-f'}}{-L}, \qquad \text{d'où} \quad \boxed{\gamma = -\frac{f'}{L-f'}.}$$

$\star$ On en déduit $\overline{A'B'} = \overline{AB} \times \gamma = h \times \gamma$, soit $\boxed{\overline{A'B'} = -\dfrac{hf'}{L-f'}.}$

9 - AN : $\boxed{\overline{A'B'} = -\dfrac{5 \times 50 \times 10^{-3}}{20 - 50 \times 10^{-3}} = 12{,}5\,\text{mm.}}$

10 - Objet est à l'infini $\Rightarrow$ image en F', donc $\boxed{d = f' = 50\,\text{mm.}}$

11 - À mesure qu'on rapproche l'objet, l'image recule. Lorsque l'objet atteint F, l'image se retrouve à l'infini. Or le capteur ne peut pas reculer à l'infini, mais uniquement jusqu'à une distance d_{max}.

Il y a donc une distance limite L_{min} en dessous de laquelle il ne sera pas possible d'obtenir l'image sur le capteur.

12 - Un objet à $\overline{OA} = -L_{\text{min}}$ correspond à une image à $\overline{OA'} = d_{\text{max}}$, donc avec la relation de conjugaison : $\dfrac{1}{d_{\text{max}}} - \dfrac{1}{-L_{\text{min}}} = \dfrac{1}{f'}$.

Donc $\dfrac{1}{L_{\text{min}}} = \dfrac{1}{f'} - \dfrac{1}{d_{\text{max}}} = \dfrac{d_{\text{max}} - f'}{f' d_{\text{max}}}$, d'où $\boxed{L_{\text{min}} = \dfrac{f' d_{\text{max}}}{d_{\text{max}} - f'}.}$

13 - $L_{\text{min}} = \dfrac{50 \times 55}{5}\,\text{mm} = 550\,\text{mm}$ soit $\boxed{L_{\text{min}} = 0{,}55\,\text{m.}}$

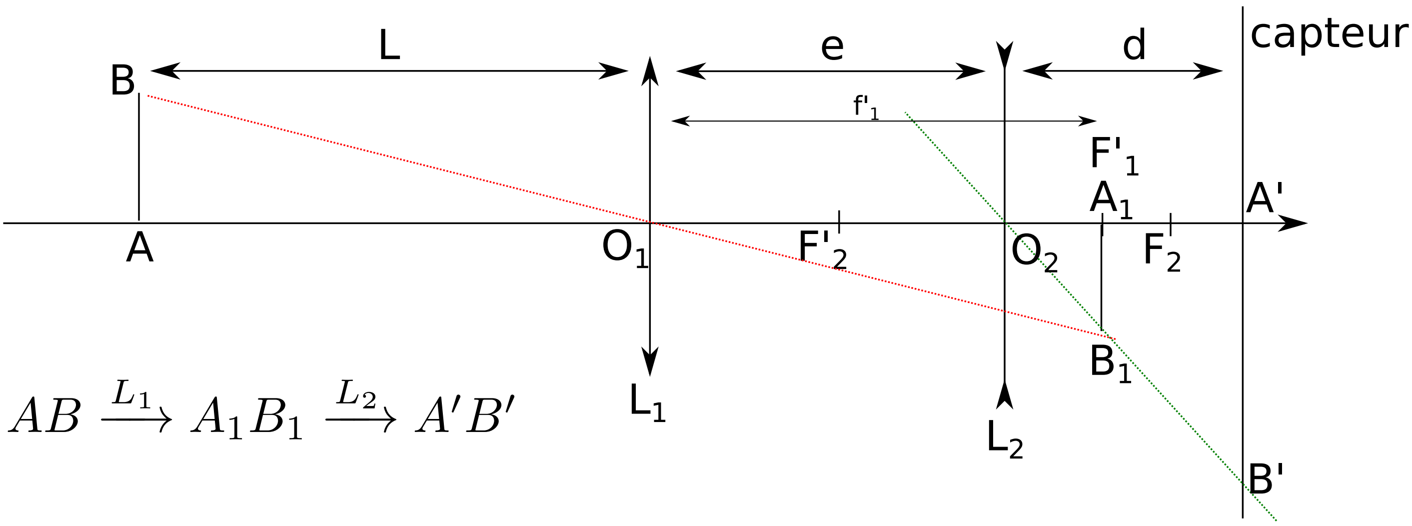
II.2 Influence de la focale

14 - On reprend la question 8 : $\overline{A'B'} = -\dfrac{hf_1'}{L - f_1'} = -\dfrac{5 \times 100 \times 10^{-3}}{20 - 100 \times 10^{-3}} = 25\,\text{mm}.$

15 - Il est possible de voir l'arbre en entier sur la photo si on tourne l'appareil à la verticale, car $25\,\text{mm} < 36\,\text{mm}$.

16 - Les objets ne sont pas plus proches, ils sont simplement plus gros sur l'image (d'où une impression de rapprochement).

II.3 Téléobjectif avec deux lentilles



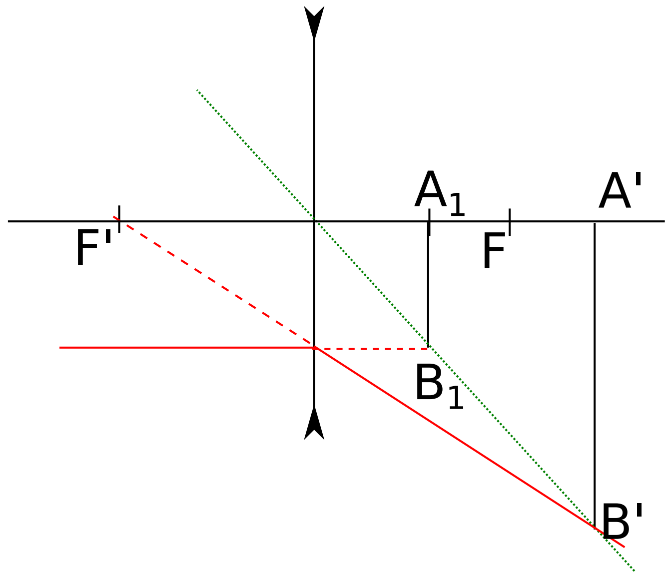
$$AB \xrightarrow{L_1} A_1B_1 \xrightarrow{L_2} A'B'$$

17 - Si $L \gg f_1'$, alors l'image de A par L_1 se trouve quasiment au foyer image de L_1, c'est-à-dire en F_1'. Donc $\boxed{\overline{O_1A_1} \simeq f_1'.}$

On en déduit que $\boxed{\overline{O_2A_1} = f_1' - e.}$

18 -

On place A_1B_1 comme indiqué entre O et F. On trace le rayon passant par O et B_1 non dévié. On trace le rayon parallèle à l'axe optique qui semble arriver sur B_1, et qui ressort en semblant passer par F'. L'intersection donne l'image B'.



19 - D'après ce qui précède, l'image intermédiaire A_1B_1 doit être entre O_2 et F_2 pour que son image par L_2 soit réelle. Donc il faut que :

$$0 \leq \overline{O_2A_1} \leq |f_2'|$$

(valeur absolue car $f_2' < 0$ pour une lentille divergente). On remplace par l'expression de $\overline{O_2A_1} = f_1' - e$:

$$0 \leq f_1' - e \leq |f_2'|.$$

On multiplie par -1, ce qui change le sens de l'inégalité :

$$0 \geq e - f_1' \geq -|f_2'|,$$

et on ajoute f_1' partout :

$$f_1' \geq e \geq f_1' - |f_2'|.$$

Donc il faut :

$$\boxed{f_1' - |f_2'| \leq e \leq f_1'.}$$

20 - $f_1' - |f_2'| = 5\,\text{cm}$, $e = 8\,\text{cm}$ et $f_1' = 10\,\text{cm}$, donc la condition est bien satisfaite.

21 - A' est l'image de A_1 par L2, donc : $\dfrac{1}{\overline{O_2A'}} - \dfrac{1}{\overline{O_2A_1}} = \dfrac{1}{f_2'}$.

Avec $\overline{O_2A_1} = f_1' - e$ et $\overline{O_2A'} = d$.

D'où : $\dfrac{1}{d} = \dfrac{1}{f_1' - e} + \dfrac{1}{f_2'} = \dfrac{f_2' + f_1' - e}{f_2'(f_1' - e)}$,

$$\text{d'où } \boxed{d = \frac{f_2'(f_1' - e)}{f_2' + f_1' - e} = 3{,}3\,\text{cm}.}$$

22 - $\star$ $\dfrac{\overline{A'B'}}{\overline{A_1B_1}} = \dfrac{\overline{O_2A'}}{\overline{O_2A_1}} = \dfrac{d}{f_1' - e}$

Donc $\overline{A'B'} = \overline{A_1B_1} \times \dfrac{d}{f_1' - e}$.

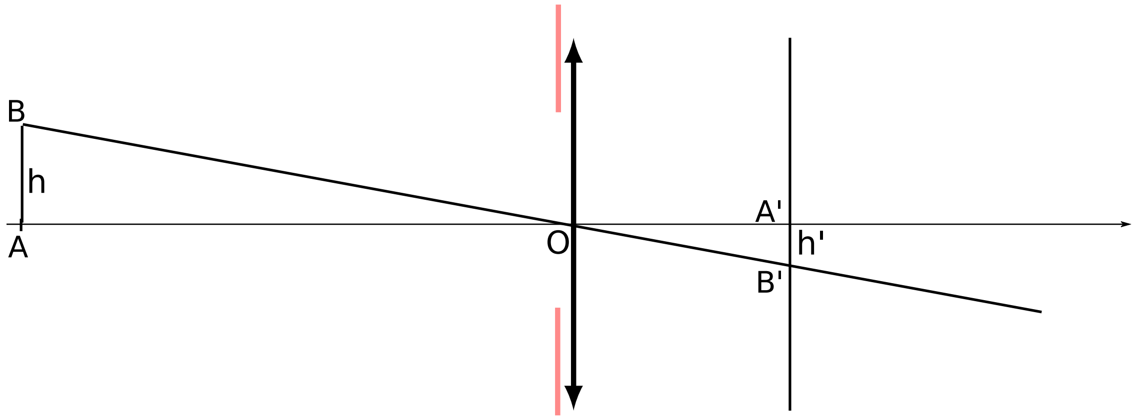
$\star$ Reste à trouver $\overline{A_1B_1}$, c'est le même calcul qu'en 8 car c'est l'image de AB par la lentille L1 : $\overline{A_1B_1} = -\dfrac{hf_1'}{L - f_1'} = 2{,}5\,\text{cm}$.

$\star$ Donc $\boxed{\overline{A'B'} = \overline{A_1B_1} \times \dfrac{d}{f_1' - e} = 4{,}17\,\text{cm}.}$

23 - L'image sur le capteur mesure 4,17 cm, alors qu'elle en mesurait 2,5 cm pour l'autre. Ils ne sont donc pas équivalents.

II.4 Exploitation d'une photo

24 - On modélise l'objectif de l'appareil photo par une lentille convergente de focale $f' = 18\,\text{mm}$.



⋆ Il faut d'abord déterminer la hauteur du Mont Saint Michel sur le capteur. On mesure à la règle sa hauteur sur l'image sur la feuille : environ 3,2 cm (ceci dépend du format d'impression), et on mesure la hauteur totale de l'image sur la feuille : environ 9,2 cm.

Ces 9,2 cm correspondent à la hauteur du capteur de 5,7 mm (soit 0,57 cm), donc avec une règle de trois on obtient la hauteur du Mont sur le capteur :

$$h' = 3{,}2 \times \frac{0{,}57}{9{,}2} = 0{,}20\,\text{cm}.$$

⋆ Ensuite on utilise le grandissement :

$$\frac{h'}{h} = \frac{A'B'}{AB} = \frac{OA'}{OA} = \frac{18\,\text{mm}}{1{,}46\,\text{km}} = 1{,}23 \times 10^{-5}.$$

car l'objet A est à 1,46 km de la lentille (donc $OA = 1{,}46\,\text{km}$), et car l'image A' est quasiment confondue avec le foyer F' (car l'objet est très loin, donc $OA' \simeq f'$).

Ainsi, $\boxed{h = \frac{h'}{1{,}23 \times 10^{-5}} = 160\,\text{m}.}$

Rq : sur internet on trouve que cette hauteur est de 157 m.

II.5 Comment expliquer les propriétés des lentilles ?

25 - En B : $\boxed{n \sin i = \sin r.}$

26 - On voit que $OF' = e - KS + KF'$.

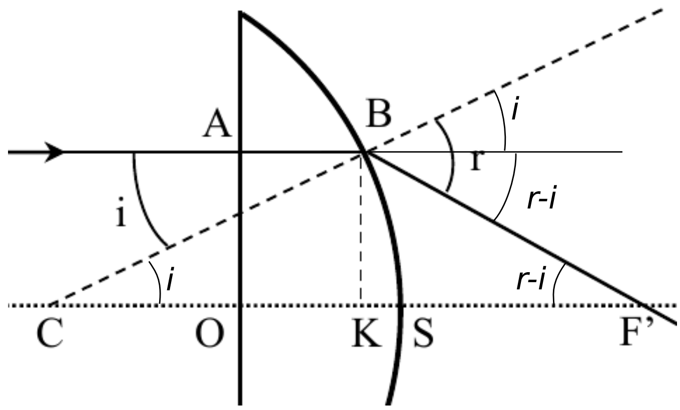
⋆ Pour KS :

$KS = CS - CK = R - CK$,

et $\cos i = \dfrac{CK}{R}$ donc $CK = R\cos i$

et donc :

$$KS = R - R\cos i = R(1 - \cos i).$$



⋆ Pour KF' :

dans le triangle BKF' on a $\tan(r-i) = \dfrac{KB}{KF'}$ donc $KF' = \dfrac{KB}{\tan(r-i)}$.

Et dans le triangle BCK, $\sin i = \dfrac{KB}{CB} = \dfrac{KB}{R}$ donc $KB = R\sin i$.

Donc $KF' = \dfrac{R\sin i}{\tan(r-i)}$.

⋆ Finalement on a bien $\boxed{OF' = e - R(1-\cos i) + \dfrac{R\sin i}{\tan(r-i)}.}$

27 - Stigmatisme rigoureux : l'image d'un point est un point.

La lentille n'est pas rigoureusement stigmatique, car on voit avec la formule ci-dessus que la position de F' dépend de l'angle i et donc de la hauteur h : si on envoie un faisceau parallèle à l'axe optique en entrée, tous les rayons ne vont pas converger en un unique point, comme ci-dessous.

28 - Dans ces conditions on est dans les conditions de Gauss, et le système sera donc approximativement stigmatique.

29 - Dans ces conditions :

$$OF' = e - R(1-\cos i) + \frac{R\sin i}{\tan(r-i)} \simeq e - R(1-1) + \frac{R\,i}{r-i} = e + \frac{R\,i}{r-i}.$$

Or $n\sin i = \sin r$ donne $r \simeq ni$, d'où

$$OF' = e + \frac{R\,i}{ni - i} = e + \frac{R}{n-1} \simeq \frac{R}{n-1}.$$

Ne dépend plus de i : tous les rayons convergent au même point.

La focale est donc $\boxed{f' = OF' = \dfrac{R}{n-1}.}$