Partie II : Optique
Chapitre 1

Correction – TD – Modéliser la lumière

I Vrai-faux/questions courtes ★ | [● ○ ○]

1 - Le schéma de gauche peut induire en erreur, car les angles ne sont pas repérés par rapport à la normal.

C'est seulement sur celui de droite qu'on a $n_1 \sin i_1 = n_2 \sin i_2$.

2 - Spectre visible : de 400 nm (violet-bleu) à 800 nm (rouge).

3 - (V/F) Le phénomène de réflexion totale est possible si le rayon passe de l'air à l'eau : faux.

Ce phénomène est possible seulement si le rayon passe vers un milieu d'indice plus faible.

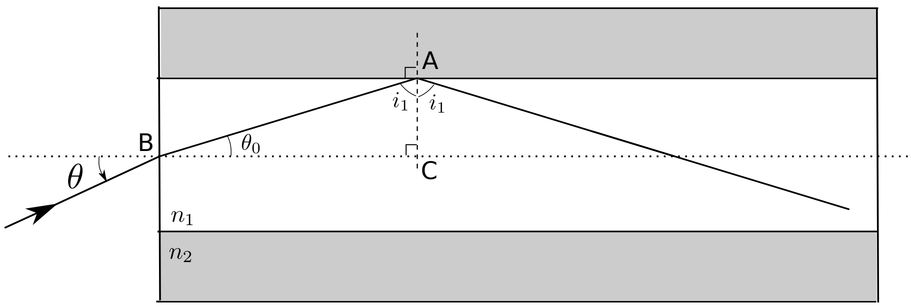
4 - (V/F) Lors du passage de l'air dans du verre, le rayon se rapproche de la normale : vrai, car l'indice du verre est plus élevé.

5 - $\cos(\pi/2 - i) = \sin(i)$, $\sin(\pi/2 - i) = \cos(i)$.

II Fibre optique

1 -

On souhaite avoir une réflexion totale à l'interface entre les milieux n_1 et n_2 (au point A) (afin de ne pas perdre de l'énergie à chaque réflexion), donc il faut $n_1 > n_2$.



2 - ► C'est au point A que la réflexion totale doit avoir lieu.

On se place dans le cas limite, où $i_2 = \pi/2$. Loi de Descartes au point A :

$$n_1 \sin i_1 = n_2 \sin i_2 = n_2 \sin \pi/2 = n_2 \quad \text{d'où} \quad \sin i_1 = \frac{n_2}{n_1} \quad \text{d'où} \quad \boxed{i_1 = \arcsin \frac{n_2}{n_1} = 80{,}6°.}$$

► On en déduit θ_0 : dans le triangle ABC, la somme des angles vaut 180°, donc $i_1 + \theta_0 + 90° = 180°$ et $\theta_0 = 180° - 90° - i_1$, soit $\boxed{\theta_0 = 9{,}4°.}$

► Enfin, on en déduit θ en applicant la loi de Descartes au point B :

$$1 \times \sin \theta = n_1 \sin \theta_0 \quad \text{d'où} \quad \boxed{\theta = \arcsin(n_1 \sin \theta_0) = 14°.}$$

C'est l'angle d'incidence maximal pour qu'il y ait réflexion totale en A. Pour des angles supérieurs, il n'y aura pas réflexion totale, le rayon ne se propagera pas sur de longues distances.

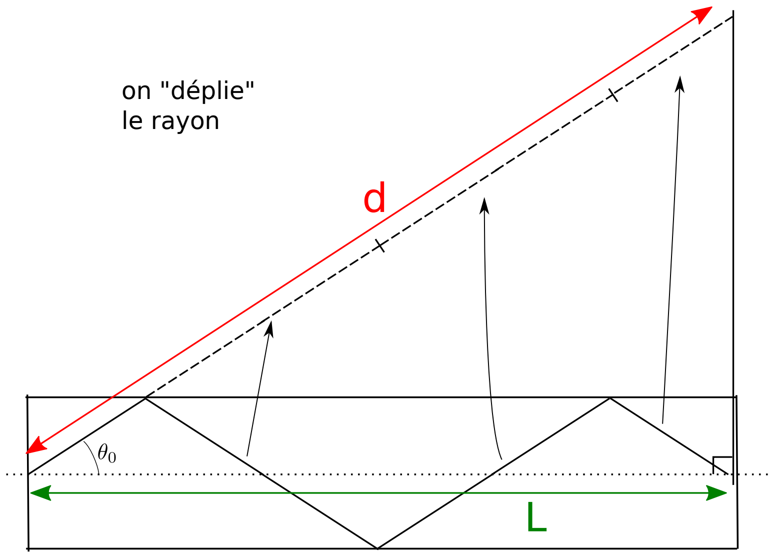
3 - Voir le schéma.

On a $\cos\theta_0 = \dfrac{L}{d}$, et donc

$$\boxed{d = \frac{L}{\cos\theta_0}.}$$

La lumière se propage à la vitesse $v = c/n_1$, donc le temps de parcours est

$$\boxed{T = \frac{d}{v} = \frac{n_1 L}{c\cos\theta_0}.}$$



4 - ▶ Rayon qui arrive le plus tôt : celui qui va tout droit, donc $\theta = 0$ et $\theta_0 = 0$, donc

$$T = \frac{n_1 L}{c\cos 0} = 5{,}00\,\mu\text{s}.$$

Rayon qui arrive le plus tard : celui qui a l'angle le plus élevé, donc $\theta = \theta_m = 14°$ et $\theta_0 = 9{,}4°$, donc

$$T' = \frac{n_1 L}{c\cos\theta_0} = 5{,}16\,\mu\text{s}.$$

On a donc une différence $\boxed{T' - T = 0{,}16\,\mu\text{s}}$ entre le plus rapide et le plus lent.

▶ Lorsqu'on envoie une impulsion en entrée de la fibre, tous les angles sont présents. L'impulsion arrive donc de façon étalée entre $T = 5{,}00\,\mu$s et $T' = 5{,}16\,\mu$s.

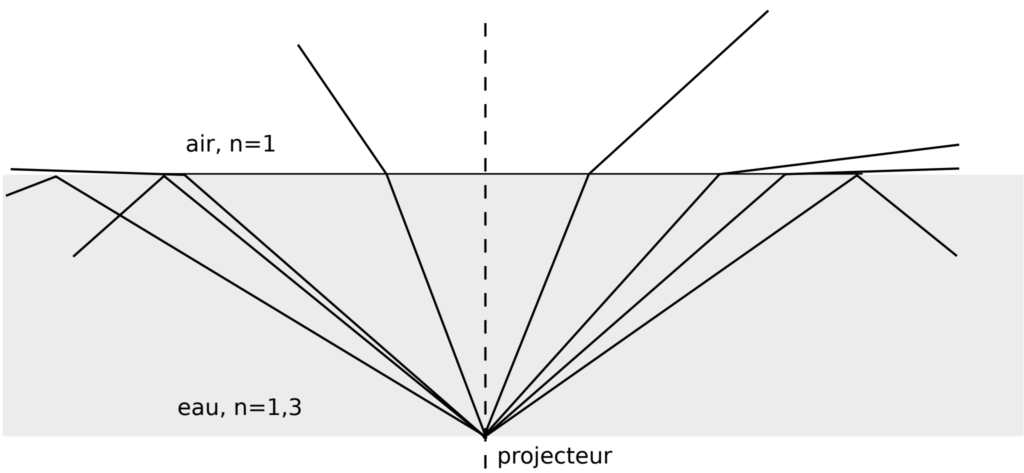
Si on ne veut pas que deux impulsions successives se recouvrent (obligatoire sinon on ne peut plus les distinguer), il faut qu'elles soient séparées d'au moins $\Delta t = T' - T$.

▶ Ceci correspond à une fréquence maximale à laquelle est transmise l'information qui vaut

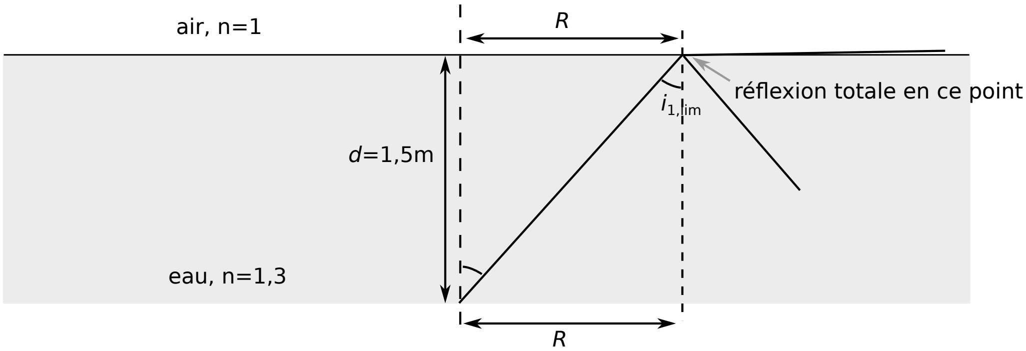
$$\boxed{f_{\max} = \frac{1}{\Delta t} = 6{,}3\,\text{MHz}.}$$

III Projecteur de piscine

Étape 1 : faire un schéma pour comprendre la situation.



Ainsi, certains rayons arrivent trop inclinés et subissent une **réflexion totale**. Ils ne sont alors pas visible depuis l'extérieur de l'eau ! C'est pourquoi on ne voit qu'une tache lumineuse circulaire.
Pour calculer le rayon de cette tache, faisons un schéma simplifié et annoté, où on considère uniquement le rayon à la limite de la réflexion totale :

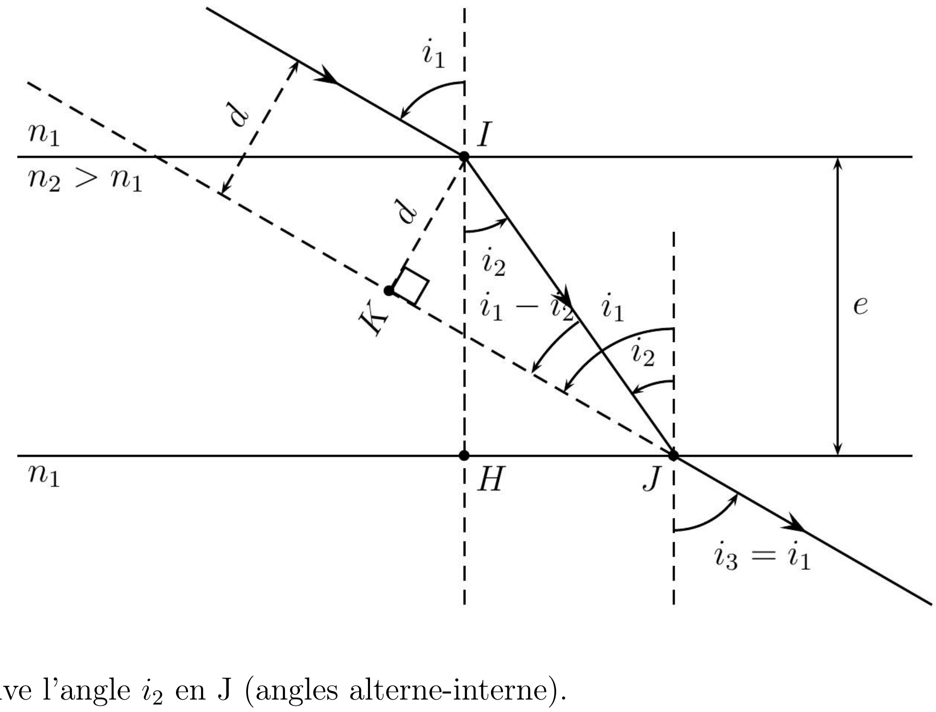


⋆ On a alors (loi de Descartes) : $n_{\text{eau}} \sin i_{1,\text{lim}} = n_{\text{air}} \sin \dfrac{\pi}{2} = 1$.

D'où $\boxed{i_{1,\text{lim}} = \arcsin \dfrac{1}{n_{\text{eau}}} = 0{,}88\,\text{rad} = 50{,}3^{\text{o}}.}$

⋆ Puis on en déduit R : $\tan i_{1,\text{lim}} = \dfrac{R}{d}$, d'où $\boxed{R = d \tan i_{1,\text{lim}} = 1{,}8\,\text{m}.}$

IV Déviation par une vitre



1 - On retrouve l'angle i_2 en J (angles alterne-interne).

L'angle i_3 vérifie la relation de Descartes appliquée au point J : $n_2 \sin i_2 = n_1 \sin i_3$.

Or au point d'entrée I on avait $n_2 \sin i_2 = n_1 \sin i_1$.

Par identification, on en déduit que $i_3 = i_1$.

2 - Au point I il ne peut pas y avoir réflexion totale car on passe de n_1 à $n_2 > n_1$.

Au point J il pourrait y avoir réflexion totale, mais l'angle d'incidence est i_2 et correspond donc, tout comme en I, à un angle de sortie $i_3 = i_1$: il n'y a donc pas réflexion totale non plus.

3 - Dans le triangle IKJ on a $\sin(i_1 - i_2) = \dfrac{d}{IJ}$, d'où $d = IJ \times \sin(i_1 - i_2)$.

La distance IJ est inconnue. On l'obtient dans le triangle IHJ, où $\cos i_2 = \dfrac{e}{IJ}$, soit donc $IJ = \dfrac{e}{\cos i_2}$.

On a donc $\boxed{d = e\,\dfrac{\sin(i_1 - i_2)}{\cos i_2}.}$

4 - On utilise la formule $\sin(i_1 - i_2) = \sin i_1 \cos i_2 - \sin i_2 \cos i_1$. Donc :

$$d = e\,\frac{\sin(i_1 - i_2)}{\cos i_2} = e\,\frac{\sin i_1 \cos i_2 - \sin i_2 \cos i_1}{\cos i_2} = e\,\left(\sin i_1 - \sin i_2 \frac{\cos i_1}{\cos i_2}\right).$$

Et on remplace $\sin i_2$ par $\dfrac{n_1}{n_2}\sin i_1$ (d'après la loi de Descartes). On en déduit bien que

$$\boxed{d = \left(1 - \frac{n_1 \cos i_1}{n_2 \cos i_2}\right) e \sin i_1.}$$

5 - On souhaite une expression de d dans laquelle ne figure plus que i_1 et e.

On utilise $\cos i_2 = \sqrt{1 - \sin^2 i_2} = \sqrt{1 - \left(\frac{n_1}{n_2}\sin i_1\right)^2}$. D'où :

$$d = \left(1 - \frac{n_1 \cos i_1}{n_2\sqrt{1 - \left(\frac{n_1}{n_2}\sin i_1\right)^2}}\right) e \sin i_1.$$

$$\boxed{d = \left(1 - \frac{n_1 \cos i_1}{\sqrt{n_2^2 - (n_1 \sin i_1)^2}}\right) e \sin i_1.}$$

6 - On obtient $\boxed{d = 3\,\text{mm},}$ ce qui est peu visible.