Devoir Surveillé

Correction – Physique-chimie – DS 2

I Un matériau pour la fabrication de miroirs de télescope : le carbure de silicium

1 - Règle de Pauli : un seul électron par état quantique (n,l,m_l,m_s) (soit deux par "case quantique" : un avec $m_s = 1/2$ (flèche en haut) et un avec $m_s = -1/2$ (flèche en bas)).

Règle de Klechkowski : à l'état fondamental on remplit les sous-couches à $n + l$ croissant, et en cas d'égalité à n croissant. Ceci revient à suivre l'odre donné par le fameux triangle.

Règle de Hund : dans une sous-couche non remplie, les électrons occupent au maximum des états avec des spins parallèles.

2 - Carbone : $1s^2\,2s^2\,2p^2$.

3 - Si est situé juste en-dessous du carbone, donc sa configuration se termine en $3p^2$. Il s'agit donc de $1s^2\,2s^2\,2p^6\,3s^2\,3p^2$, d'où $\boxed{Z = 14.}$

4 - 14 protons et donc 14 électrons (car neutre), et $28 - 14 = 14$ neutrons.

5 - Les propriétés chimiques du carbone et du silicium sont proches car ils ont la même configuration de valence (car même colonne).

6 - Population du carbone : $\boxed{N_{\mathrm{C}} = 4}$ (les 4 sites tétraédriques occupés).

Population du silicium : $\boxed{N_{\mathrm{Si}} = 4}$ (détail : $N_{\mathrm{Si}} = 8 \times 1/8 + 6 \times 1/2 = 4$).

On peut donc proposer Si_4C_4, ou plus simplement SiC.

7 - Les atomes de carbone sont en contact avec 4 atomes de silicium, donc la coordinence recherchée vaut 4.

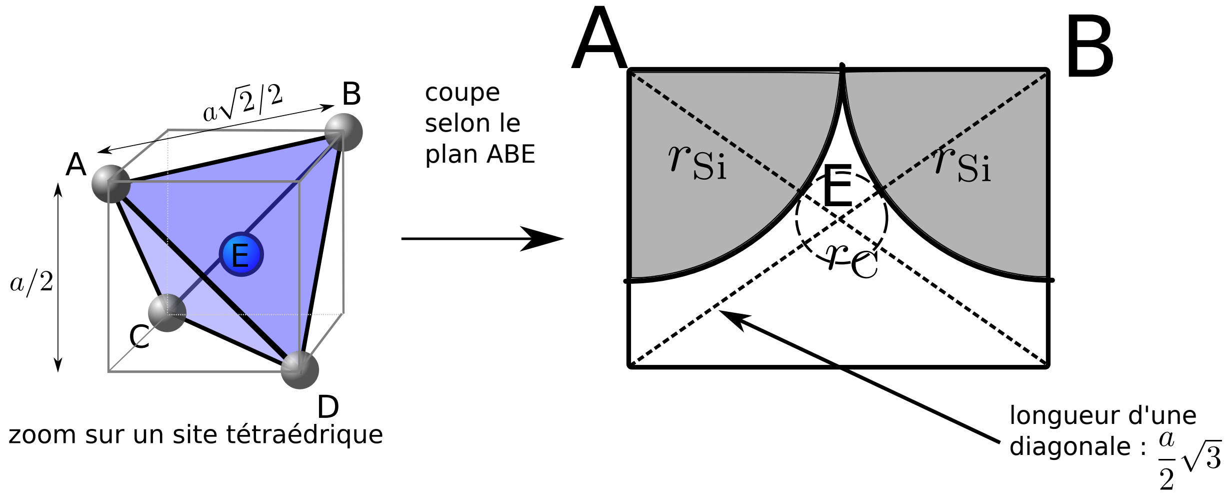
8 - Masse volumique : $\rho = \dfrac{4m_{\mathrm{Si}} + 4m_{\mathrm{C}}}{a^3}$, or par exemple $m_{\mathrm{Si}} = \dfrac{M_{\mathrm{Si}}}{N_A}$, donc

$$\boxed{\rho = \frac{4M_{\mathrm{Si}} + 4M_{\mathrm{C}}}{N_A a^3}.}$$

On en déduit

$$\boxed{a = \left(\frac{4M_{\mathrm{Si}} + 4M_{\mathrm{C}}}{N_A \rho}\right)^{1/3} = 436\,\mathrm{pm}.}$$

9 - Il s'agit d'exprimer l'habitabilité d'un site tétraédrique. Voir figure.



La grande diagonale du cube est de longueur $a\sqrt{3}$. Or la longueur AE est un quart de cette diagonale, donc $AE = \dfrac{a\sqrt{3}}{4}$.

D'autre part il y a contact, donc $AE = r_{\text{C}} + r_{\text{Si}}$, d'où $\boxed{r_{\text{C}} = \dfrac{a\sqrt{3}}{4} - r_{\text{Si}}.}$

10 - On en déduit $\boxed{r_{\text{Si}} = \dfrac{a\sqrt{3}}{4} - r_{\text{C}} = 112\,\text{pm}.}$

II Éléments optiques de la chaine d'acquisition d'images

11 - L'angle sous lequel on voit Jupiter est maximal lorsque Jupiter est au plus près de la Terre.

Ceci arrive lorsque le Soleil, la Terre et Jupiter sont alignés (dans cette ordre).

La distance Terre-Jupiter est alors $D = R_J - R_T = 630 \times 10^6\,\text{km}$.

On a alors $\boxed{\alpha_0 \simeq \tan\alpha_0 = \dfrac{d_J}{D} \simeq 2 \times 10^{-4}\,\text{rad}.}$

(attention si on utilise $\tan\alpha \simeq \alpha$, le résultat est automatiquement en radians)

12 - Opposition car Jupiter est à l'opposée du Soleil.

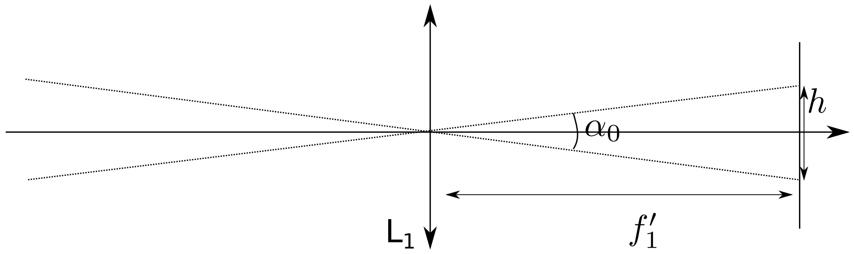
13 - On a $S_c = N \times \varepsilon_c^2$ et donc $\boxed{\varepsilon_c = \sqrt{S_c/N} = 5{,}0\,\mu\text{m}.}$

14 - La distance vers Jupiter est très très grande devant toutes les longueurs du problème (focales, distance oculaire-lentille...).

15 - $\star$ Jupiter étant un objet à l'infini, il va falloir placer le capteur dans le plan focal image de la lentille, donc à une distance $\boxed{f_1' = 3600\,\text{mm}}$ de la lentille L_1.

$\star$ La taille de l'image est alors $h = \alpha_0 f_1'$.

(Démonstration détaillée avec $\dfrac{\alpha_0}{2} \simeq \tan\left(\dfrac{\alpha_0}{2}\right) = \dfrac{h/2}{f_1'}$, d'où $h = \alpha_0\, f_1'$.)



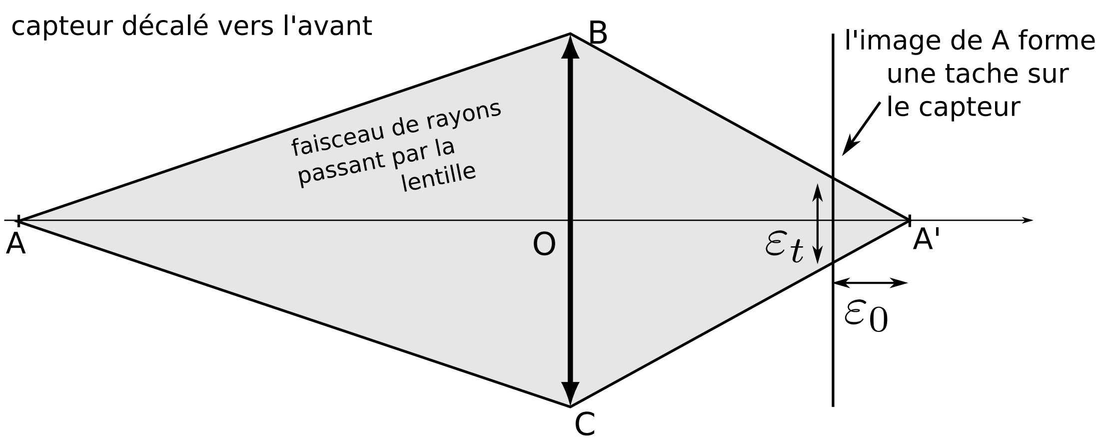
$\star$ En terme de nombre de pixels, ceci donne

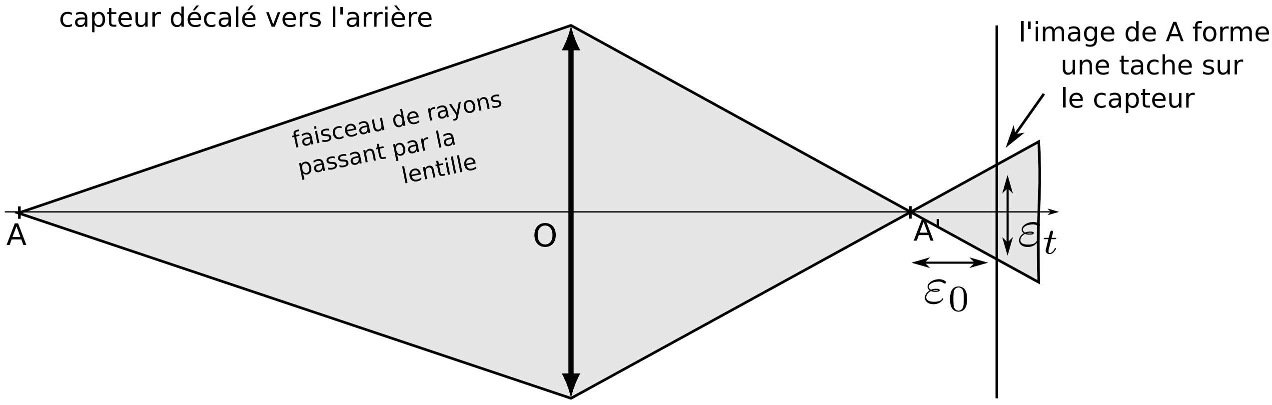
$$n = \frac{h}{\varepsilon_c} = \frac{\alpha_0 f_1'}{\varepsilon_c} = \frac{\frac{50}{3600}\frac{\pi}{180} \times 3600\,\text{mm}}{5 \times 10^{-3}\,\text{mm}}.$$

On a bien pris garde à changer l'angle en radian, obligatoire car on a utilisé $\tan\alpha_0 \simeq \alpha_0$ plus tôt. Avec $\pi/180 = 1{,}7 \times 10^{-2}$ on obtient

$$\boxed{n = 170\,\text{pixels.}}$$

16 - Cf schémas :





17 - ⋆ La tache ne se remarque pas tant qu'elle est plus petite qu'un pixel, donc tant que $\boxed{\varepsilon_t < \varepsilon_c.}$

⋆ Or d'après le schéma ci-dessus (celui du haut par exemple) on a avec le théorème de Thalès :

$$\frac{\varepsilon_t}{BC} = \frac{\varepsilon_0}{OA'}.$$

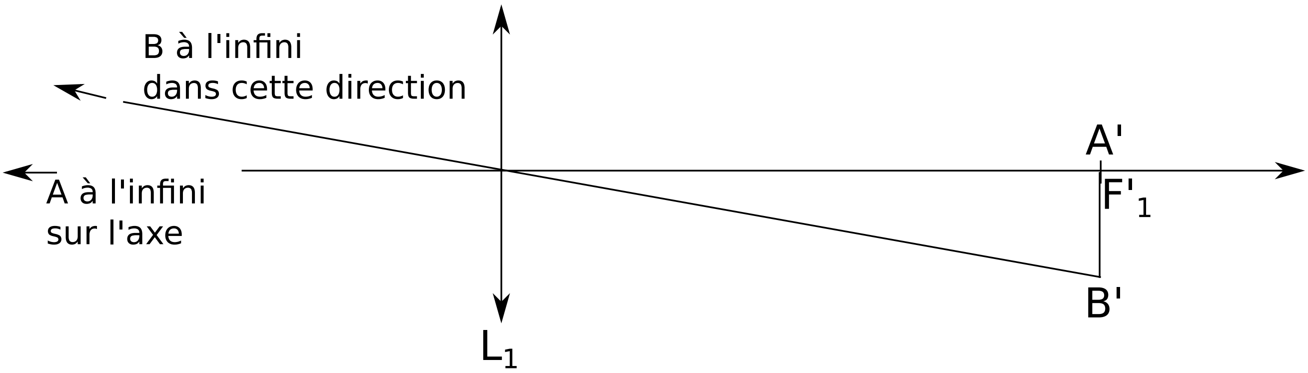
Or $BC = d_1$ (diamètre de la lentille) et $OA' = f'_1$ (questions précédentes).

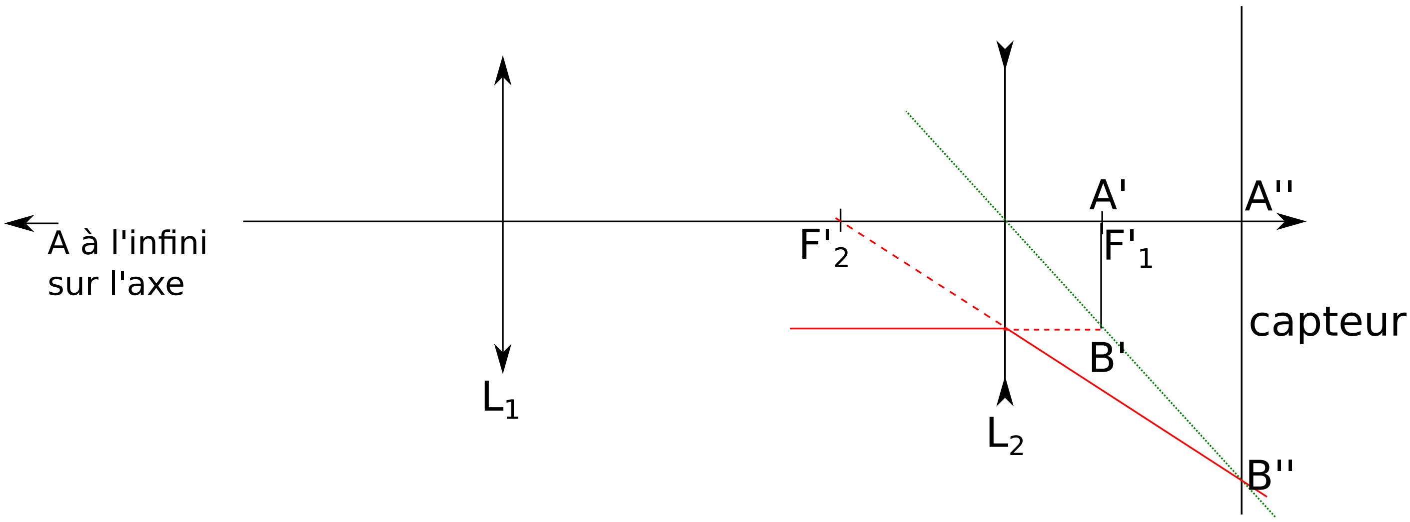
De plus on se place à la limite de netteté où $\varepsilon_t = \varepsilon_c = 5\,\mu\text{m}$.

Alors on en déduit un décalage maximal $\boxed{\varepsilon_0 = \dfrac{f'_1 \varepsilon_c}{d_1} = 50\,\mu\text{m}.}$

18 - On a $A' = F'_1$ car A est à l'infini sur l'axe optique.

Puis B' est dans le plan focal image, car B est à l'inifni. On obtient sa position en prolongeant le rayon qui passe par l'origine.





19 - Cf ci-dessus. On a tracé deux rayons particuliers passant par B' pour obtenir son image B''.

20 - On veut avoir $\dfrac{\overline{A''B''}}{\overline{A'B'}} = 3.$

Ceci est le grandissement de la lentille L_2, qui vaut aussi $\gamma = \dfrac{\overline{O_2A''}}{\overline{O_2A'}}.$

Donc il faut $\dfrac{\overline{O_2A''}}{\overline{O_2A'}} = 3$.

Or $\overline{O_2A''} = D_2$ et $A' = F_1'$, donc on a $\dfrac{D_2}{\overline{O_2F_1'}} = 3$, d'où $\boxed{\overline{O_2F_1'} = \dfrac{D_2}{3} = 70\,\text{mm.}}$

21 - A' et A'' sont conjugués pour L_2, c'est-à-dire que $A' \xrightarrow{L_2} A''$. Donc on a :

$$\frac{1}{\overline{O_2A''}} - \frac{1}{\overline{O_2A'}} = \frac{1}{f_2'}.$$

Or $\overline{O_2A''} = D_2$ et $\overline{O_2A'} = \overline{O_2F_1'} = D_2/3$, donc $\dfrac{1}{D_2} - \dfrac{1}{(D_2/3)} = \dfrac{1}{f_2'}$.

D'où $\boxed{f_2' = -\dfrac{D_2}{2} = -105\,\text{mm.}}$ (négatif : c'est bien une lentille divergente)

22 - Il y a triplement du grandissement, ce qui revient à tripler la focale f_1' lorsqu'on n'utilise pas la lentille de Barlow.

23 - Angle de diffraction : $\theta \simeq \sin\theta \simeq \dfrac{\lambda}{d_1}$ avec d_1 le diamètre de la lentille.

On pourra prendre $\lambda = 500\,\text{nm}$.

Or le capteur est à une distance f_1' de cette ouverture, donc ceci produit une tache de diamètre

$$\boxed{\varepsilon_d = f_1'\theta = f_1'\frac{\lambda}{d_1} = 5\,\mu\text{m.}}$$

C'est la taille d'un pixel, ce sera donc à peine visible.