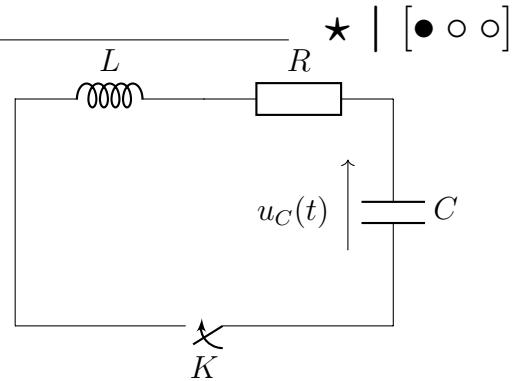


Remarque : exercice avec \star : exercice particulièrement important, à maîtriser en priorité (de même que les exemples de questions de cours des “ce qu’il faut savoir faire”) | $[\bullet \circ \circ]$: difficulté des exercices

I Circuit RLC série : décharge \star | $[\bullet \circ \circ]$

On étudie le circuit ci-contre, où le condensateur est initialement chargé à une tension $U_c(t = 0^-) = U_0$. Pour $t < 0$ le circuit est ouvert. Il est refermé à $t = 0$.



1 - Déterminer l'équation différentielle vérifiée par la tension aux bornes du condensateur. On l'écrira sous forme canonique en introduisant la pulsation propre ω_0 et le facteur de qualité Q .

2 - On prend $L = 10 \text{ mH}$, $C = 10 \text{ nF}$ et $R = 100 \Omega$. Donner les valeurs de la pulsation propre et du facteur de qualité.

3 - Déterminer la forme générale des solutions de l'équation différentielle.

Faire l'application numérique pour le temps d'amortissement $\tau = 1/\mu$ et pour la pseudo-période $T = 2\pi/\Omega$.

4 - Que valent u_c et $\frac{du_c}{dt}$ à $t = 0$? Justifier soigneusement.

Ensuite ceci doit permettre d'obtenir l'expression des constantes A et B qui apparaissent dans la solution. Le faire.

5 - Tracer l'allure de la solution.

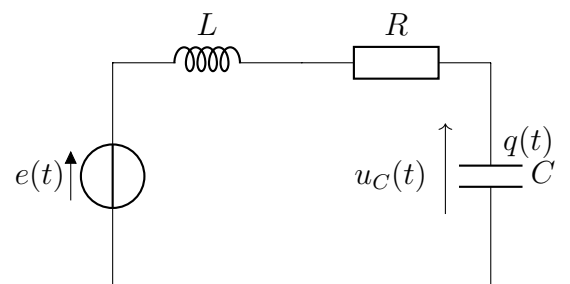
6 - (+) Exprimer $i(t)$ et tracer son allure. Faire de même avec $u_L(t)$ (que remarque-t-on en $t = 0$?).

II Circuit RLC série : soumis à un échelon de tension \star | $[\bullet \circ \circ]$

On étudie le circuit ci-contre, où le condensateur est initialement déchargé.

Pour $t < 0$, le générateur de tension est éteint.

Pour $t > 0$, ce générateur délivre une tension $E > 0$ continue.



1 - Déterminer l'équation différentielle vérifiée par la tension aux bornes du condensateur. On l'écrira sous forme canonique en introduisant la pulsation propre ω_0 et le facteur de qualité Q .

2 - On prend $L = 10 \text{ mH}$, $C = 10 \text{ nF}$ et $R = 100 \Omega$. Donner les valeurs de la pulsation propre et du facteur de qualité.

3 - Déterminer les solutions de l'équation différentielle (et donc aussi l'expression des constantes d'intégration A et B).

4 - Tracer l'allure de la solution.

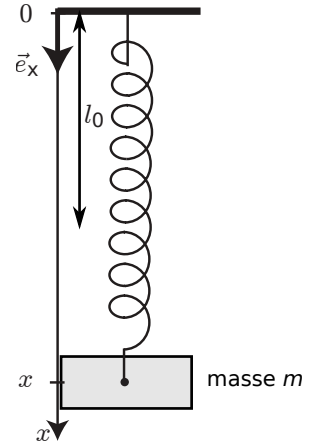
5 - (+) Exprimer $i(t)$ et tracer son allure. Faire de même avec $u_L(t)$ (que remarque-t-on en $t = 0$?).

III Système masse-ressort vertical [● ○ ○]

On considère une masse m attachée à un ressort de longueur à vide l_0 et de constante de raideur k . Le tout est vertical. La masse est soumise à des frottements visqueux, dont l'action est modélisée par une force du type $\vec{f} = -\lambda\vec{v}$.

Remarque : les questions 1 et 2 sont quasi-identiques à celles du TD III du chapitre précédent.

- 1 - Déterminer l'équation différentielle suivie par la position $x(t)$.
- 2 - Quelle est la position d'équilibre x_{eq} ?
- 3 - On pose $u(t) = x(t) - x_{\text{eq}}$. Donner l'équation différentielle satisfaite par $u(t)$.
- 4 - On se place dans le cas de l'enregistrement de la figure ci-dessous. Dans quel type de régime le système est-il ? Donner un ordre de grandeur de son facteur de qualité.

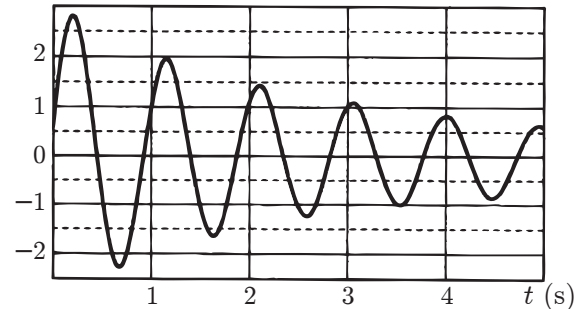


On admet que les solutions s'écrivent $u(t) = (A \cos \Omega t + B \sin \Omega t)e^{-\mu t}$, avec $\mu = \frac{\omega_0}{2Q}$ et $\Omega = \omega_0 \sqrt{1 - \frac{1}{4Q^2}}$. À l'instant initial la masse est en $x = x_{\text{eq}}$, et on lui communique une vitesse initiale v_0 vers le bas.

- 5 - Déterminer l'expression des constantes A et B .

On définit le **décroissement logarithmique** comme $\delta = \ln \frac{u(t)}{u(t+T)}$ avec $T = 2\pi/\Omega$ la pseudo-période.

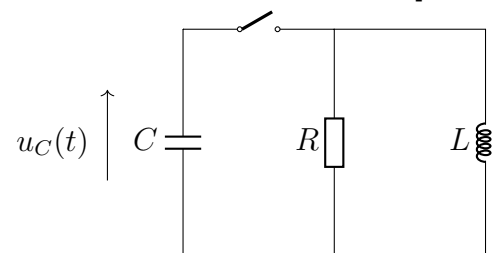
- 6 - Montrer théoriquement que δ est constant tout au long du mouvement.
- 7 - Ceci est-il le cas sur l'enregistrement ? Exploiter le graphique pour en déduire une estimation des valeurs de la pseudo-période et du facteur de qualité.



IV Circuit RLC parallèle [● ● ○]

On étudie le circuit ci-contre, où le condensateur est initialement chargé à une tension $u_c(t=0^-) = U_0$. À $t=0$ on ferme l'interrupteur.

On raisonnera sur un schéma sur lequel on a bien mis les flèches de tension et de courant, en convention **récepteur**.



- 1 - Déterminer les valeurs des courants dans chacune des branches et de u_c à $t=0^+$ juste après la fermeture de l'interrupteur.
- 2 - Déterminer l'équation différentielle vérifiée par la tension aux bornes du condensateur. La mettre sous forme canonique.
- 3 - On prend $L = 1,0\text{mH}$ et $C = 4,0\text{nF}$. Déterminer la valeur de la résistance telle que le régime transitoire soit critique.
- 4 - Donner, pour le régime critique, la forme générale des solutions. Préciser enfin l'expression des constantes qui apparaissent dans l'expression de la solution. Tracer avec soin l'allure de la solution.
- 5 - (+) Exprimer la solution lorsque $Q < 1/2$, en fonction des racines r_1 et r_2 , de U_0 et de RC . Tracer l'allure.