

Modéliser la lumière

I Théorie de l'optique ondulatoire : la lumière comme une onde

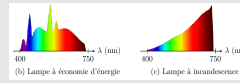
1 - Célérité et indice optique

$$c = 3,00 \times 10^8 \text{ m/s (vide)}$$

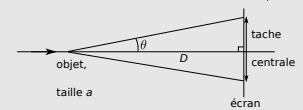
$$v = c/n \text{ (milieu transparent)}$$

2 - Sources de lumière, spectres

- lumière blanche
- lampe spectrale
- laser
- source idéale



3 - Diffraction $\sin \theta = \lambda/a$

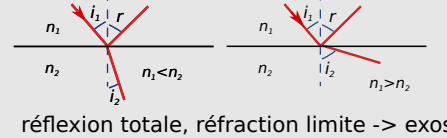


II Théorie de l'optique géométrique : la lumière décrite par des rayons lumineux

1 - Concepts et hypothèses

- rayon, propagation rectiligne
 - dioptre
 - lois de Snell-Descartes
- $$n_1 \sin i_1 = n_2 \sin i_2$$

2 - Réfraction et réflexion



3 - Domaine de validité

- diffraction si obstacles $\gg \lambda$
- interférences

Ce qu'il faut connaître

_____ (cours : I)

- ₁ Quelle est la relation entre l'indice optique d'un milieu et la célérité de la lumière qui s'y propage ?
- ₂ Entre quelles longueurs d'onde (dans le vide) le spectre du visible est-il compris ? À quelles couleurs chaque extrême correspond-il ?

_____ (cours : II)

- ₃ Qu'est-ce qu'un dioptre ? Écrire la relation de Snell-Descartes. On fera un schéma dans le cas $n_1 > n_2$ en faisant figurer les angles et en indiquant la normale, les rayons incident, réfléchi et réfracté.

Ce qu'il faut savoir faire

_____ (cours : II)

- ₄ Utiliser les lois de Descartes. → EC1, TD III
- ₅ Établir l'expression de l'angle de réfraction limite. → EC2
- ₆ Établir la condition de réflexion totale. → EC3, TD II,III
- ₇ Savoir dire si les conditions de l'optique géométrique sont applicables.

Exercices de cours

Exercice C1 – Appliquer les lois de Snell-Descartes

Un rayon lumineux se propage dans l'air et arrive sur un bloc de verre d'indice $n = 1,5$. Calculer l'angle d'incidence pour que le rayon réfléchi soit perpendiculaire au rayon réfracté. On commencera par faire un schéma. (Cet angle est appelé angle de Brewster et a de nombreux intérêts lorsque l'on considère la polarisation de la lumière.)

Correction :

On commence toujours par un schéma. Ici on se place dans le cas où il y a un angle droit entre le rayon réfléchi et le rayon transmis.

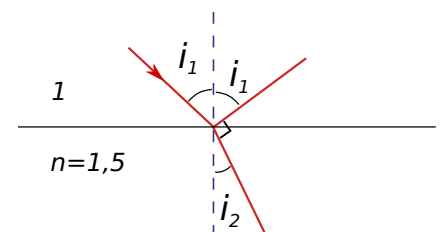
On a la relation $1 \times \sin i_1 = n \sin i_2$ avec $n = 1,5$, et on voit aussi sur le schéma qu'ici on a $i_1 + \pi/2 + i_2 = \pi$, soit donc $i_2 = \pi/2 - i_1$.

On injecte ceci dans la relation de Descartes, qui devient :

$$\sin i_1 = n \sin(\pi/2 - i_1)$$

Or $\sin(\pi/2 - x) = \cos x$, donc on a

$$\sin i_1 = n \cos i_1, \quad \text{donc} \quad \tan i_1 = n \quad \text{donc} \quad i_1 = \arctan n = 56^\circ.$$



Exercice C2 – Valeur maximale de l'angle de réfraction

On considère un dioptre plan séparant des milieux d'indice optique n_1 et n_2 . Un rayon lumineux arrive depuis le milieu 1. Supposons $n_1 < n_2$.

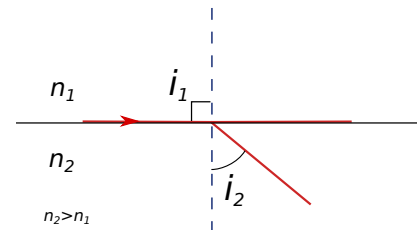
- 1 - Donner un exemple de deux milieux qui vérifient cette condition.
- 2 - Représenter la situation sur un schéma. À partir de ce schéma, expliquer qualitativement (= sans calculs) pourquoi le rayon réfracté existe toujours et pourquoi l'angle de réfraction i_2 admet une valeur maximale $i_{2,\max}$.
- 3 - Exprimer $i_{2,\max}$ en fonction des indices n_1 et n_2 . Faire l'application numérique pour $n_1 = 1$ et $n_2 = 1,3$.

Correction :

- 1 - Par exemple un passage de l'air ($n_1 = 1$) à l'eau ($n_2 = 1,3$).
- 2 - Plus on écarte le rayon incident de la normale, plus le rayon transmis s'écarte aussi de sa normale. Il arrive un moment (cf schéma ci-dessous) où le rayon incident est tout juste rasant : ainsi le rayon transmis ne pourra se déplacer davantage. On atteint une valeur $i_{2,\max}$ pour i_2 .
(voir l'animation avec le laser sur le site de la classe si besoin)
- 3 - On se place dans la situation limite. On a alors $i_1 = \pi/2$, et donc $n_1 \sin \pi/2 = n_2 \sin i_2$.

Or $\sin \pi/2 = 1$, donc on a

$$\sin i_2 = \frac{n_1}{n_2} \quad \text{donc} \quad i_2 = \arcsin \frac{n_1}{n_2} = 50,3^\circ.$$



Exercice C3 – Condition de réflexion totale

On considère un dioptre plan séparant des milieux d'indice optique n_1 et n_2 . Un rayon lumineux arrive depuis le milieu 1. Supposons $n_1 > n_2$.

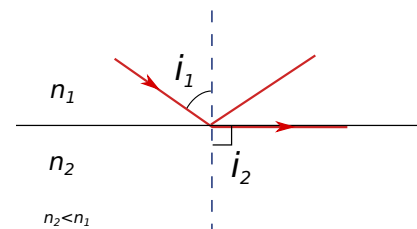
- 1 - Donner un exemple de deux milieux qui vérifient cette condition.
- 2 - Représenter la situation sur un schéma. À partir de ce schéma, expliquer qualitativement (= sans calculs) pourquoi il existe une valeur limite $i_{1,\lim}$ de l'angle d'incidence au delà de laquelle le rayon réfracté ne peut plus exister.
- 3 - Exprimer $i_{1,\lim}$ en fonction des indices n_1 et n_2 . Faire l'application numérique pour $n_1 = 1,3$ et $n_2 = 1$.

Correction :

- 1 - Par exemple un passage de l'eau ($n_1 = 1,3$) à l'air ($n_2 = 1$).
- 2 - Lorsqu'on écarte le rayon incident de la normale, le rayon transmis s'écarte aussi de sa normale. Il arrive un moment (cf schéma ci-dessous) où le rayon transmis est tout juste rasant : si on incline davantage le rayon incident, alors le rayon transmis disparaît.
(voir l'animation avec le laser sur le site de la classe si besoin)
- 3 - On se place dans la situation limite. On a alors $i_2 = \pi/2$, et donc $n_1 \sin i_1 = n_2 \sin \pi/2$.

Or $\sin \pi/2 = 1$, donc on a

$$\sin i_1 = \frac{n_2}{n_1} \quad \text{donc} \quad i_1 = \arcsin \frac{n_2}{n_1} = 50,3^\circ.$$



Cours

I – Théorie de l'optique ondulatoire : la lumière comme une onde

1 – Célérité et indice optique

a/ Célérité

Célérité dans le vide

La célérité des ondes lumineuses se propageant dans le vide est $c = 3,00 \times 10^8 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$.

Remarque : l'unité "un mètre" est aujourd'hui définie, par convention, comme la distance d parcourue par la lumière en $t = 1/299\,792\,458$ seconde. Ainsi la célérité de la lumière a une valeur numérique exacte, et $c = 299\,792\,458 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$.

Célérité dans un milieu transparent (verre, eau, gaz...)

Dans un milieu transparent, la lumière se propage plus lentement que dans le vide, avec une célérité

$$v = \frac{c}{n},$$

où n est l'**indice optique du milieu**.

n est sans unité : $[n] = 1$. On a toujours $n \geq 1$ ($n = 1$ correspond au vide).

Plus n est élevé, plus le milieu est dit **réfringent**.

Quelques valeurs :

- $n_{\text{eau}} = 1,3$
- $n_{\text{diamant}} = 2,4$ (c'est l'un des plus élevés)
- $n_{\text{verre}} \simeq 1,5$ (peut aller de 1,2 à 1,8)
- $n_{\text{air}} = 1,0003$ (sous p et T standards) : on peut faire comme si $n_{\text{air}} \simeq 1$, donc une célérité de la lumière dans l'air d'environ c .

b/ Types de milieux

- On parle de **milieu homogène** lorsque l'indice optique prend la même valeur partout (contre exemple : l'atmosphère sous certaines conditions → mirages).
- On parle de **milieu isotrope** lorsque la propagation de la lumière se fait de la même façon quelle que soit la direction (contre exemple : certains cristaux).
- On parle de **milieu dispersif** lorsque l'indice optique dépend de la longueur d'onde de la lumière. C'est le cas de tous les milieux (sauf le vide). Ceci explique par exemple les arc-en-ciel, car les différentes couleurs ne sont pas déviées d'un même angle dans les gouttes d'eau (loi de Snell-Descartes).

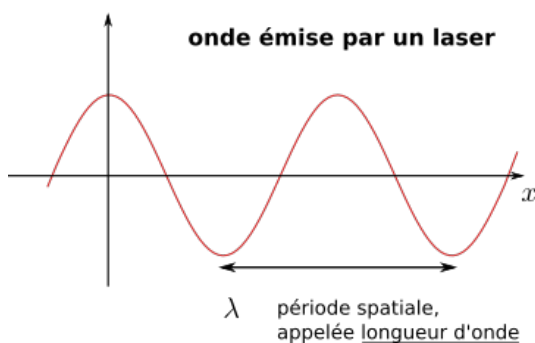
Dans un milieu dispersif, la formule de Cauchy donne n en fonction de λ : $n(\lambda) = A + B/\lambda^2$, avec A et B qui dépendent du milieu. C'est une formule approchée. (pas à connaître)

2 – Sources de lumière, spectres

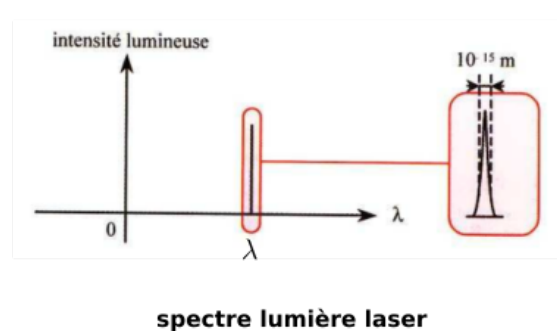
Une source de lumière est caractérisée par le spectre de la lumière qu'elle émet. On peut tracer ce spectre soit en fonction de la fréquence ν , soit le plus souvent en fonction de la longueur d'onde λ émise si la source est dans le vide.

a/ Exemples de sources réelles

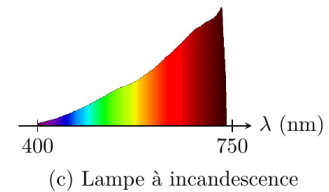
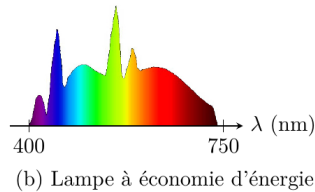
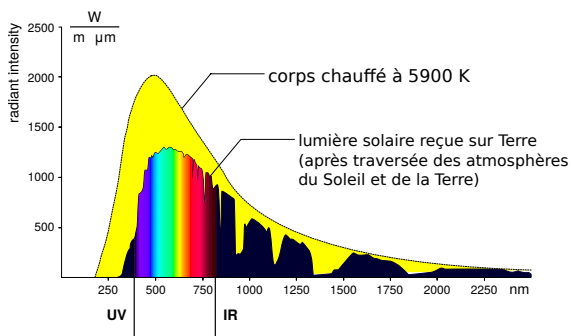
★ **Laser** : un laser produit un spectre composé d'une unique raie, très fine.



$$[\lambda] = \text{m}$$

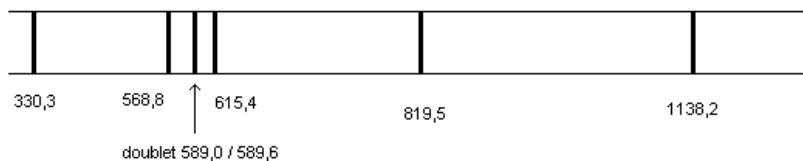


★ **Sources de lumière blanche** : elles produisent toutes les longueurs d'onde.



★ **Lampe spectrale** : il s'agit d'une ampoule dans laquelle est enfermé un gaz. Les atomes du gaz sont excités par des décharges électriques, ce qui a pour effet de faire passer leurs électrons dans des états d'énergie plus élevée. Lorsque les électrons repassent dans un niveau d'énergie plus bas, ceci émet une onde de fréquence toujours identique. Cf chapitre à venir sur la structure de la matière.

Spectre d'émission d'une lampe à vapeur de sodium (longueurs d'onde en nm)



spectre lampe spectrale

Voir site de la classe pour plus de spectres et des couleurs.

b/ Le modèle de la source ponctuelle monochromatique

Définition

Une source ponctuelle monochromatique est une source d'étendue réduite à un point (ponctuelle) et émettant une seule longueur d'onde (monochromatique).

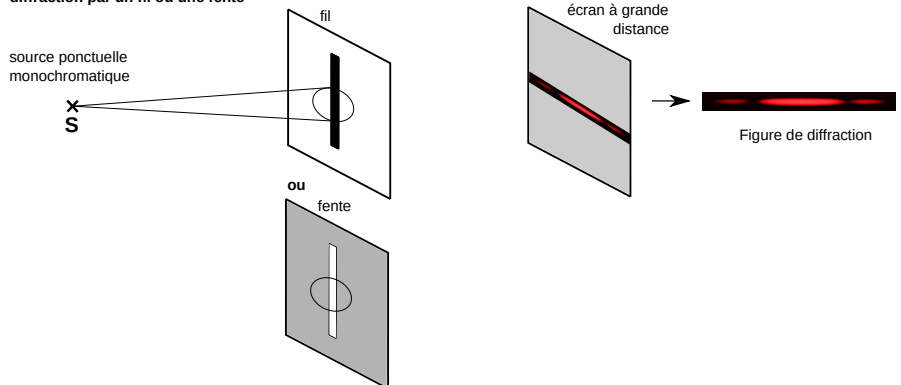
Il s'agit d'un modèle, aucune source réelle n'atteignant ces spécifications. Le laser est celle s'en approchant le plus.

3 – Diffraction

Un faisceau de lumière (de longueur d'onde λ), qui rencontre un objet de taille ou d'ouverture a, est "éclaté" et produit une tache.

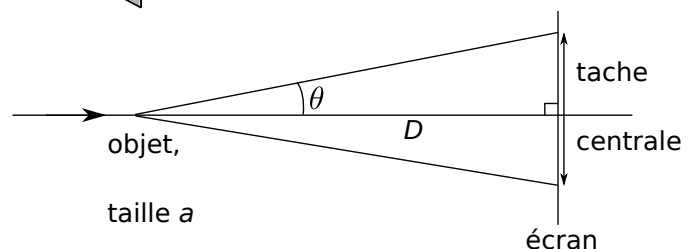
⇒ C'est le phénomène de diffraction.

diffraction par un fil ou une fente



La demi-ouverture vérifie :

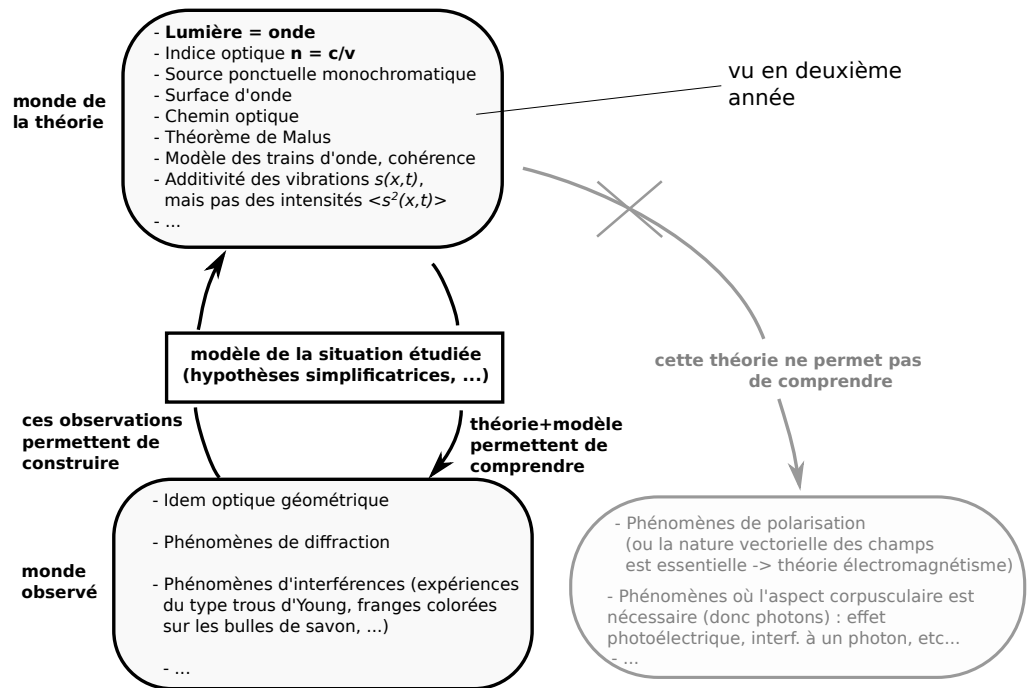
$$\sin \theta \simeq \frac{\lambda}{a}$$



En conclusion, un résumé de la théorie ondulatoire sous forme de schéma :

Expériences d'interférences ou de diffraction de la lumière \Rightarrow la lumière doit être décrite comme une onde.

La théorie ondulatoire de la lumière, développée à partir de 1700 par les travaux de Huygens, permet ainsi d'expliquer avec précision un grand nombre d'observations.



II – Théorie de l'optique géométrique : la lumière décrite par des rayons lumineux

1 – Concepts et hypothèses de la théorie de l'optique géométrique

a/ Rayons lumineux, dioptries, indice optique

Définitions

Rayon lumineux : trajet suivi par le front de l'onde lumineuse dans le point de vue ondulatoire, ou par les photons dans le point de vue corpusculaire.

Indice optique : idem théorie ondulatoire : $n = c/v$ avec v la vitesse du rayon lumineux.

Milieu homogène et isotrope : idem théorie ondulatoire.

Dioptrie : surface séparant deux milieux d'indices optiques différents.

Hypothèses de base sur les rayons lumineux :

- ils sont indépendants (ils se croisent sans se perturber) : on ne prend donc pas en compte les interférences.
- ils ne sont pas déviés par des obstacles ou des ouvertures petites : on ne prend donc pas en compte la diffraction.

Une source émet des rayons dans toutes les directions. L'objectif de la théorie de l'optique géométrique est de prévoir le trajet de ces rayons.

b/ Règles de propagation des rayons

Propriétés des rayons lumineux

- **Propagation rectiligne** : dans un milieu homogène, un rayon lumineux se propage en ligne droite.
- **Principe du retour inverse de la lumière** : si un rayon lumineux va de A à B, alors le trajet de retour de B à A est le même.
- **Changement de milieu** : lois de Snell-Descartes (voir ensuite).

Ces trois propriétés, en plus des deux hypothèses de base au dessus, permettent de démontrer toutes les relations de l'optique géométrique.

Lois de Snell-Descartes

Soit un dioptrie, dont on repère la normale. On appelle plan d'incidence le plan qui contient le rayon incident et la normale (c'est le plan de la feuille sur nos schémas).

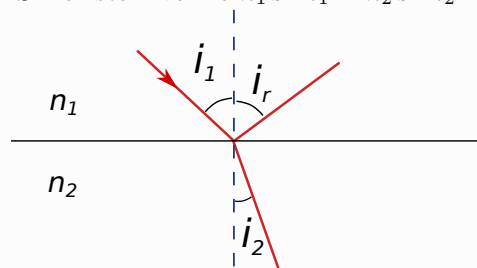
Un rayon incident sur le dioptrie est en partie réfléchi, en partie transmis.

1/ Les rayons transmis et réfléchi sont dans le plan d'incidence (donc dans le plan de la feuille).

2/ Rayon réfléchi : l'angle est donné par $i_r = i_1$.

3/ Rayon transmis : aussi appelé rayon réfracté. S'il existe il vérifie $n_1 \sin i_1 = n_2 \sin i_2$.

Schéma :



Attention : les angles sont toujours repérés par rapport à la normale.

Les lois de Snell-Descartes ont été établies expérimentalement par Snell, puis Descartes, vers 1630.

Remarque : Toutes les propriétés ci-dessus (propagation rectiligne, retour inverse, lois de Descartes) peuvent en réalité être démontrées à partir d'un postulat plus fondamental encore, le principe de Fermat. Ce principe n'est pas au programme, mais il est parfois utile pour bien interpréter les déviations.

Principe de Fermat

Les rayons lumineux suivent le chemin le plus rapide pour aller de la source jusqu'à un point d'arrivée donné.

→₁ Faire l'exercice **EC1**.

2 – Étude de la réflexion et réfraction lors d'un changement de milieu

Nous passons maintenant à une étude plus détaillée de ce phénomène.

a/ Déviation plus ou moins importante

Considérons deux cas :

- Passage vers un milieu plus réfringent : $n_1 < n_2$.

$$n_1 \sin i_1 = n_2 \sin i_2 \text{ donc } \sin i_1 = \frac{n_2}{n_1} \sin i_2 > \sin i_2 \text{ car } \frac{n_2}{n_1} > 1.$$

La fonction sinus est croissante sur $[0, \pi/2]$, donc $\sin i_1 > \sin i_2 \Rightarrow i_1 > i_2$.

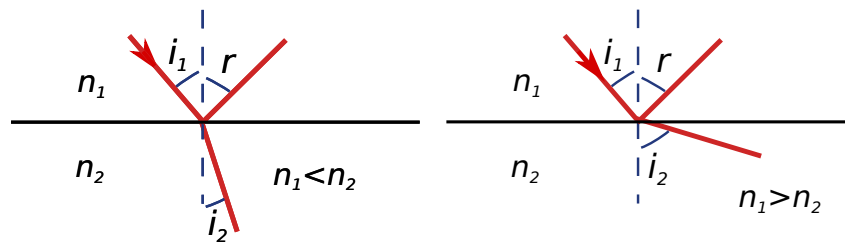
Donc $i_2 < i_1$: le rayon se rapproche de la normale.

- Passage vers un milieu moins réfringent : $n_1 > n_2$.

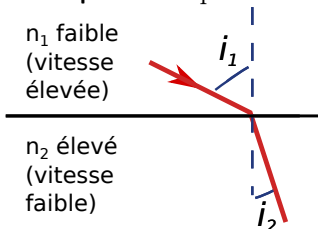
$$n_1 \sin i_1 = n_2 \sin i_2 \text{ donc } \sin i_1 = \frac{n_2}{n_1} \sin i_2 < \sin i_2 \text{ car } \frac{n_2}{n_1} < 1.$$

La fonction sinus est croissante sur $[0, \pi/2]$, donc $\sin i_1 < \sin i_2 \Rightarrow i_1 < i_2$.

Donc $i_2 > i_1$: le rayon s'éloigne de la normale.



Remarque : Interprétation en terme de vitesse de propagation et du principe de Fermat :



Le trajet suivi est tel que le temps de parcours est minimal.

Pour passer moins de temps dans le milieu où n est élevé (et donc la vitesse faible!), la lumière se rapproche de la normale.

b/ Angle de réfraction limite

Cas du passage vers un milieu plus réfringent : $n_1 < n_2$. L'angle i_2 possède alors une valeur maximale $i_{2,\max}$.

→₂ Faire l'exercice **EC2**.

c/ Réflexion totale

Cas du passage vers un milieu moins réfringent : $n_1 > n_2$. Lorsque i_1 est supérieur à un angle limite $i_{1,\lim}$, alors il n'y a plus de rayon réfracté.

⇒ la réflexion est totale.

Ceci est utilisé par exemple pour guider la lumière dans les fibres optiques (cf TD), pour les détecteurs de pluie, etc.

→₃ Faire l'exercice **EC3**.

3 – Domaine de validité de la théorie de l'optique géométrique

Pour que la théorie de l'optique géométrique mène à des prédictions correctes, il faut que les phénomènes de diffraction soient négligeables.

Or l'angle θ de déviation, pour un objet de taille ou d'ouverture a , vérifie :

$$\sin \theta \simeq \frac{\lambda}{a}.$$

Cette déviation doit être négligeable, il faut donc $\frac{\lambda}{a} \ll 1$, donc il faut des objets ou ouvertures de taille $a \gg \lambda$.

Un bon ordre de grandeur est $a \geq 1000\lambda \simeq 1 \text{ mm}$.

Et pour conclure sur la théorie de l'optique géométrique, un résumé sous forme de diagramme :

