Mécanique
TP

TP : deux expériences de mécanique

→ Consacrer environ 55 min à chaque partie.

I Chute d'une bille dans un fluide visqueux

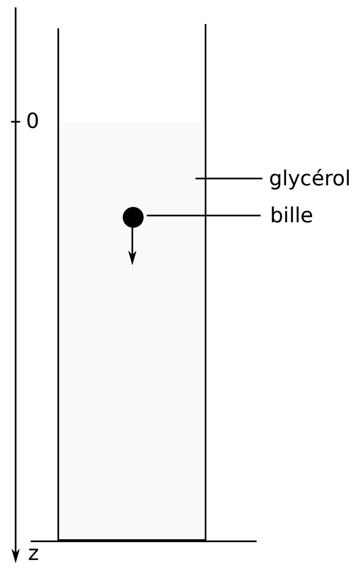
Matériel (par groupe) : éprouvette graduée en verre de 250 mL remplie de glycérol (depuis au moins 2h), pied à coulisse, réglet, billes d'acier de petit rayon ($R = 2\,\text{mm}$ environ) et d'autres de diverses tailles, chronomètre, aimant néodyme pour récupérer les billes sans vider l'éprouvette.

Objectif : la viscosité η est une grandeur qui caractérise un fluide et qui rend compte de sa capacité à résister à sa mise en mouvement. Nous allons étudier ici un protocole qui permet de mesurer cette grandeur : l'exploitation de la chute d'une bille dans le liquide.

Côté théorie

Nous avons traité le cas de la chute libre d'un objet dans un fluide dans le cours. Le principe fondamental de la dynamique appliqué à la bille montre que l'équation différentielle portant sur la vitesse $\vec{v}$ est : $m\dfrac{\mathrm{d}\vec{v}}{\mathrm{d}t} = \vec{P} + \vec{\Pi} - \lambda\vec{v}$, avec les forces s'exerçant sur la bille :

- $\vec{\Pi}$ la poussée d'Archimède
- $\vec{P}$ le poids
- $\vec{f} = -\lambda\vec{v}$ la force de frottement, avec l'expression théorique $\lambda = 6\pi\eta R$ où R est le rayon de la bille et η la viscosité du fluide. Cette expression est valable pour des vitesses assez faibles (écoulement dit laminaire autour de la bille, c'est à dire pas trop agité), et lorsque la bille est assez loin des bords du récipient ou du fond (à au moins 2 cm du fond).



1 - Exprimer chacune des forces en fonction de $\vec{e}_z$, R (rayon de la bille), ρ_f (masse volumique du fluide), ρ_b (masse volumique de la bille), η, g.

Montrer alors que l'on a, en notant $\vec{v} = v\vec{e}_z$:

$$m\frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t} + 6\pi\eta R v = \frac{4}{3}\pi g R^3 \left(\rho_b - \rho_f\right).$$

En déduire que l'expression de la vitesse limite atteinte par la bille est $\boxed{v_{\text{lim}} = \dfrac{2}{9}\dfrac{gR^2}{\eta}\left(\rho_b - \rho_f\right).}$

Côté expérience

L'éprouvette devant vous contient du glycérol. On souhaite exploiter les résultats théoriques ci-dessus afin de mesurer sa viscosité η.

2 - On admet pour l'instant que la vitesse limite est atteinte en moins de $2\,\mathrm{cm}$. Mettre en œuvre un protocole qui permet de mesurer cette vitesse de chute.

On réalisera une dizaine de fois la mesure de durée de chute et on prendra la moyenne.

On utilisera uniquement les plus petites billes.

Pour ne pas mettre de glycérol partout, on utilisera un **aimant** pour ramener les billes vers la surface.

3 - En déduire une valeur de la viscosité du fluide (réfléchir à l'unité).

Conclure : est-ce une valeur raisonnable (cf ci-dessous).

Données : densité du glycérol : $d_f = 1{,}26$; densité de l'acier : $d = 7{,}6$, rayon des billes : $R = 2\,\mathrm{mm}$. La viscosité du glycérol dépend de la température et de son hydratation, elle varie entre $0{,}5\,\mathrm{Pa\cdot s}$ ou moins s'il est hydraté et $1{,}5\,\mathrm{Pa\cdot s}$ s'il est pur à $20\,°\mathrm{C}$.

Compléments (si temps)

4 - Il faudrait valider l'hypothèse d'une vitesse limite atteinte en moins de $2\,\mathrm{cm}$ évoquée à la question 2. Calculer le temps théorique au bout duquel la solution de l'équation différentielle sur v atteint 95% de la valeur limite. Conclusion ?

5 - À la question 3 vous avez obtenu une valeur de la viscosité du glycérol utilisé. Il serait souhaitable de connaître la précision de cette mesure, c'est-à-dire de calculer son incertitude-type $u(\eta)$.

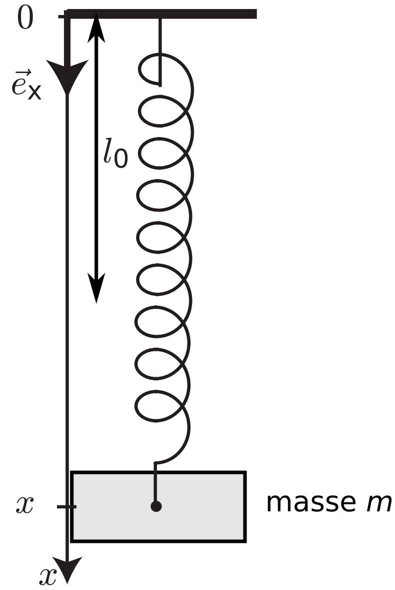
Utiliser la fiche sur les incertitudes pour, dans l'ordre :

- Soit $\bar{t}$ le temps moyen de durée de chute. Calculer l'incertitude-type $u(\bar{t})$ (paragraphe "série de N mesures" de la fiche incertitudes).
- Estimer la valeur de l'incertitude sur la longueur L de chute (celle mesurée avec le réglet).
- Ensuite vous avez calculé $v_{\rm lim} = \dfrac{L}{\bar{t}}$: en déduire l'incertitude $u(v_{\rm lim})$ (paragraphe "calcul" de la fiche incertitudes).
- Enfin, $\eta = \dfrac{2}{9}\dfrac{gR^2}{v_{\rm lim}}(\rho_b - \rho_f)$, donc la formule du paragraphe "calcul" de la fiche incertitudes donne l'incertitude sur η comme étant : $u(\eta) = \eta \times \dfrac{u(v_{\rm lim})}{v_{\rm lim}}$. Calculer cette incertitude..

II Étude du système masse-ressort

Matériel : potence, ressort à suspendre à la potence, petit aimant néodyme, jeux de masses, règle, bobine 1300 spires, oscilloscope, une balance pour la classe (précise à 1 gramme) avec uns petite boite en carton retournés dessus.

Objectif : étudier expérimentalement un système mécanique régi par une équation du type oscillateur harmonique ; étudier la loi de force du ressort.
On considère un ressort de longueur à vide l_0 et de constante de raideur k, auquel est suspendue une masse m.



Masse immobile : vérification de la loi du ressort

A l'équilibre (masse immobile), la somme des forces exercées sur la masse est nulle : $\vec{F} + \vec{P} = 0$. Avec un axe z vers le bas, ceci s'écrit :

1 - Montrer alors que la longueur du ressort vérifie la relation suivante :

$$l = l_0 + \frac{mg}{k}. \tag{1}$$

2 - Proposer et réaliser un protocole qui permet de vérifier si cette loi est correcte pour votre ressort. On passera par le tracé d'une grandeur (mesurée) en fonction d'une autre (une fois les mesures réalisées, faire le tracé avec le notebook Python `3f2e-959411`).

3 - Déduire de vos mesures, à l'aide d'une régression linéaire, la valeur de la constante de raideur k du ressort, ainsi que sa longueur à vide l_0.

Oscillations : mesure de la pulsation

Si on donne une vitesse initiale à la masse, ou si on la déplace, elle oscille. Nous avons montré en TD que la pulsation des oscillations est :

$$\omega_0 = \sqrt{\frac{k}{m}}. \tag{2}$$

Afin de mesurer la période des oscillations facilement, nous utilisons le phénomène d'induction : on place un aimant sous la masse. Sur la table, sous la masse, on place une bobine. Le mouvement de l'aimant induit une tension $u(t)$ aux bornes de la bobine, qui est proportionnelle à la vitesse de la bobine. On la mesure avec l'oscilloscope.

4 - Réaliser le montage. Pour visualiser la tension aux bornes de la bobine, on utilise l'oscilloscope en mode `Roll` (dans la zone `horizontal`, appuyer sur `MENU`, puis aller dans `base de temps` et, à la place de `Y-T`, sélectionner `Roll`).

5 - Mesurer la période des oscillations. En déduire la valeur de la constante de raideur du ressort.

6 - Y a-t-il cohérence entre les valeurs de k obtenues par les deux méthodes ?

Remarque : pour vraiment conclure sur l'accord, il faut estimer les incertitudes pour chacune des mesures.