Partie VIII : Thermodynamique
Chapitre 5

Correction – Encore un TD – Machines thermiques

I Moteur Diesel à double combustion

1 - a - ⋆ La loi de Laplace s'applique pour une transformation adiabatique et réversible d'un gaz parfait. Elle indique, au choix : $pV^\gamma = \text{cst}$, $TV^{\gamma-1} = \text{cst}$, ou $p^{1-\gamma}T^\gamma = \text{cst}$.

⋆ La transformation $1 \to 2$ est une adiabatique réversible d'un gaz parfait. D'après la loi de Laplace en température et volume, $T_1V_1^{\gamma-1} = T_2V_2^{\gamma-1}$, on a :

$$T_2 = T_1\left(\frac{V_1}{V_2}\right)^{\gamma-1} \quad \text{soit} \quad \boxed{T_2 = \beta^{\gamma-1}\,T_\mathrm{m} = 9{,}10\times10^2\,\mathrm{K}\,.} \tag{1}$$

⋆ On obtient également la pression p_2 à l'aide de $p_2V_2^\gamma = p_1V_1^\gamma$, d'où

$$p_2 = p_1\left(\frac{V_1}{V_2}\right)^{\gamma} \quad \text{soit} \quad \boxed{p_2 = \beta^{\gamma}\,p_\mathrm{m} = 52{,}8\,\mathrm{bar}\,.} \tag{2}$$

b - La transformation $2 \to 3$ est isochore, or $pV = nRT$ indique aussi que $p/T = nR/V$, avec ici n et V constants. On a donc :

$$\frac{p_3}{T_3} = \frac{p_2}{T_2}, \quad \text{d'où} \quad \boxed{T_3 = T_2\,\frac{p_3}{p_2} = T_2\,\frac{p_M}{p_2} = 1{,}03\times10^3\,\mathrm{K}} \tag{3}$$

c - La transformation $3 \to 4$ est isobare.
On a $pV = nRT$, donc $V/T = nT/p$, et comme n et p sont constant, il vient que V/T est constant :

$$\frac{V_4}{T_4} = \frac{V_3}{T_3} \quad \text{d'où} \quad \boxed{V_4 = V_3\,\frac{T_4}{T_3} = V_m\,\frac{T_M}{T_3}.} \tag{4}$$

d - La transformation $4 \to 5$ est adiabatique réversible pour un gaz parfait, donc la loi de Laplace s'applique :

$$T_5V_5^{\gamma-1} = T_4V_4^{\gamma-1} \quad \text{d'où} \quad T_5V_M^{\gamma-1} = T_MV_4^{\gamma-1} \quad \text{d'où} \quad T_5 = \left(\frac{V_4}{V_M}\right)^{\gamma-1} T_M. \tag{5}$$

On utilise l'expression précédente pour V_4, d'où :

$$T_5 = \left(\frac{V_m}{V_M}\frac{T_M}{T_3}\right)^{\gamma-1} T_M, \quad \text{soit} \quad \boxed{T_5 = \left(\frac{1}{\beta}\frac{T_M}{T_3}\right)^{\gamma-1} T_M = 8{,}83\times10^2\,\mathrm{K}.} \tag{6}$$

2 - a - ⋆ Pour un système fermé entre deux états d'équilibre, on a $\Delta U = W + Q$, avec W et Q le travail et le transfert thermique reçu par le système.

⋆ Dans le cas d'une évolution isobare, ceci peut s'écrire $\Delta H)W' + Q$, avec W' le travail reçu autre que celui des forces de pression.

b - Transformation $2 \to 3$, premier principe au système fermé {air} :

$$\Delta U \underset{\text{1er ppe}}{=} W_{2\to3} + Q_{2\to3} \underset{\text{isochore}}{=} 0 + Q_{2\to3} \tag{7}$$

Or pour un gaz parfait : $\Delta U = C_V\,\Delta T_{2\to3} = \frac{nR}{\gamma-1}(T_3 - T_2)$. D'où

$$\frac{nR}{\gamma-1}(T_3 - T_2) = Q_{2\to3} \quad \text{et} \quad q_{2\to3} = \frac{Q_{2\to3}}{m} = \frac{nR}{m(\gamma-1)}(T_3 - T_2), \tag{8}$$

soit avec $M = m/n$:

$$\boxed{q_{2\to3} = \frac{R}{M(\gamma-1)}(T_3 - T_2).} \tag{9}$$

c - Transformation $3 \to 4$, premier principe au système fermé {air}, version isobare :

$$\Delta H \underset{\text{1er ppe}}{=} W'_{3\to4} + Q_{3\to4} = 0 + Q_{3\to4} \tag{10}$$

car il n'y a pas d'autres travaux que les forces de pression (donc $W' = 0$).
Or pour un gaz parfait : $\Delta H = C_p \Delta T_{3\to4} = \frac{nR\gamma}{\gamma-1}(T_4 - T_3)$. D'où

$$\frac{nR\gamma}{\gamma-1}(T_4 - T_3) = Q_{3\to4} \quad \text{et} \quad q_{3\to4} = \frac{Q_{3\to4}}{m} = \frac{nR\gamma}{m(\gamma-1)}(T_4 - T_3), \tag{11}$$

soit avec $M = m/n$:

$$\boxed{q_{3\to4} = \frac{R\gamma}{M(\gamma-1)}(T_4 - T_3).} \tag{12}$$

d - On en déduit $\boxed{q_c = \frac{R}{M(\gamma-1)}[(T_3 - T_2) + \gamma(T_4 - T_3)] = 1{,}14 \times 10^3\,\mathrm{kJ\,kg^{-1}}\,.}$

3 - Comme $5 \to 1$ est une isochore d'un gaz parfait, on a

$$\Delta U_{5\to1} \underset{\text{1er ppe}}{=} 0 + Q_{5\to1} \quad \text{et} \quad \Delta U_{5\to1} \underset{\text{GP}}{=} \frac{nR}{\gamma-1}(T_1 - T_5) \tag{13}$$

d'où par le même raisonnement que précédemment

$$\boxed{q_\mathrm{f} = \frac{R}{M(\gamma-1)}(T_1 - T_5) = -4{,}21 \times 10^2\,\mathrm{kJ\,kg^{-1}}\,.} \tag{14}$$

4 - D'après le premier principe appliqué au système fermé {air} sur l'ensemble du cycle,

$$Q_\mathrm{f} + Q_\mathrm{c} + W_\text{cycle} = 0 \quad \text{donc en divisant par } m \ : \quad \boxed{w_\text{cycle} = -q_\mathrm{f} - q_\mathrm{c} = -7{,}2 \times 10^2\,\mathrm{kJ\,kg^{-1}}\,.} \tag{15}$$

Ce travail est négatif, ce qui est normal car il s'agit d'un moteur : il ne reçoit pas un travail, il en fournit un au milieu extérieur, donc $w_\text{reçu} < 0$.

5 - Le rendement du moteur est défini par $\eta = \dfrac{\text{utile}}{\text{couteux}}$, avec la grandeur couteuse qui est la chaleur reçue lors de la combustion (q_c), et la grandeur utile qui est le travail fournit au cours du cycle ($-w_\text{cycle}$, signe moins pour avoir une grandeur positive). D'où :

$$\boxed{\eta = |\frac{w}{q_\mathrm{c}}| = -\frac{w}{q_\mathrm{c}} = 63\,\%\,.} \tag{16}$$

C'est une valeur élevée, mais qui a été obtenue avec une modélisation très idéalisée des transformations. En pratique, l'ordre de grandeur du rendement d'un moteur diesel de voiture est plutôt de 30 %.