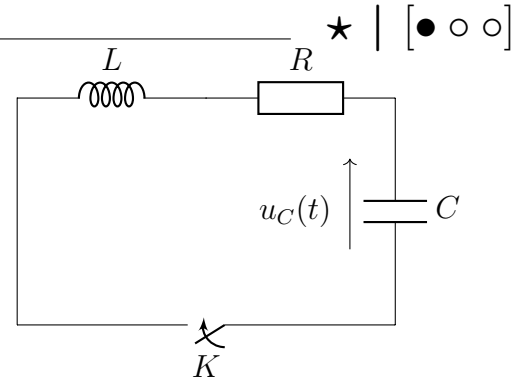


TD – Régime transitoire des systèmes du 2<sup>nd</sup> ordre

**Remarque** : exercice avec  $\star$  : exercice particulièrement important, à maîtriser en priorité (de même que les exemples de questions de cours des “ce qu’il faut savoir faire”) |  $[\bullet \circ \circ]$  : difficulté des exercices

## I Circuit RLC série : décharge $\star$ | $[\bullet \circ \circ]$

On étudie le circuit ci-contre, où le condensateur est initialement chargé à une tension  $U_c(t = 0^-) = U_0$ . Pour  $t < 0$  le circuit est ouvert. Il est refermé à  $t = 0$ .



- 1 - Déterminer l'équation différentielle vérifiée par la tension aux bornes du condensateur. On l'écrira sous forme canonique en introduisant la pulsation propre  $\omega_0$  et le facteur de qualité  $Q$ .

- 2 - On suppose que  $Q = 10$ . Déterminer la forme générale des solutions de l'équation différentielle.

- 3 - Que valent  $u_c$  et  $\frac{du_c}{dt}$  à  $t = 0$ ? Justifier soigneusement.

Ensuite ceci doit permettre d'obtenir l'expression des constantes  $A$  et  $B$  qui apparaissent dans la solution.

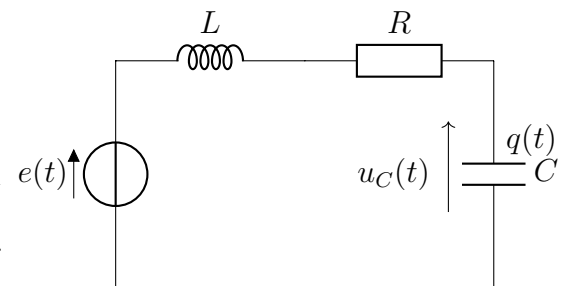
- 4 - Tracer l'allure de la solution, et tracer également l'allure du portrait de phase  $(u_c, \dot{u}_c)$ .

## II Circuit RLC série : soumis à un échelon de tension $\star$ | $[\bullet \circ \circ]$

On étudie le circuit ci-contre, où le condensateur est initialement déchargé.

Pour  $t < 0$ , le générateur de tension est éteint.

Pour  $t > 0$ , ce générateur délivre une tension  $E > 0$  continue.



- 1 - Déterminer l'équation différentielle vérifiée par la tension aux bornes du condensateur. On l'écrira sous forme canonique en introduisant la pulsation propre  $\omega_0$  et le facteur de qualité  $Q$ .

- 2 - On suppose que  $Q = 10$ . Déterminer les solutions de l'équation différentielle (et donc aussi l'expression des constantes d'intégration  $A$  et  $B$ ).

- 3 - Tracer l'allure de la solution, et tracer également l'allure du portrait de phase  $(u_c, \dot{u}_c)$ .

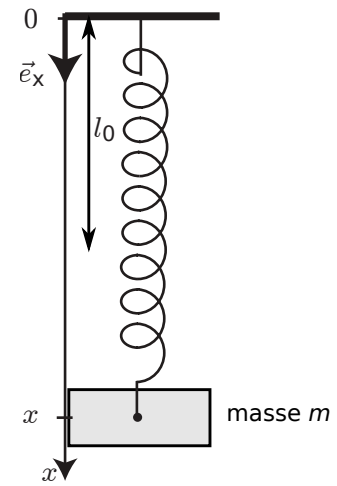
## III Système masse-ressort vertical $[\bullet \circ \circ]$

On considère une masse  $m$  attachée à un ressort de longueur à vide  $l_0$  et de constante de raideur  $k$ . Le tout est vertical.

On considère que la masse est soumise à des frottements visqueux, dont l'action est modélisée par une force du type  $\vec{f} = -\lambda\vec{v}$ .

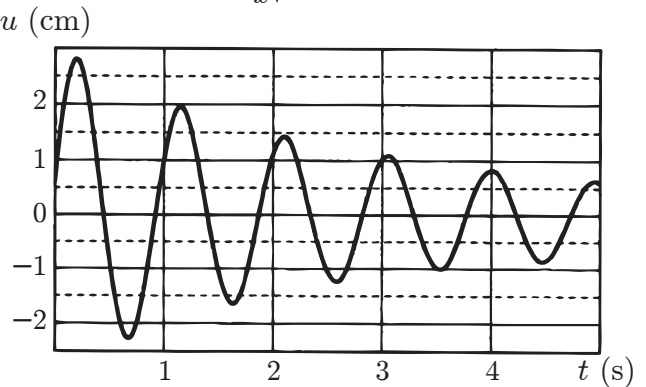
**Remarque** : Les questions 1, 2, 3, 4 sont quasi-identiques à celles du TD III du chapitre précédent.

- 1 - Déterminer l'équation différentielle suivie par la position  $x(t)$ .
- 2 - Quelle est la position d'équilibre  $x_{\text{éq}}$  ?
- 3 - On pose  $u(t) = x(t) - x_{\text{éq}}$ . Donner l'équation différentielle satisfaite par  $u(t)$ .
- 4 - Résoudre cette équation. On considèrera qu'à l'instant initial la masse est en  $x = x_{\text{éq}}$ , et qu'on lui communique une vitesse initiale  $v_0$  vers le bas.



On dispose d'un enregistrement de la grandeur  $u(t)$  au cours du temps.

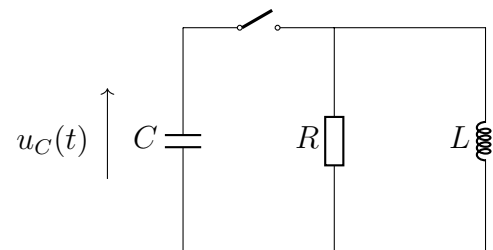
On définit par ailleurs le **décroissement logarithmique** comme  $\delta = \ln \frac{u(t)}{u(t+T)}$  avec  $T = 2\pi/\Omega$  la pseudo-période.



- 5 - Dans quel type de régime le système est-il ? Donner un ordre de grandeur de son facteur de qualité.
- 6 - Montrer théoriquement que le décroissement logarithmique est constant tout au long du mouvement.
- 7 - Ceci est-il le cas sur l'enregistrement ? Exploiter le graphique pour en déduire une estimation des valeurs de la pseudo-période et du facteur de qualité.

## DM 9 – Circuit RLC parallèle

On étudie le circuit ci-contre, où le condensateur est initialement chargé à une tension  $u_c(t = 0^-) = U_0$ . À  $t = 0$  on ferme l'interrupteur.



- 1 - Déterminer les valeurs des courants dans chacune des branches et de  $u_c$  à  $t = 0^+$  juste après la fermeture de l'interrupteur.  
Même question au bout d'un temps long après fermeture de l'interrupteur, une fois le régime permanent atteint.
- 2 - Déterminer l'équation différentielle vérifiée par la tension aux bornes du condensateur. On posera la pulsation propre  $\omega_0$  et on définira le facteur de qualité  $Q$  tel que l'équation obtenue soit sous forme canonique.
- 3 - On prend  $L = 1.0 \text{ mH}$  et  $C = 4.0 \text{ nF}$ . Déterminer la valeur de la résistance telle que le régime transitoire soit critique.
- 4 - Tracer alors l'allure du portrait de phase  $\left(u_c(t), \frac{du_c}{dt}\right)$  correspondant à l'évolution temporelle de  $u_c$ , dans le cas du régime critique.
- 5 - Donner, pour le régime critique, la forme générale des solutions. Préciser enfin l'expression des constantes qui apparaissent dans l'expression de la solution.