Partie V : électromagnétisme
Chapitre 2

Magnétostatique

Plan schématique du cours

I Liens entre charges électriques et champ électrique

Charges

- Intensité I [A]
- Densité volumique $\vec{j}$ [A/m²]

$I = \iint \vec{j} \cdot \mathrm{d}\vec{S}$

Symétries
Invariances

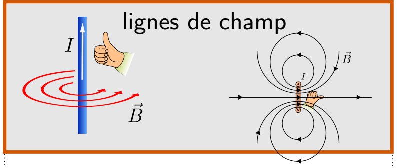
Champ $\vec{B}$

- Champ $\vec{B}$ magnétostatique
- Principe de superposition

conséquences

- Direction de $\vec{B}$
- Variables dont $\vec{B}$ dépend

II Lignes de champ, tubes de champ



flux conservatif : $\oiint \vec{B} \cdot \mathrm{d}\vec{S} = 0$

reserrement lignes de champ $\leftrightarrow |\vec{B}|$

III Théorème d'Ampère

Courant $I_{\text{enlacé}}$

$C_{\vec{B}} = \oint_C \vec{B} \cdot \mathrm{d}\vec{l} = \mu_0 \, I_{\text{enlacé}}$

Choix d'un contour d'Ampère
Circulation de $\vec{B}$

- Exemples

Plan du cours

I - Liens entre courants et champ magnétique

1 - Distributions de courants

2 - Champ magnétostatique

3 - Symétries et invariances de la distribution de courants et conséquences pour $\vec{B}$

II - Lignes de champ, tubes de champ

1 - Définitions

2 - Conservation du flux de $\vec{B}$

3 - Exemples

III - Théorème d'Ampère

1 - Le théorème

2 - Exemples de distributions de courants suffisamment symétriques

Ce qu'il faut connaître

——— (cours : I)

►$_1$ Quand peut-on dire qu'un champ magnétique est magnétostatique ?
Quelle est l'unité du champ B ?
Donner l'ordre de grandeur de B pour un exemple au choix.

►$_2$ Que dit le principe de superposition ?

▶3 Quelle est la relation entre vecteur courant volumique $\vec{j}$ et courant I traversant une surface orientée S ?

▶4 Symétries : Quelle est la définition d'un **plan de symétrie** d'une distribution de courants ? Quelles sont les conséquences sur la direction du champ $\vec{B}$?

Même question pour un **plan d'antisymétrie** d'une distribution de courants.

▶5 Invariances : Que dire de la dépendance des composantes du champ $\vec{B}$ lorsque la distribution de courants est invariante par translation selon z ? Par rotation d'angle θ autour d'un axe ? Par rotation d'angles θ et φ autour d'un point ?

——— (cours : II)

▶6 Quelle est la définition d'une ligne de champ ?

Allure et sens proche d'un fil parcouru par un courant, pour une spire de courant, pour une bobine, pour un aimant permanent.

▶7 Quelle est la définition d'un tube de champ ?

▶8 Que signifie que le champ $\vec{B}$ est à flux conservatif ?

Quelle est la conséquence sur le lien entre $\|\vec{B}\|$ et un rapprochement des lignes de champs ?

——— (cours : III)

▶9 Quel est l'énoncé du théorème d'Ampère ?

Que signifie que la surface et le contour sont orientés selon la règle de la main droite ?

Ce qu'il faut savoir faire

Remarque : La liste ci-dessous comporte les savoir faire généraux, ainsi que des exemples concrets de questions qui peuvent être posées. Ces exemples ne sont pas exhaustifs : d'autres questions peuvent aussi être abordées.

——— (cours : I)

▶10 Étant donné l'expression de la densité volumique de courant $\vec{j}$, en déduire une expression de l'intensité totale I à travers une surface.

- TD IV

▶11 Étant donnée une distribution de courants : identifier les plans de symétrie ou d'antisymétrie afin d'en déduire la direction du champ $\vec{B}$; identifier des invariances par translation ou rotation afin d'en déduire les coordonnées dont dépendent les composantes de $\vec{B}$.

- Revoir les cas du cours : fil rectiligne infini, solénoïde infini, ...

——— (cours : II)

▶12 Étant donnée une distribution de courants simple (fils, spires, bobines), tracer l'allure des lignes de champ magnétostatique.

Respecter en particulier les conséquences des symétries et invariances de la distribution.

▶13 Savoir repérer les zones de champ fort à partir du reserrement des lignes de champ.

- Pour ce point et le précédent : voir exemples plus loin sur ce poly.

——— (cours : III)

▶14 Théorème d'Ampère : reconnaître les situations suffisamment symétriques où il est utile, puis s'en servir. Voir la méthode plus loin sur ce poly.

- Établir l'expression du champ magnétostatique créé en tout point de l'espace par un un fil rectiligne infini de section nulle.
  Même question si la section n'est pas nulle (on suppose alors la densité de courant uniforme dans le fil.
  Idem pour un solénoïde infini (voir cours).
- TD V, VI, VII

Méthodes

Méthode 1 : calculer un champ magnétique $\vec{B}$
Étudier les possibilités suivantes :

- Voir s'il est possible d'appliquer le théorème d'Ampère (voir méthode suivante).
- Voir si on peut décomposer la distribution de courants en somme de distributions plus simples.

Méthode 2 : utiliser le théorème d'Ampère

- Choisir un système de coordonnées. Placer un point M quelconque, et tracer les vecteurs de la base.
- Étudier les symétries de la distribution de courants : prendre un point M quelconque, trouver des plans Π ou Π^* passant par M.

  On en déduit la direction du vecteur $\vec{B}$ au point M.
- Étudier les invariances de la distribution de courants : on en déduit de quelles variables (x, y, r, θ, ...) dépendent les composantes de $\vec{B}$.
- Prendre un point M quelconque. Il faut trouver le bon contour d'Ampère passant par M.

  Ce contour est fermé. Il doit se décomposer éventuellement en sous contours (les côtés d'un rectangle par exemple). Sur chaque sous contour on doit avoir :

  - soit $\vec{B} \cdot \overrightarrow{\mathrm{d}l} = 0$, le sous contour n'intervient alors pas,
  - soit $\vec{B}$ et $\overrightarrow{\mathrm{d}l}$ colinéaires (pour avoir $\vec{B} \cdot \overrightarrow{\mathrm{d}l} = B\,\mathrm{d}l$) et $\|\vec{B}\|$ constant (pour pouvoir le sortir de l'intégrale).
- Une fois le contour d'Ampère trouvé :

  - Expression de la circulation de $\vec{B}$: $\mathcal{C}_{\vec{B}} = \oint \vec{B} \cdot \overrightarrow{\mathrm{d}l} = ...$
  - Expression de $I_{\text{enlacé}}$: c'est le courant passant à l'intérieur du contour. Attention, le contour est orienté. Il y a parfois plusieurs cas à traiter ($r < R$, $r > R$, ...)
  - Théorème d'Ampère : $\mathcal{C}_{\vec{B}} = \mu_0 I_{\text{enlacé}}$.

Constantes physiques intervenant dans la théorie de la magnétostatique :

- Vitesse de la lumière dans le vide : $c = 2.99\,792\,458 \times 10^8\,\mathrm{m \cdot s^{-1}}$ (par définition du mètre).
- Perméabilité du vide : $\mu_0 = 12.57 \times 10^{-7}\,\mathrm{H \cdot m^{-1}}$ (aussi appelée perméabilité magnétique du vide).
- Charge élémentaire : $e = 1.602\,176\,634 \times 10^{-19}\,\mathrm{C}$ (par définition du coulomb). La charge d'un proton est $+e$, celle d'un électron $-e$.

Remarque : On a la relation $\mu_0 \epsilon_0\, c^2 = 1$.

Unités

- $\|\vec{E}\|$: V/m (volts par mètres)
- $\|\vec{B}\|$: T (tesla)
- q : C (coulomb)
- I : A = C/s (ampère)
- j : $\mathrm{A \cdot m^{-2}}$

Ordres de grandeur

Exemple	Données	Ordre de grandeur de $\|\vec{B}\|$
Fil parcouru par un courant I	$I = 10\,\text{A}$, on se place à $d = 2\,\text{cm}$ du fil	$\|\vec{B}\| = \dfrac{\mu_0 I}{2\pi d} \simeq 10^{-4}\,\text{T}$
Bobine parcourue par un courant I, n spires par unité de longueur	$I = 10\,\text{A}$, $n = 10\,\text{mm}^{-1}$, on se place dans la bobine	$\|\vec{B}\| = \mu_0 n I \simeq 10^{-1}\,\text{T}$
Aimant permanent au néodyme	on se place à la surface	0.1 à 1 T
Champ magnétique terrestre	à la surface de la Terre	$\simeq 10^{-4}\,\text{T}$
IRM		$\simeq 5\,\text{T}$
Champ magnétique pulsé (électroaimant, production pendant qq ms)		$\simeq 100\,\text{T}$
Étoile à neutron	à la surface	$\simeq 10^{11}\,\text{T}$

(La suite de ce poly est le début du cours)

I Liens entre courants et champ magnétique

I.1 Distributions de courants

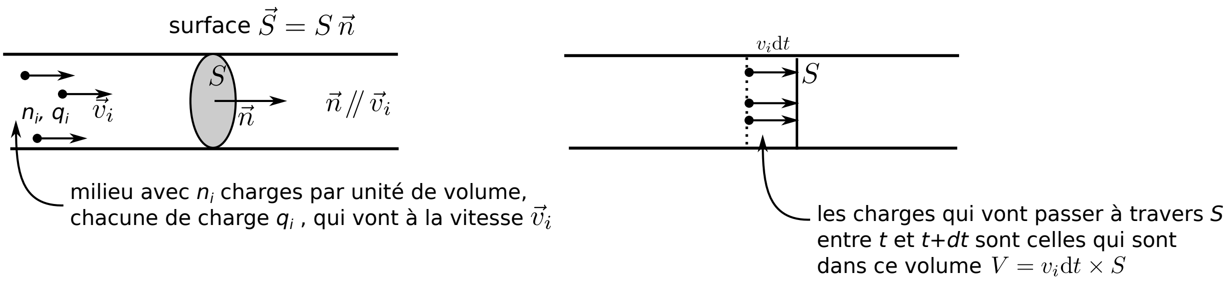
a/ Courant I

- Unité : A = C/s (ampère, égal à des coulombs par seconde).
- Le courant I traduit un déplacement de charges.
- Si on considère une surface S orientée : la charge passant par S pendant dt est donnée par...

espace 1

b/ Densité volumique de courant $\vec{j}$

- On considère dans un premier temps une surface S macroscopique comme ci-dessous :



espace 2

▶ On considère ensuite une surface $\mathrm{d}\overrightarrow{S}$ quelconque, orientée selon sa normale $\vec{n}$.

espace 3

▶ On définit alors la densité volumique de courant $\boxed{\vec{j} = q_i n_i \vec{v}_i.}$

> **Exemples :**
>
> – On considère un câble électrique parcouru par des électrons, de charge $-e$, vitesse $\vec{v}$, et de densité volumique n. Alors la densité volumique de courant est $\vec{j} = -en\vec{v}$.
>
> – S'il y a plusieurs espèces, on somme. Par exemple si le milieu est une solution aqueuse avec deux types d'ions 1 et 2 (Ag^+ et Cl^- par exemple), alors on a
>
> $$\vec{j} = q_1 n_1 \vec{v}_1 + q_2 n_2 \vec{v}_2.$$

espace 4

> **Remarque :** Si $\vec{j}$ est uniforme sur la section et parallèle à $\vec{n}$, alors :

espace 5

Remarque : Ceci est analogue aux autres flux vus dans l'année : flux thermique $\Phi_{\text{th}} = \iint \vec{j}_{\text{th}} \cdot \overrightarrow{\mathrm{d}S}$, débit volumique $D_v = \Phi_{\vec{v}} = \iint \vec{v} \cdot \overrightarrow{\mathrm{d}S}$, débit massique $D_m = \Phi_{\rho\vec{v}} = \iint \rho\vec{v} \cdot \overrightarrow{\mathrm{d}S}$, flux du champ électrique $\Phi_{\vec{E}} = \iint \vec{E} \cdot \overrightarrow{\mathrm{d}S}$...

c/ Distribution filiforme

On considère un fil parcourut par un courant. Si le diamètre du fil est très petit devant les distances considérées, alors on peut le considérer comme nul.

On parle alors de distribution filiforme.

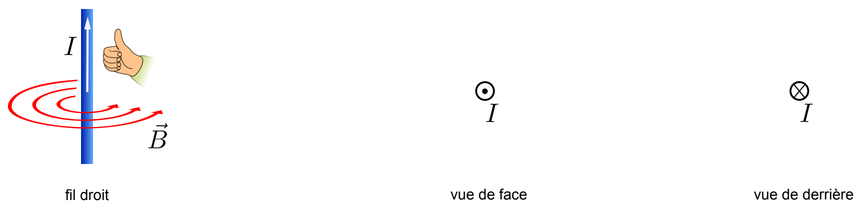
I.2 Champ magnétostatique

Magnétostatique : étude des situations avec uniquement un champ magnétique $\vec{B}$ stationnaire (pas de dépendance en t, si présence d'un champ électrique il est stationnaire).

Ceci implique :

- Une distribution volumique de courants $\vec{j}(M)$ (pas de dépendance en t).
- Si distribution filiforme, alors $I = \text{cst}$ (pas de variation en t) et les fils sont fixes dans le référentiel d'étude.

Exemple :



I.3 Symétries et invariances de la distribution de courants et conséquences pour le champ magnétique $\vec{B}$

a/ Symétries

⋆ Définition des plans de symétrie et d'antisymétrie :

▶ Un plan Π est plan de symétrie de la distribution de courants si :

$$\forall\ P \text{ et } P' \text{ symétriques par rapport au plan, } \vec{j}(P) = \text{sym}(\vec{j}(P')).$$

Exemple :

espace 6

► Un plan Π^* est plan d'antisymétrie de la distribution de courants si :

$$\forall\ P \text{ et } P' \text{ symétriques par rapport au plan, } \vec{j}(P) = -\mathrm{sym}(\vec{j}(P')).$$

Exemple :

espace 7

⋆ Propriétés des plans de symétrie et d'antisymétrie :

espace 8

⋆ Démonstration :
De même que pour le champ électrique, la démonstration utilise le principe de Curie (les symétries et invariances des causes se retrouvent dans les effets).
Ici les causes sont les courants (I et $\vec{j}$), et les effets (mesurables) sont les forces ressenties par une particule chargée de charge q : son expression est donnée par la force de Lorentz, $\boxed{\vec{F} = q(\vec{E} + \vec{v} \wedge \vec{B}),}$ avec $\vec{E} = \vec{0}$ ici.
Prenons un exemple :

espace 9

Comme Π est plan de symétrie de la distribution de courants (les causes), d'après le principe de Curie, on doit avoir $\vec{F}(M) = \mathrm{sym}(\vec{F}(M'))$.
On voit que c'est possible seulement si ...

b/ Invariances

Les conséquences des invariances sont exactement les mêmes que pour le champ électrostatique (chapitre 1.1).

c/ Exemple

On considère un fil infini rectiligne, selon l'axe z :

espace 10

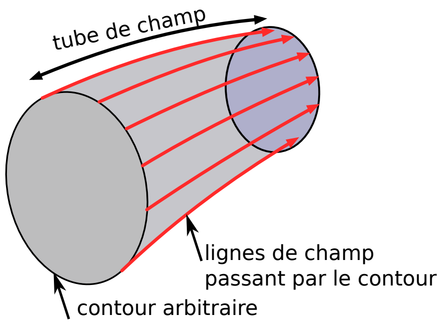
II Lignes de champ, tubes de champ

II.1 Définitions

- **Ligne de champ magnétique :** ligne tangente en tout point M au vecteur $\vec{B}(M)$, et orientée dans la direction de $\vec{B}$.
- **Tube de champ :** Soit $\mathcal{C}$ un contour fermé. Toutes les lignes de champ passant par $\mathcal{C}$ forment un tube de champ.

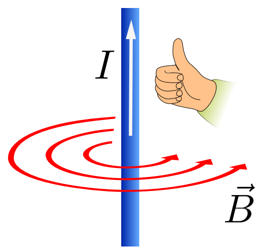
Remarque : Ce sont les mêmes définitions que pour les lignes de champ ou tubes de champ électrique (c'est alors le vecteur $\vec{E}$ qui intervient), ou que pour les lignes de courant et tube de courant en mécanique des fluides (c'est alors le vecteur $\vec{v}$ qui intervient).

Exemple de tube de champ

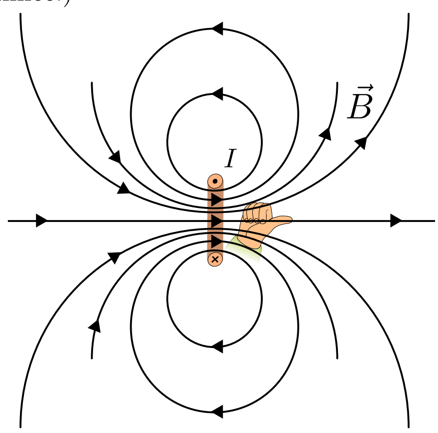


Exemples de lignes de champ

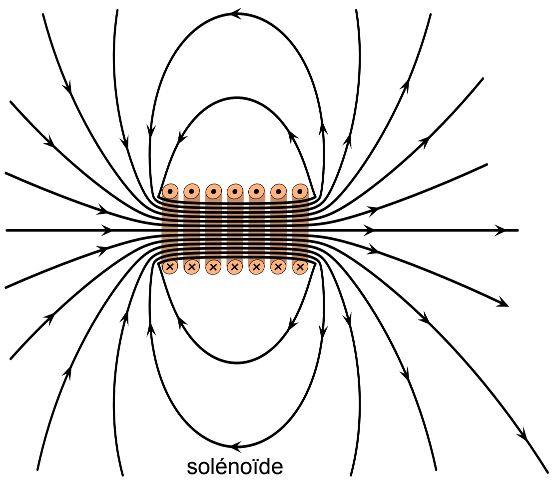
(Certains de ces exemples ont déjà été vus en première année.)



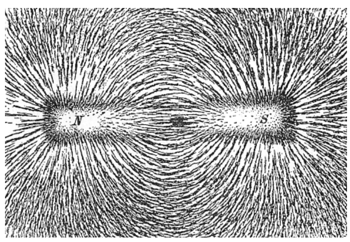
fil droit



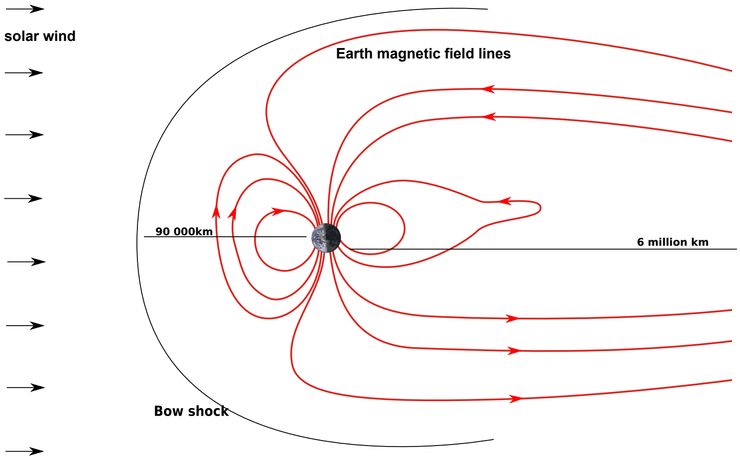
spire de courant



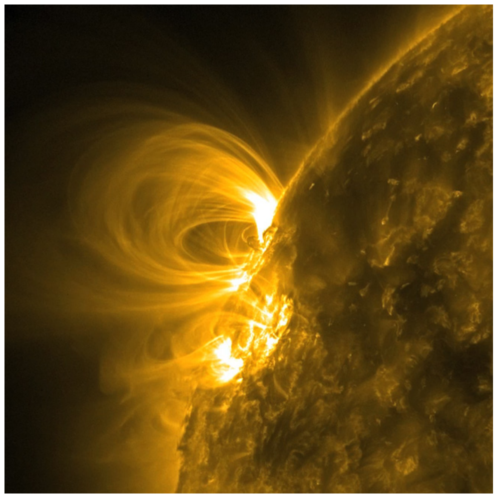
solénoïde



aimant permanent
(photographie d'arrangement
de la limaille de fer autour de l'aimant)
Les ldc vont du nord vers le sud



Structure du champ magnétique terrestre. Il est créé par des courants volumiques qui prennent place dans le noyau liquide de la Terre. Celui-ci est composé essentiellement de fer liquide, qui est conducteur, et un effet dynamo entretient ces courants.
Le champ magnétique est déformé vers la droite de l'image car il est "soufflé" vers la droite par le vent solaire (vent de particules chargées (électrons, protons, ions) produit en permanence par le Soleil).



Lignes de champ magnétiques à la surface du Soleil. (Photographie prise par le satellite SOHO, NASA)

Remarque : Lorsqu'on vous demande de tracer des lignes de champ magnétique, il faut respecter les conséquences des symétries des courants. Par exemple pour la spire et le solénoïde il y a une symétrie par rapport à l'axe de la spire ou du solénoïde.

——— (Fin du cours sur poly, suite sur feuille)