Champ magnétique et induction
Chapitre 1

TD – Champ magnétique : propriétés et actions

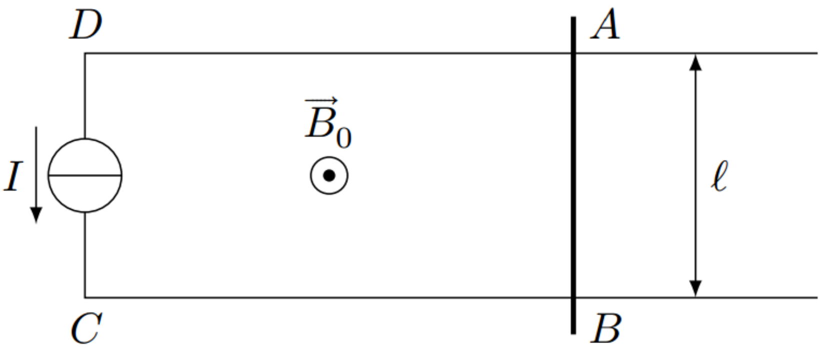
Remarque : exercice avec ⋆ : exercice particulièrement important, à maîtriser en priorité (de même que les exemples de questions de cours des “ce qu'il faut savoir faire”)| [• ◦ ◦] : difficulté des exercices

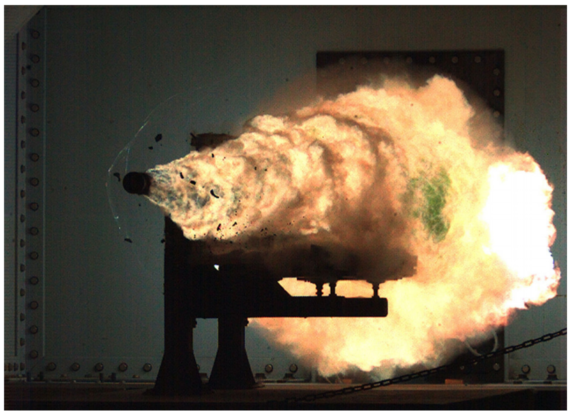
I Rail gun ⋆ | [• ◦ ◦]

Un rail gun est un canon électromagnétique, qui utilise une accélération via les forces de Laplace d'un projectile. Les armées américaines ou chinoises en développent des prototypes depuis plusieurs années. L'avantage par rapport à un projectile à poudre est qu'il permet d'atteindre des vitesses (et des portées) plus élevées. Ci-dessous une photographie lors d'un essai de l'armée américaine.

Le cahier des charges est le suivant : projeter un projectile de masse $m = 1\,\mathrm{kg}$ à une vitesse de Mach 6 ($v = 2.4 \times 10^3\,\mathrm{m/s}$), en disposant de rails de longueur $d = 5\,\mathrm{m}$, espacés de $l = 10\,\mathrm{cm}$, parcourus par un courant $I = 1 \times 10^3\,\mathrm{A}$ et baignant dans un champ magnétique externe B_0 dont la valeur est à spécifier.

On modélise l'ensemble par le circuit électrique plan ci-dessous, dans lequel le conducteur AB peut glisser sans frottement et sans que le contact électrique soit rompu, sur les conducteurs DA et BC. L'ensemble est placé dans un champ magnétique uniforme $\vec{B}_0$ normal au plan du circuit.





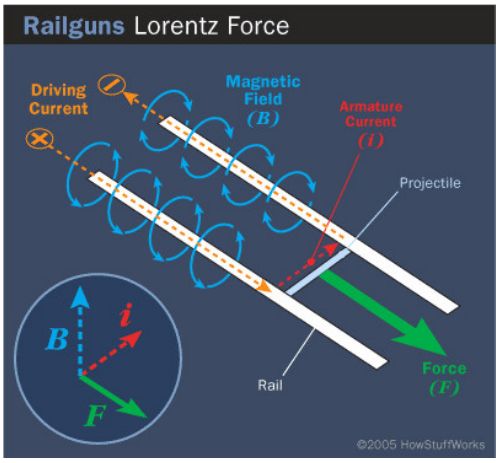
1 - a - Donner l'expression du travail de la force de Laplace pour un déplacement d'une longueur d de la tige mobile.

b - En utilisant un théorème énergétique, déterminer l'expression et la valeur de B_0 pour que l'on puisse accélérer la masse selon le cahier des charges.

c - Cette valeur est-elle réalisable en pratique ?

2 - (plus difficile) Une autre solution est envisagée.

On dispose désormais d'un courant d'intensité de l'ordre de $I = 1 \times 10^6\,\mathrm{A}$. Montrer qu'on peut atteindre une vitesse v du même ordre de grandeur que précédemment sur la même distance d sans utiliser de champ magnétique externe.



On donne la formule pour la norme du champ produit à une distance r d'un fil rectiligne : $B = \dfrac{\mu_0 I}{2\pi r}$.

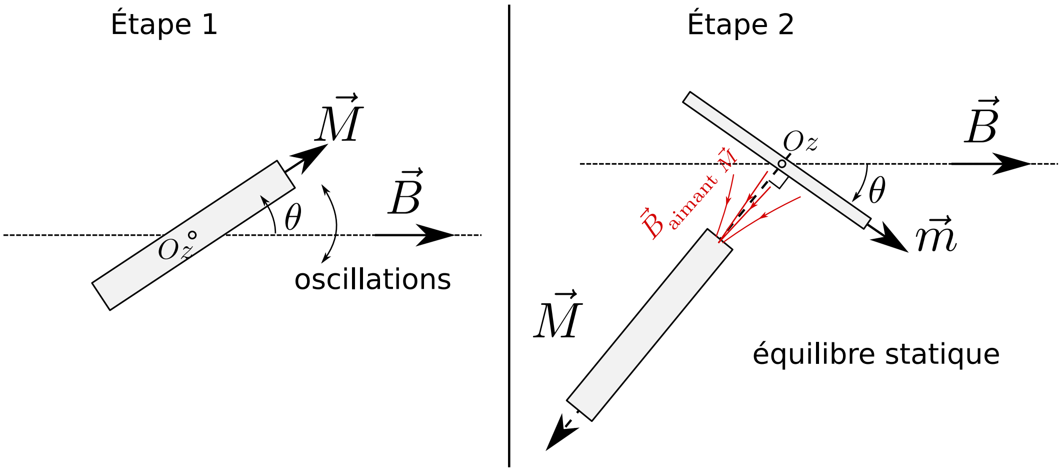
On raisonnera en ordres de grandeur.

II Méthode de Gauss de mesure du champ magnétique ★ | [● ○ ○]

En 1832, Gauss propose une méthode de mesure du champ magnétique terrestre qui sera utilisée dans des observatoires sur tous les continents, et qui permettra les premières études du champ magnétique terrestre.

Notons $\vec{B}$ le champ magnétique à mesurer. Il s'agit en réalité de la composante horizontale du champ, la seule à pouvoir être mesurée par cette méthode.

La première étape consiste à prendre un barreau aimanté, de moment magnétique $\vec{M}$ et de moment d'inertie J, et à le faire osciller dans le champ magnétique terrestre (schéma de gauche, cf aussi exercice de cours 3 !).



1 - Donner l'expression du couple selon l'axe z subi par le barreau en fonction de l'intensité B du champ magnétique terrestre, de son moment magnétique M, et de θ.

En déduire l'équation du mouvement portant sur θ, puis l'expression de la pulsation ω_0 des petites oscillations.

Il est facile de mesurer ω_0 (en mesurant la période), et de connaître le moment d'inertie $J = \dfrac{1}{12} m_0 L^2$ du barreau (m_0 est sa masse, L sa longueur). Mais on ne connaît pas son moment magnétique M. D'où la seconde étape.

Étape 2 : On prend une aiguille aimantée de moment magnétique $\vec{m}$. On se place dans une situation comme sur la figure, à droite, où tout est à l'équilibre. On fait en sorte que, l'aiguille étant immobile, l'angle entre $\vec{M}$ et $\vec{m}$ soit droit (simplification des calculs). Ceci se produit pour un certain angle θ. On montre alors théoriquement que le couple selon Oz exercé par le barreau de moment magnétique $\vec{M}$ sur l'aiguille de moment magnétique $\vec{m}$ est donné par $\Gamma' = -\dfrac{\mu_0 m M}{2\pi r^3}$, avec r la distance entre le centre du barreau et le centre de l'aiguille (expression valable en première approximation).

2 - Traduire la condition d'équilibre de l'aiguille aimantée (de moment magnétique $\vec{m}$) pour obtenir une relation entre M, B, r et θ.

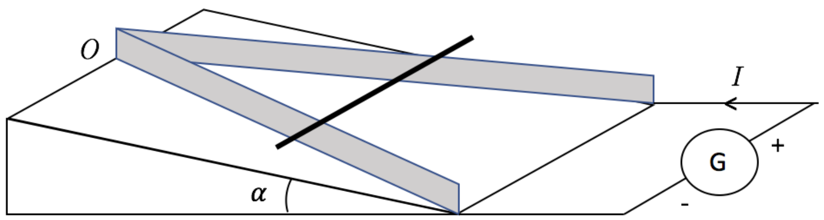
3 - Conclure en donnant l'expression de B en fonction de grandeurs facilement mesurables (ω_0, J, r, θ, et μ_0 qui est connu).

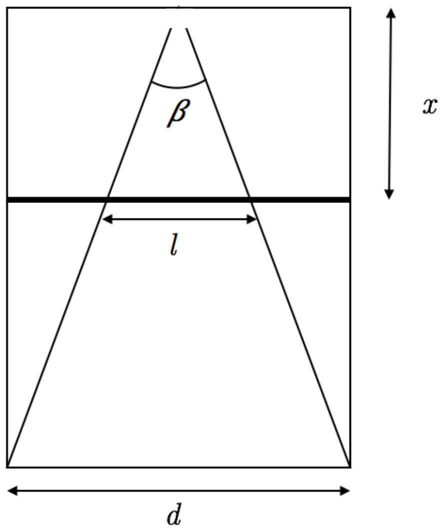
III Rail de Laplace modifiés [● ● ○]

On s'intéresse au dispositif des rails de Laplace modifiés. Les rails ne sont plus parallèles, mais forment un triangle que l'on place sur un plan incliné d'un angle α. La base du triangle est d et l'angle au sommet est β. Leurs extrémités supérieures sont très proches l'une de l'autre au point O sans être en contact électrique. Le montage est placé dans un champ magnétique *vertical* (donc opposé à la pesanteur) uniforme d'intensité B. On note m la masse de la tige et g l'intensité de la pesanteur.

On prendra un axe Ox dans le plan de la figure ci-dessous à droite, qui suit la bissectrice de l'angle β, et Oz qui lui est perpendiculaire (donc Oz est perpendiculaire au plan des rails).

On pose x la distance entre la tige et O, et $l = l(x)$ la longueur de la tige parcourue par le courant électrique. Le générateur impose un courant permanent d'intensité I.



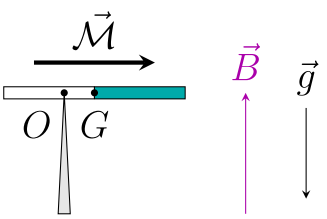


1 - Représenter le vecteur champ magnétique $\vec{B}$ qui permet de faire subir à la tige une force de Laplace qui la pousse vers le haut du plan incliné.

2 - Exprimer la force de Laplace $\vec{F}$ en fonction de B, I, l, puis en fonction de B, β, I, x et α (en se plaçant dans la base $\vec{e}_x$, $\vec{e}_z$).

3 - Exprimer la position d'équilibre $x_{\text{éq}}$ de la tige en fonction des données du problème.

IV Équilibre d'un aimant [● ○ ○]



Un aimant très fin, de moment magnétique $\mathcal{M}$ et de masse m, repose en équilibre au sommet O d'une pointe. Il est soumis à un champ magnétique uniforme $\vec{B}$ et à la gravité. Évaluer la distance $d = OG$ pour que l'aimant reste en équilibre vertical.