Champ magnétique et induction
Chapitre 1

Champ magnétique : propriétés et actions

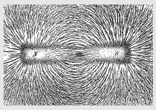
I Le champ magnétique

1 - Représentation du champ *B*, sources du champ *B*

a/ Champ magnétique = champ de vecteurs

b/ Sources

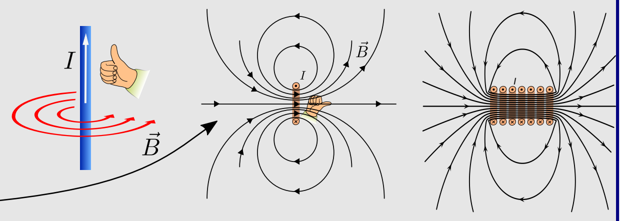
- courants électriques (fil, spire, bobine)
- aimants (~ 1 T)



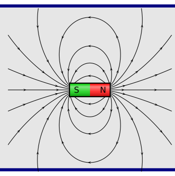
c/ Représentation avec des lignes de champ

- orientées selon règle main droite
- serrées $\Leftrightarrow$ champ fort

2 - Moyen de production de *B* : *avec des courants*

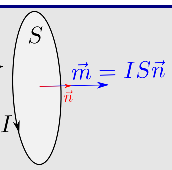


3 - Moyen de production de *B* : *avec des aimants*

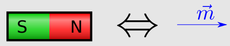


4 - Notion de moment magnétique

a/ Pour une spire de courant $\longrightarrow$



b/ Pour un aimant

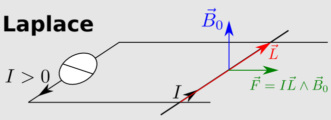


II Action d'un champ magnétique

1 - Force de Laplace

a/ Expérience des rails de Laplace

b/ Expression de la force $\boxed{\vec{F} = I\vec{L} \wedge \vec{B}_0}$



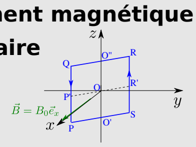
c/ Retour sur l'expérience

d/ Puissance associée $\boxed{\mathcal{P} = \vec{F} \cdot \vec{v}}$

2 - Couple exercé sur un moment magnétique

a/ Cas d'une spire rectangulaire

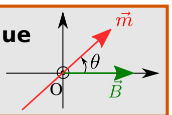
b/ Cas général



$\boxed{\vec{\Gamma} = \vec{m} \wedge \vec{B}}$ moment

$\mathcal{P} = \Gamma\omega$ puissance

3 - App 1 : action d'un champ magnétique sur un aimant



4 - App 2 : Effet moteur d'un champ magnétique tournant

Ce qu'il faut connaître

(cours : I)

▶$_1$ Quelle est la propriété des lignes de champ magnétique qui permet de repérer les zones de champ faible ou fort ?

▶$_2$ On considère un fil droit parcouru par un courant I : schématiser l'allure des lignes de champ qu'il produit (attention à l'orientation).

Même question pour une unique spire, puis pour une bobine, puis pour un aimant rectangulaire.

▶$_3$ Décrire un dispositif permettant de produire un champ magnétique quasi uniforme (les bobines de Helmoltz).

▶$_4$ Quel est l'ordre de grandeur d'un champ magnétique au voisinage d'un aimant ? dans un appareil d'IRM ? du champ magnétique terrestre ?

▶$_5$ Comment est défini le moment magnétique d'une spire de courant ? Préciser en particulier comment on obtient son orientation à partir d'un exemple.

(cours : II)

▶$_6$ Quelle est l'expression de la force de Laplace s'exerçant sur une tige rectiligne de longueur L, parcourue par un courant I, placée dans un champ uniforme $\vec{B}$? (on définira l'orientation des vecteurs introduits)

Quel est sont point d'application ?

Comment s'exprime la puissance de cette force si la tige est en translation rectiligne à la vitesse $\vec{v}$?

▶$_7$ Quelle est l'expression du couple des actions de Laplace sur un moment magnétique $\vec{m}$ placé dans un champ uniforme $\vec{B}$?

Ce qu'il faut savoir faire

——————— (cours : I)

▶$_8$ Analyser une carte de lignes de champ. → **EC1**

——————— (cours : II)

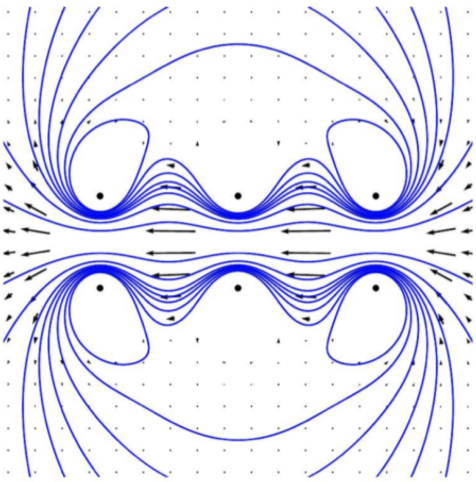
▶$_9$ Exprimer et utiliser la résultante des forces de Laplace sur une tige rectiligne dans un champ uniforme. → **EC2**

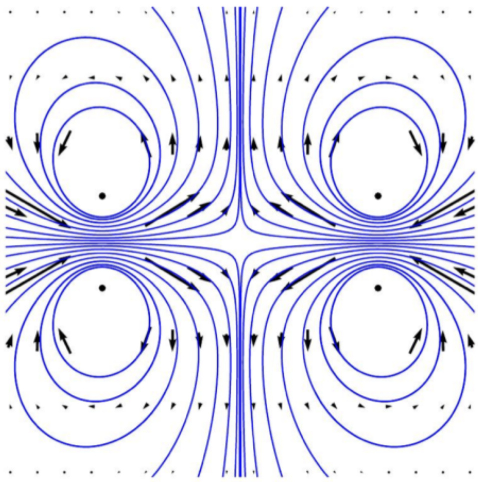
▶$_{10}$ Exprimer et utiliser le couple des actions de Laplace sur un moment magnétique. → **EC3**

Exercices de cours

Exercice C1 – Analyse de cartes de champ

Les cartes de champ magnétique ci-dessous sont des vues en coupe du champ produit par des spires de courant circulaires. Dans les deux cas, indiquer 1/ la position des sources, 2/ le sens du courant, 3/ les zones de champ fort et faible, et 4/ le cas échéant s'il existe une zone de l'espace où le champ magnétique est uniforme.



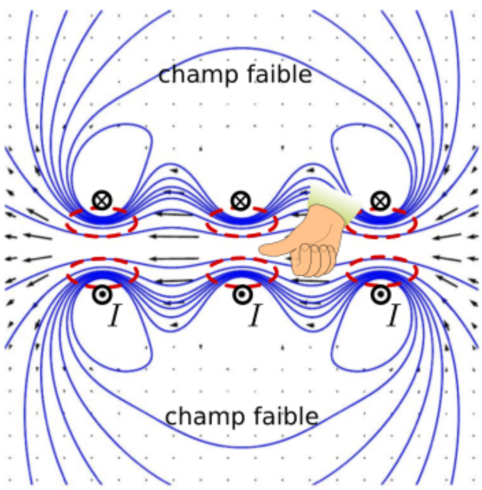


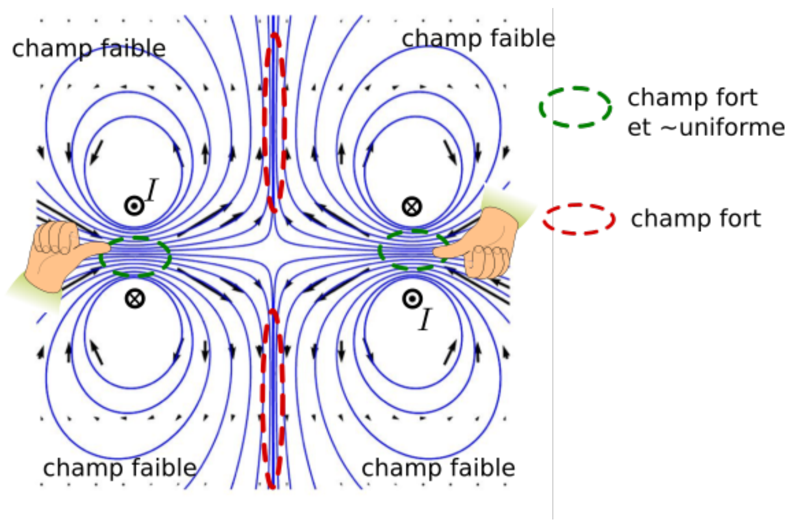
Correction :

1/ et 2/ L'orientation du courant dans les spires est donnée par la règle de la main droite.

3/ Les zones de champ fort sont là où les lignes de champ sont resserrées ; et inversement pour les zones de champ faible.

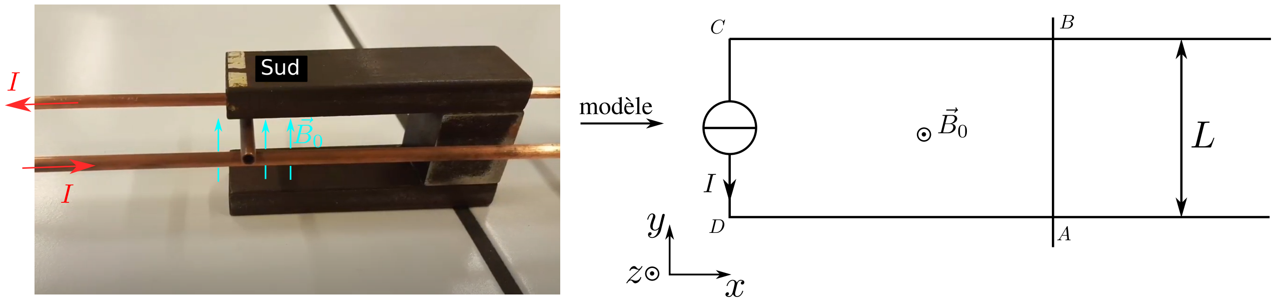
4/ Les zones où le champ est approximativement uniforme sont là où les lignes sont parallèles et espacées de la même distance.





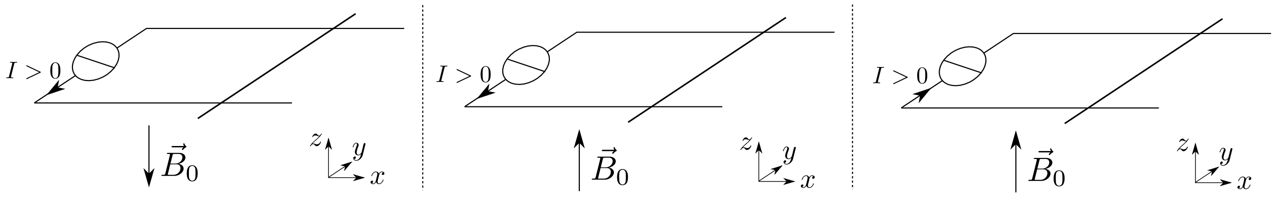
Exercice C2 – Rail de Laplace

On considère le circuit électrique plan ci-dessous, dans lequel une tige peut glisser sur des rails sans que le contact électrique soit rompu. L'ensemble est placé dans un champ magnétique uniforme $\vec{B}_0$ normal au plan du circuit. On désigne par L la distance entre les rails.



1 - Donner l'expression de la résultante des forces de Laplace en fonction de I, B_0, L et d'un vecteur unitaire à préciser.

2 - Prévoir le sens de déplacement de la tige mobile dans chacun des trois cas ci-dessous.



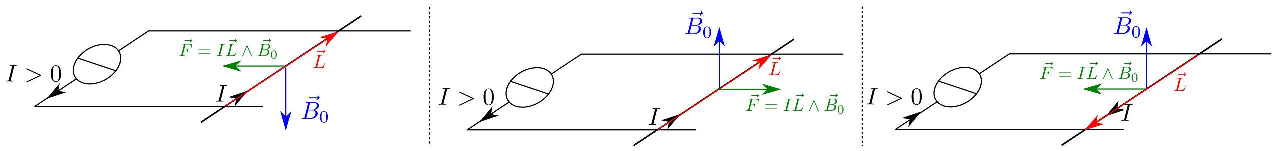
Correction :

1 - Résultante des forces de Laplace : $\vec{F} = I\vec{L} \wedge \vec{B}$, avec :

- $\vec{L} = L\vec{e}_y$,
- $\vec{B} = B_0\vec{e}_z$.

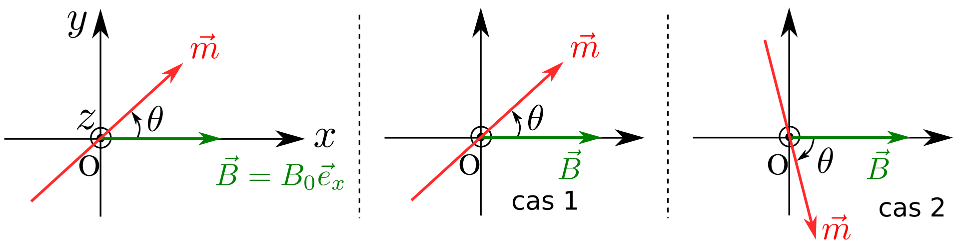
$$\text{On a donc : } \vec{F} = IL\vec{e}_y \wedge B_0\vec{e}_z, \quad \text{soit} \quad \boxed{\vec{F} = ILB_0\vec{e}_x.}$$

2 - On utilise la règle de la main droite pour prévoir le sens du produit vectoriel de $\vec{L}$ par $\vec{B}$, et donc de la force :



Exercice C3 – Équilibre d'une aiguille aimantée

On considère une boussole : c'est une aiguille aimantée libre de tourner sur un axe passant par son centre. On la modélise par un moment magnétique $\vec{m}$. Elle est dans un champ magnétique extérieur uniforme $\vec{B} = B_0\vec{e}_x$.



1 - Donner l'expression du couple exercé par le champ $\vec{B}$ sur l'aiguille.

2 - Sur les cas 1 et 2 ci-dessus, indiquer dans quel sens ce couple tend à faire tourner l'aiguille.

3 - Démontrer qu'il y a une position d'équilibre en $\theta = 0$ et une en $\theta = \pi$.
Laquelle de ces positions est-elle stable / instable ?

4 - On note J le moment d'inertie de l'aiguille par rapport à l'axe Oz. On néglige toute autre action que celle du champ.
Donner l'équation du mouvement portant sur l'angle θ.
Donner la pulsation des petites oscillations.

Correction :

1 - Le couple exercé par le champ $\vec{B}$ sur l'aiguille s'écrit $\boxed{\vec{\Gamma} = \vec{m} \wedge \vec{B}.}$ Donc :

$$\boxed{\vec{\Gamma} = -mB_0 \sin\theta\, \vec{e}_z.}$$

En effet, θ est bien l'angle entre les vecteurs $\vec{m}$ et $\vec{B}$, et signe moins car d'après la règle de la main droite $\vec{m} \wedge \vec{B}$ est selon $-\vec{e}_z$.

2 - Cas 1 : $\vec{m} \wedge \vec{B}$ est selon $-\vec{e}_z$ (se voit soit avec la formule de $\vec{\Gamma}$, soit avec la règle de la main droite) donc tend à faire tourner le moment magnétique dans le sens indirect autour de Oz, donc à le ramener vers $\vec{B}$.

Cas 2 : $\vec{m} \wedge \vec{B}$ est selon $+\vec{e}_z$ (se voit soit avec la formule de $\vec{\Gamma}$ – car $\theta < 0$ dans ce cas là –, soit avec la règle de la main droite) donc tend à faire tourner le moment magnétique dans le sens direct autour de Oz, donc à le ramener vers $\vec{B}$.

→ Dans tous les cas, l'action de $\vec{B}$ tend à aligner $\vec{m}$ avec $\vec{B}$ (et une fois qu'on le sait on peut d'ailleurs directement l'affirmer, sans calcul).

3 - ⋆ Les positions d'équilibre sont telles que $\vec{\Gamma} = \vec{0}$, donc lorsque $\sin\theta = 0$.

Ceci se produit en $\theta = 0$ et en $\theta = \pi$.

⋆ La position en $\theta = 0$ est stable, car si l'aiguille s'en écarte, alors le couple ramène $\vec{m}$ aligné avec $\vec{B}$, donc en $\theta = 0$.

⋆ La position en $\theta = \pi$ est instable, car si l'aiguille s'en écarte, alors le couple ramène $\vec{m}$ aligné avec $\vec{B}$, donc en $\theta = 0$, donc pas du tout en $\theta = \pi$.

4 - On applique le théorème du moment cinétique à l'aiguille, par rapport à l'axe Oz, dans le référentiel d'étude galiléen :

$$\frac{\mathrm{d}\sigma_{Oz}}{\mathrm{d}t} = \vec{\Gamma} \cdot \vec{e}_z, \quad \text{avec} \quad \sigma_{Oz} = J\dot{\theta}.$$

Donc, avec l'expression de $\vec{\Gamma}$:

$$J\frac{\mathrm{d}\dot{\theta}}{\mathrm{d}t} = -mB_0 \sin\theta, \quad \text{soit} \quad \boxed{\ddot{\theta} + \frac{mB_0}{J}\sin\theta = 0.}$$

On a une équation du type de celle du pendule. Pour des petites oscillations, on a donc

$$\ddot{\theta} + \underbrace{\frac{mB_0}{J}}_{\omega_0^2}\theta = 0, \quad \text{d'où} \quad \boxed{\omega_0 = \sqrt{\frac{mB_0}{J}}.}$$

Ainsi, une mesure de la pulsation des petites oscillations peut permettre d'en déduire la valeur du champ magnétique B_0.

(À condition toutefois de connaître le moment magnétique m de la boussole ! Cf TD pour une méthode permettant de faire ceci)

Cours

Comment fonctionne une boussole ? Comment donner une expression de la force ou du couple qu'exerce le champ magnétique terrestre sur son aiguille ? Comment fonctionne un moteur électrique ? Et une dynamo ? Comment recharger un téléphone avec un dispositif sans contact ?

C'est à ces questions que cette partie s'intéresse. Le champ magnétique et les phénomènes d'induction sont présents dans un grand nombre de phénomènes naturels et d'objets technologiques, et nous allons introduire les outils pour les étudier.

Donnée : perméabilité magnétique du vide $\mu_0 = 1{,}27 \times 10^{-6}\,\mathrm{H \cdot m^{-1}}$ (henri par mètre).

I – Le champ magnétique

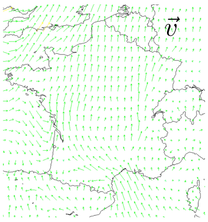
1 – Représentation du champ $\vec{B}$, sources de $\vec{B}$

a/ Champ magnétique = champ de vecteurs

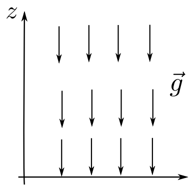
Le champ magnétique est une grandeur physique vectorielle, qui est représentée par un **champ de vecteurs**.

Ci-contre on a tracé d'autres exemples de champs de vecteurs.

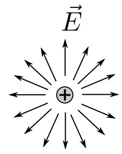
Ainsi à chaque instant t, en chaque point M de l'espace, il y a un vecteur $\vec{B}(M,t)$ qui décrit le champ magnétique.



carte de champ du vecteur vitesse du vent



carte de champ du vecteur pesanteur



carte de champ du vecteur champ électrique poduit par une charge

b/ Sources

Le champ magnétique : sources et ordre de grandeurs

- Notation : $\vec{B}$.
- Unité S.I. : le tesla (T).
- Sources : il est produit soit par des **courants électriques**, soit par des **aimants**.
- Ordres de grandeurs :
  - champ magnétique terrestre : 5×10^{-5} T
  - bobine avec 10 spires par mm, parcourue par $I = 10$ A : 0,1 T.
  - aimant permanent assez puissant : 1 T
  - appareil d'IRM : 5 T
  - une étoile à neutrons : 10^{11} T

c/ Représentation avec des lignes de champ

Ligne de champ magnétique

Définition : une ligne de champ magnétique est une ligne tangente en tout point M au vecteur $\vec{B}(M)$, et orientée dans la direction de $\vec{B}$.

Propriétés :

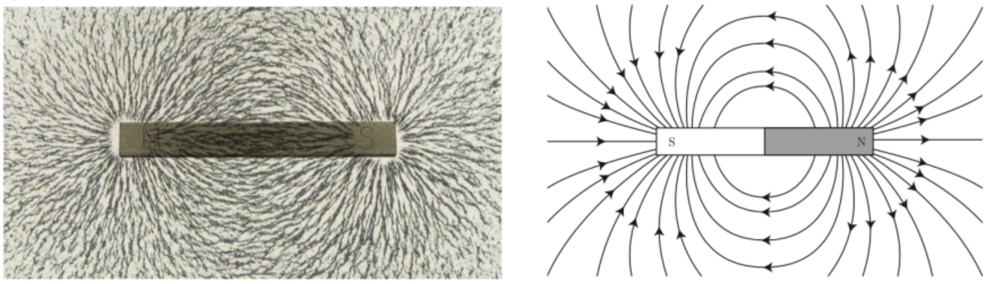
- Plus les lignes de champ sont resserrées, plus la norme de $\vec{B}$ est grande.
- Les lignes de champ sont toujours fermées (elles font des boucles), sauf si elles partent à l'infini.

(attention, les propriétés ne sont valables que pour le champ magnétique, et par exemple pas pour le champ électrique)

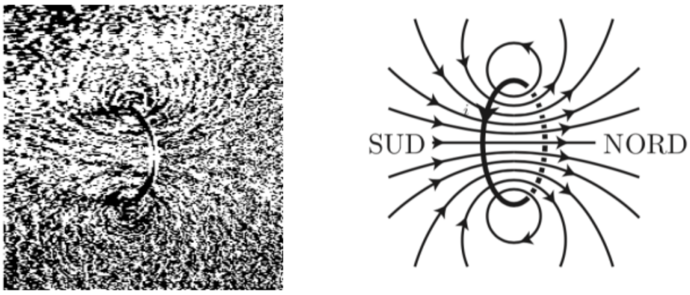
Il est souvent plus pratique de représenter les lignes de champ plutôt que la carte des vecteurs.

Observations des lignes de champ et exemples : expérimentalement, on peut les visualiser en plaçant de la limaille de fer, car chaque grain s'aligne avec le champ.

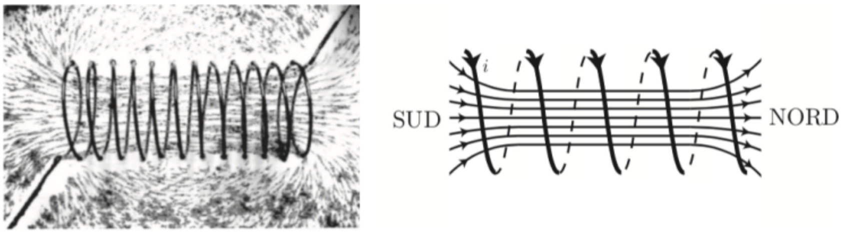
Champ créé par un aimant droit



Champ créé par un courant circulant dans une spire



Champ créé par un courant circulant dans une bobine (ou solénoïde)



On a également vu au chapitre 4 de mécanique des images du champ magnétique terrestre et solaire.

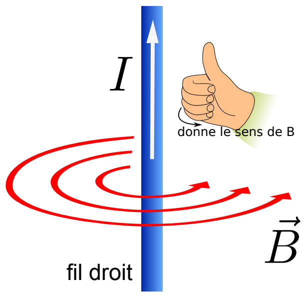
2 – Moyens de production de champ $\vec{B}$: avec des courants

Les allures des lignes de champ sont à savoir refaire pour les trois dispositifs suivants.

- **Fil :** un fil parcouru par un courant produit un champ magnétique comme ci-contre.

  L'orientation de $\vec{B}$ est obtenue avec la main droite.

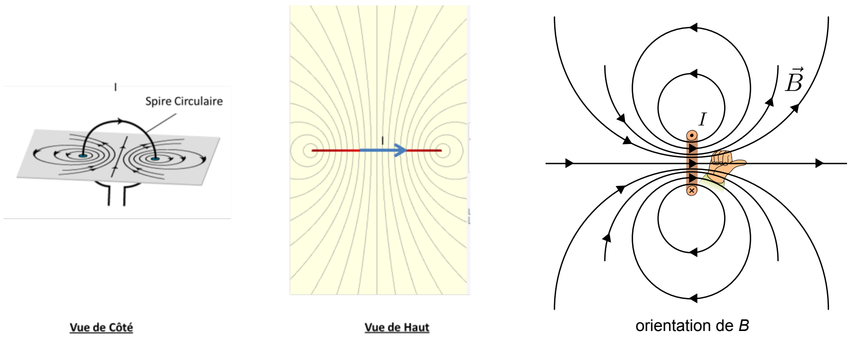
  Formule pour un fil rectiligne infini sur l'axe Oz (pas à connaître, démontrée en spé) : $\vec{B} = \dfrac{\mu_0 I}{2\pi r}\,\vec{e}_\theta$ (coordonnées cylindriques d'axe Oz).



- **Spire de courant :** c'est une boucle parcourue par un courant I.

  L'orientation de $\vec{B}$ est obtenue avec la main droite.

  Loin de la spire, le champ décroît en $1/d^3$ où d est la distance à la spire. Par exemple pour un point sur l'axe : $\vec{B} = \mu_0 \frac{R^2 I}{2d^3}\vec{e}_z$ (R rayon de la spire, $d \gg R$).

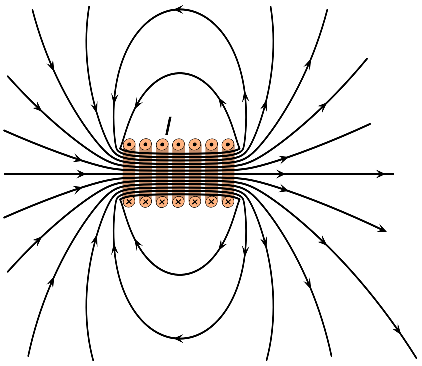


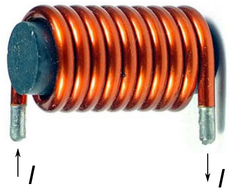
- **Bobine :** c'est un enroulement de fil parcouru par un courant I.

  Ceci peut aussi être vu comme un grand nombre de spires accolées, parcourues en série par le même courant I.

  L'orientation de $\vec{B}$ est obtenue avec la main droite.

  On constate qu'à l'intérieur de la bobine, loin des bords, le champ est presque uniforme.



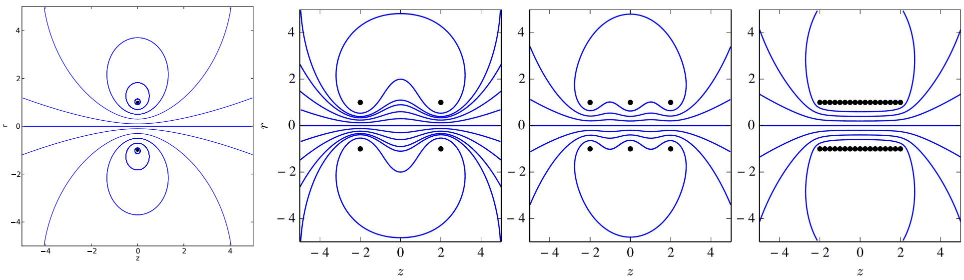


bobine ou solénoïde

$\rightsquigarrow_1$ Où le champ est-il le plus intense ? À l'intérieur, car c'est là que les lignes de champ sont les plus resserrées.

À l'intérieur d'une bobine infinie (pas à connaître, démontrée en spé) : $\vec{B} = \mu_0 n I \,\vec{e}_z$ où n est le nombre de spires par unité de longueur.

On comprend avec l'image ci-dessous pourquoi, lorsqu'on passe de une, à deux, trois, puis un grand nombre de spires, on obtient le champ magnétique d'une bobine.



La figure ci-dessus utilise le principe de superposition, en disant que pour obtenir le champ produit par plusieurs spires, il suffit d'ajouter les champs produits par chacune des spires.

Principe de superposition : si une distribution de courants i_1 crée un champ $\vec{B}_1(M)$, et qu'une autre distribution de courants i_2 crée un champ $\vec{B}_2(M)$, alors le champ magnétique créé par les deux distributions est $\vec{B}_1(M) + \vec{B}_2(M)$.

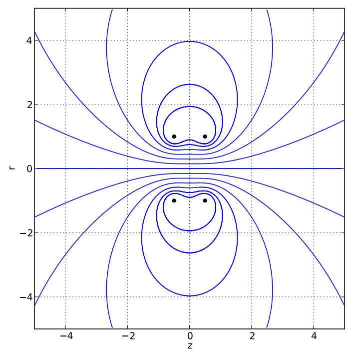
Enfin, les formules ci-dessus permettent de faire quelques A.N. :

- Fil rectiligne, à une distance $r = 1\,\text{cm}$, parcouru par $I = 10\,\text{A}$: $B = \dfrac{\mu_0\, I}{2\pi r} = 0{,}20\,\text{T}$.
- Bobine, $n = 10$ spires par mm donc 10 000 spires par mètre, $I = 10\,\text{A}$: $B = \mu_0 n I = 0{,}13\,\text{T}$.

Remarque :

Si l'on souhaite produire un champ $\vec{B}$ uniforme, on peut utiliser une bobine et se placer à l'intérieur.

Un moyen moins contraignant est l'utilisation deux bobines dites "**de Helmoltz**", qui sont deux bobines assez plates, de rayon R et espacées de cette même distance R. Le champ entre les deux bobines est alors relativement uniforme (cf ci-contre).



$\rightsquigarrow_2$ Faire l'**EC1**.

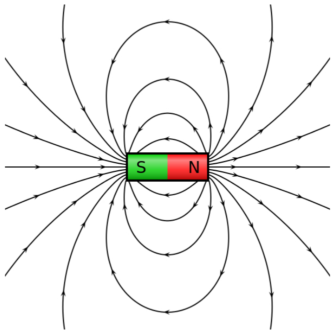
3 – Moyens de production de champ $\vec{B}$: avec des aimants

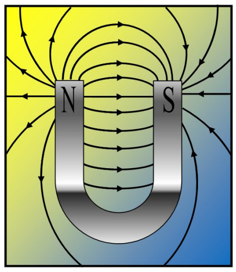
Les aimants permettent aussi de produire un champ magnétique.

> **Origine microscopique (pas à connaître) :** les électrons des atomes "tournent" autour du noyau des atomes, et créent ainsi des boucles de courant, c'est-à-dire des spires microscopiques. C'est l'ensemble des spires ainsi créées qui est à l'origine du champ magnétique créé par un aimant.
>
> (Bien sûr il s'agit d'un point de vue assez imagé : en réalité les électrons doivent être décrit par la mécanique quantique et ne tournent pas de façon classique autour du noyau ; de plus, ils possèdent aussi un spin et un moment

magnétique propre (indépendant de leur mouvement) – mais l'idée générale est bien celle-ci.)

Ci-contre : il existe différentes géométries d'aimants (ici aimant droit et aimant en U).





4 – Notion de moment magnétique

Si on compare la carte de champ d'un aimant et d'un solénoïde (= une bobine), on constate qu'il y a de nombreuses similitudes.

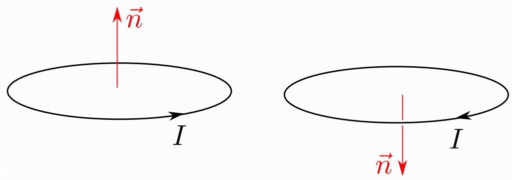
Idée : on aimerait un outil qui permette de décrire ce qu'il se passe, qu'on parle d'un aimant ou d'une bobine. Cet outil est le moment magnétique.

a/ Pour une spire de courant

Spire de courant et orientation

Soit une spire de courant *plane*, de forme quelconque (pas forcément circulaire).

On définit son vecteur normal $\vec{n}$ comme étant de norme 1, perpendiculaire à la spire, et orienté à l'aide du courant selon la règle de la main droite.



Un courant est algébrique : le sens qui compte pour définir $\vec{n}$ est le sens choisi de i, peu importe que i soit > 0 ou < 0.

Aussi, on introduit parfois le vecteur surface $\vec{S} = S\vec{n}$ avec S la surface de la spire.

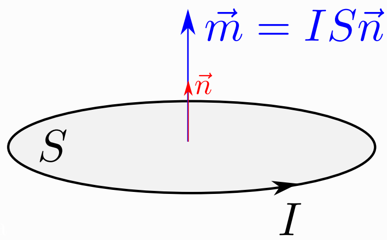
Ceci permet de définir le moment magnétique :

Moment magnétique d'une spire de courant

Le moment magnétique, noté $\vec{m}$, d'une spire plane, de surface S et parcourue par un courant I est :

$$\vec{m} = I\,\vec{S} = I\,S\,\vec{n}.$$

Unité S.I. : $\mathrm{A} \cdot \mathrm{m}^2$.



Exemple : moment magnétique d'une bobine
Une bobine peut être vue comme l'assemblage de N spires de surface S parcourues par un courant I, et donc peut être *modélisée* par un seul moment magnétique

$$\vec{m} = N \times I\,S\,\vec{n}.$$

(valable si on est loin de la bobine (loin devant sa longueur))

b/ Pour un aimant

Moment magnétique d'un aimant

Un aimant peut être modélisé par un moment magnétique.

Ceci permet alors de calculer le champ ou la force qu'il subit en le remplaçant par la spire de courant équivalente (celle de même moment magnétique), ce qui est plus simple.

Ce moment magnétique est proportionnel au volume de l'aimant, mais il n'y a pas de formule générale : cela dépend de la géométrie de l'aimant et de son matériau.

> **Ordre de grandeur :** pour un aimant usuel, le moment magnétique équivalent est de l'ordre de $m = 1\,\mathrm{A}\cdot\mathrm{m}^2$.
>
> Il est donc équivalent à une spire carrée de courant de $1\,\mathrm{m}\times 1\,\mathrm{m}$ parcourue par un courant de $1\,\mathrm{A}$,
>
> ou encore à une spire carrée de $1\,\mathrm{cm}\times 1\,\mathrm{cm}$ parcourue par un courant de $10^4\,\mathrm{A}$.
>
> $\rightarrow$ Les aimants permanents sont donc des moyens efficaces de produire un champ magnétique.

Remarque : cette modélisation permet de reproduire le champ magnétique créé par l'aimant lorsqu'on est à grande distance de celui-ci. Par exemple pour un aimant en U (revoir schéma ci-dessus), il n'est possible de le modéliser par un moment magnétique que si on l'observe de loin.

Lorsqu'une spire ou un aimant est représenté par son moment magnétique, on appelle ce système un **dipôle magnétique**.

II – Action d'un champ magnétique

1 – Force de Laplace

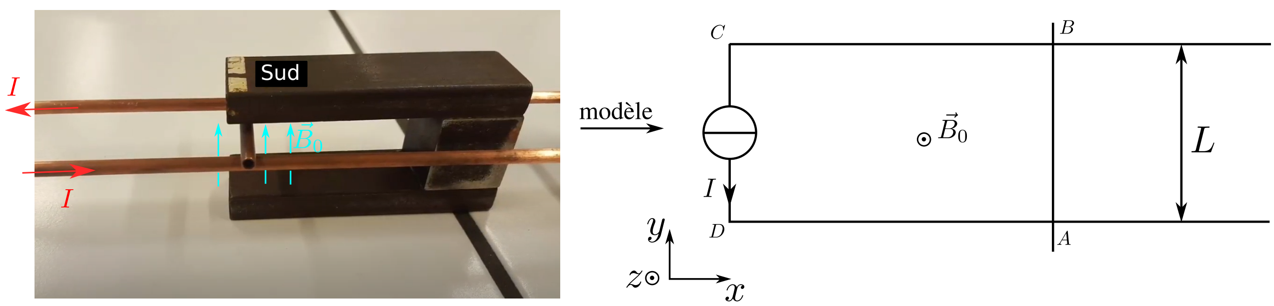
a/ Expérience des rails de Laplace

On constate expérimentalement qu'un conducteur (un fil, une tige métallique...) parcouru par un courant et placé dans un champ magnétique est mis en mouvement.

Expérience : on considère un circuit conducteur formé par un générateur de courant, deux rails parallèles, et une tige métallique mobile sur les rails.

On place un aimant en U au dessus de la zone où la tige peut se déplacer.

Vidéo de l'expérience (lien site classe) : `https://www.youtube.com/watch?v=QK_irRFTM-U`



b/ Expression

Force de Laplace sur une portion infinitésimale

Soit $\overrightarrow{\mathrm{d}l}$ une portion infinitésimale d'un conducteur, parcourue par un courant I, et placée dans un champ magnétique extérieur $\vec{B}$ (valeur au niveau de la portion considérée).

Le vecteur $\overrightarrow{\mathrm{d}l}$ doit être orienté dans le sens du courant I.

Il s'exerce sur le conducteur une **force de Laplace** d'expression $\boxed{\overrightarrow{\mathrm{d}F} = I\,\overrightarrow{\mathrm{d}l}\wedge\vec{B}.}$

Pour obtenir la résultante totale qui s'exerce sur un conducteur allant d'un point A à un point B, il faut sommer avec une intégrale : $\vec{F} = \int_A^B \overrightarrow{\mathrm{d}F} = \int_A^B I\,\overrightarrow{\mathrm{d}l}\wedge\vec{B}$.

$\rightsquigarrow_3$ Très souvent, on considérera un conducteur **rectiligne** dans un champ magnétique extérieur **uniforme**. L'intégrale ci-dessus est simple à évaluer. On a :

$\vec{F} = \int_A^B \overrightarrow{\mathrm{d}F} = \int_A^B I\,\overrightarrow{\mathrm{d}l}\wedge\vec{B} = I\left(\int_A^B \overrightarrow{\mathrm{d}l}\right)\wedge\vec{B} = I\overrightarrow{AB}\wedge\vec{B}.$

Force de Laplace sur un conducteur rectiligne dans un champ uniforme

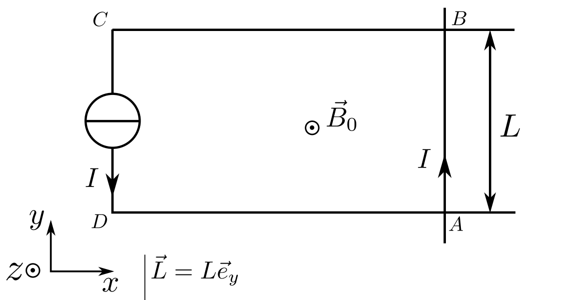
Soit $[AB]$ une portion rectiligne d'un conducteur, parcourue par un courant I, et placée dans un champ magnétique extérieur uniforme $\vec{B}$.

On note $\vec{L} = \overrightarrow{AB}$ le vecteur *orienté par le courant* I.

On appelle **force de Laplace** la résultante de l'action du champ $\vec{B}$ sur le conducteur.

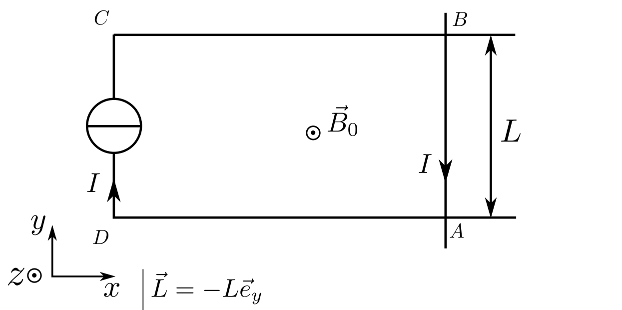
- Son expression est $\boxed{\vec{F} = I\,\vec{L} \wedge \vec{B}.}$
- Son point d'application est le centre de la tige.

Remarque : $\vec{L}$ est orienté par le choix du sens du courant, cf schéma ci-contre.



$\vec{L} = L\vec{e}_y$

$\vec{F} = I\vec{L} \wedge \vec{B}_0 = IL\vec{e}_y \wedge \vec{B}_0\vec{e}_z = ILB_0\vec{e}_x$



$\vec{L} = -L\vec{e}_y$

$\vec{F} = I\vec{L} \wedge \vec{B}_0 = I(-L\vec{e}_y) \wedge \vec{B}_0\vec{e}_z = -ILB_0\vec{e}_x$

Remarque : le champ $\vec{B}$ pris en compte n'est pas celui produit par le conducteur AB lui-même, mais un champ produit par autre chose (par exemple par un aimant, ou par d'autres spires de courant).

> **Idée de la démonstration de l'expression de la force de Laplace (pas au programme) :** Nous avons vu au chapitre 4 de mécanique que la force qui s'exerce sur une charge q de vitesse $\vec{v}$ est la force de Lorentz :
>
> $$\vec{F}_1 = q\vec{E} + q\vec{v} \wedge \vec{B}.$$
>
> Ici en l'absence de champ électrique, il reste $\vec{F}_1 = q\vec{v} \wedge \vec{B}$.
>
> Or un conducteur parcouru par un courant est traversé par des charges, les électrons dans le cas d'un métal, qui ont une certaine vitesse moyenne $\vec{v}$ proportionnelle au courant. Leur nombre est aussi proportionnel au courant.
>
> S'il y a un champ magnétique $\vec{B}$, ces électrons mobiles subissent la force de Lorentz. Ils transmettent ensuite cette force au conducteur (par exemple par des collisions avec le réseau fixe d'ions).
>
> On peut ainsi démontrer, en sommant les forces de Lorentz exercées sur chaque électron, qu'on obtient bien l'expression de la force de Laplace.

c/ Retour sur l'expérience $\rightsquigarrow_4$ Faire l'**EC2**

d/ Puissance associée

La puissance de la force de Laplace se calcule simplement comme

$$\mathcal{P}(\vec{F}) = \vec{v}(A) \cdot \vec{F}$$

où A est le point d'application de la force (le milieu de la tige).

> $\rightsquigarrow_5$ **Exemple :** exprimer cette puissance dans le cas de la question 1 de l'exercice de cours.
>
> On avait $\vec{F} = ILB_0\,\vec{e}_x$. On note la vitesse de la tige $\vec{v} = v\,\vec{e}_x$. La puissance est donc $\mathcal{P} = \vec{v} \cdot \vec{F} = ILB_0 v$.

2 – Couple exercé sur un moment magnétique

On se pose maintenant la question du moment qu'exerce les actions des forces de Laplace sur un moment magnétique (c'est par exemple ce qui fait tourner une boussole).

Action des forces de Laplace sur une spire

Soit un moment magnétique $\vec{m} = IS\vec{n}$ (qui peut être une spire ou un aimant), placé dans un champ magnétique extérieur $\vec{B}$ uniforme.

L'action des forces de Laplace est :

- de résultante nulle,
- de couple $\boxed{\vec{\Gamma} = \vec{m} \wedge \vec{B}.}$

La puissance reçue par le moment magnétique de la part des forces de Laplace est donnée par $\mathcal{P} = \vec{\Gamma} \cdot \omega \vec{e}_z$.

Remarque : la formule pour la puissance est la formule générale pour un couple Γ agissant sur un solide en rotation à la vitesse angulaire ω autour de $\vec{e}_z$.

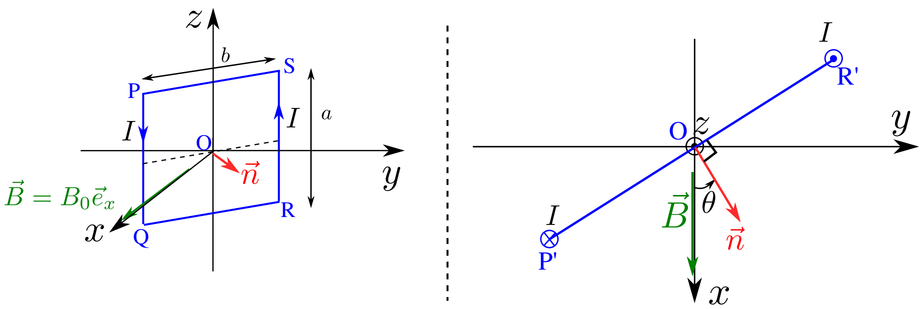
Complément : Cas d'une spire rectangulaire

On considère la spire rectangulaire ci-contre, de dimensions $a \times b$, parcourue par un courant I constant.

Elle peut tourner autour de l'axe Oz.

Il y a présence d'un champ externe $\vec{B}_0$ uniforme et stationnaire.

On se pose la question de l'action des forces de Laplace sur cette spire.



⋆ Résultante :

La résultante est obtenue en sommant la contribution de chaque portion rectiligne :

$$\begin{aligned}\vec{F} &= I\,\overrightarrow{PQ} \wedge \vec{B}_0 + I\,\overrightarrow{QR} \wedge \vec{B}_0 + I\,\overrightarrow{RS} \wedge \vec{B}_0 + I\,\overrightarrow{SP} \wedge \vec{B}_0 \\ &= I(\overrightarrow{PQ} + \overrightarrow{QR} + \overrightarrow{RS} + \overrightarrow{SP}) \wedge \vec{B}_0 \\ &= I\overrightarrow{PP} \wedge \vec{B}_0 = \vec{0}.\end{aligned}$$

Cette résultante est nulle : donc le centre de masse du cadre ne bouge pas.

En revanche, le cadre peut tourner sur lui-même si l'action des forces de Laplace résulte en un moment non nul.

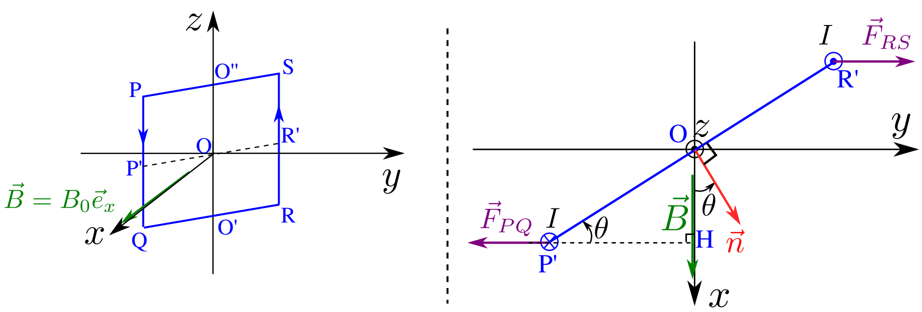
⋆ Moment selon Oz :

Remarque : La démonstration qui suit n'est pas forcément à savoir refaire.

On note $\vec{n}$ le vecteur normal à la spire.

Attention $\vec{n}$ est orienté par le sens de I, avec la règle de la main droite (cf schéma, comme pour le moment magnétique d'une spire).

Il faut calculer le moment sur chacune des quatre tiges, puis faire la somme.



- Sur $\overrightarrow{QR}$: le point d'application des actions de Laplace est le milieu O' de $[QR]$.

  Le moment selon l'axe Oz peut être calculé en prenant n'importe quel point sur cet axe, donc par exemple O' :

$$\Gamma_{Oz}(\vec{F}_{QR}) = (\overrightarrow{O'O'} \wedge \vec{F}_{QR}) \cdot \vec{e}_z = 0.$$

- Sur $\overrightarrow{SP}$: le point d'application est O'', sur l'axe Oz, donc ici aussi $\Gamma_{Oz}(\vec{F}_{SP}) = 0$.
- Sur $\overrightarrow{PQ}$: le point d'application est P'. On a :

$$\vec{\Gamma}_O(\vec{F}_{PQ}) = \overrightarrow{OP'} \wedge \vec{F}_{PQ}.$$

– Direction de $\vec{F}_{PQ} = I\overrightarrow{PQ} \wedge \vec{B}$: règle de la main droite, elle est selon $-\vec{e}_y$ (cf schéma).

– Norme de $\vec{F}_{PQ}$: $\|\vec{F}_{PQ}\| = \|I\overrightarrow{PQ} \wedge \vec{B}\| = Ia\,B_0$ car $\overrightarrow{PQ} \perp \vec{B}$.

On peut évaluer $\vec{\Gamma}_O(\vec{F}_{PQ})$ avec le bras de levier (cf schéma) :

$$\vec{\Gamma}_O(\vec{F}_{PQ}) = -\|\vec{F}_{PQ}\| \times OH\,\vec{e}_z = -IaB_0 \times \frac{b}{2}\sin\theta\,\vec{e}_z.$$

Signe − car tend à faire tourner dans le sens indirect (de Oy vers Ox) autour de Oz. On a aussi utilisé $\sin\theta = OH/(b/2)$.

▶ Sur $\overrightarrow{RS}$: le point d'application est R'. On a :

$$\vec{\Gamma}_O(\vec{F}_{RS}) = \overrightarrow{OR'} \wedge \vec{F}_{RS} = (-\overrightarrow{OP'}) \wedge (-\vec{F}_{PQ}) = \vec{\Gamma}_O(\vec{F}_{PQ}),$$

car on voit que $\overrightarrow{OR'} = -\overrightarrow{OP'}$ et que $\vec{F}_{RS} = -\vec{F}_{PQ}$.

Finalement la somme des quatre moments donne le moment total en O :

$$\vec{\Gamma}_O = \vec{\Gamma}_O(\vec{F}_{PQ}) + \vec{\Gamma}_O(\vec{F}_{QR}) + \vec{\Gamma}_O(\vec{F}_{RS}) + \vec{\Gamma}_O(\vec{F}_{SP}) = 2 \times \vec{\Gamma}_O(\vec{F}_{PQ}) = -IabB_0\,\sin\theta\,\vec{e}_z.$$

On reconnaît que $-B_0\sin\theta\,\vec{e}_z = \vec{n} \wedge \vec{B}$.

Donc $\vec{\Gamma}_O = Iab\vec{n} \wedge \vec{B}$.

On remarque que ab est la surface de la spire, donc $Iab\vec{n} = \vec{m}$ est son moment magnétique. On a donc (sans préciser le point d'application car la résultante étant nulle, c'est un couple) :

$$\boxed{\vec{\Gamma} = \vec{m} \wedge \vec{B}.}$$

On admet que ce qui précède reste vrai pour une spire de forme quelconque (pas nécessairement rectangulaire), indéformable, dans un champ $\vec{B}$ uniforme à l'échelle de la spire.

3 – Application 1 : action d'un champ magnétique sur un aimant

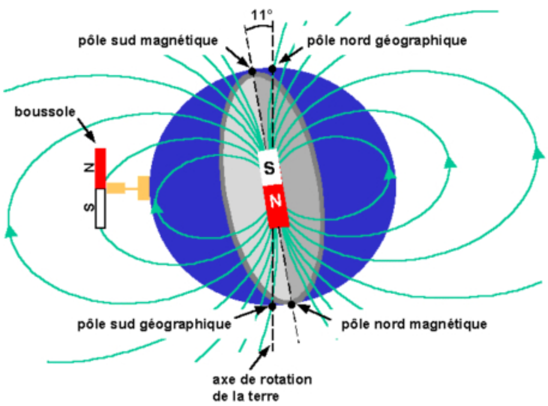
Utilisons ceci pour étudier l'équilibre d'un dipôle magnétique (une spire ou un aimant) dans un champ magnétique $\vec{B}$ uniforme. $\rightsquigarrow_6$ Faire l'**EC3**.

Action d'un champ uniforme sur un dipôle magnétique

Le couple résultant de l'action de $\vec{B}$ tend à aligner le moment magnétique $\vec{m}$ avec $\vec{B}$.

Ceci permet de comprendre le fonctionnement d'une boussole : le champ magnétique extérieur est alors celui créé par la Terre (cf schéma), et l'aiguille de la boussole s'aligne avec celui-ci. Elle indique donc la direction des pôles.

Remarquons que le pôle nord de la boussole indique le pôle sud magnétique, qui correspond au pôle nord géographique.



4 – Application 2 : effet moteur d'un champ magnétique tournant

Il est possible de créer un champ magnétique tournant à l'aide de plusieurs bobines alimentées en courant alternatif, avec le bon déphasage (cf chapitres suivants).
Ainsi, si on place un moment magnétique $\vec{m}$ dans un champ $\vec{B}$ tournant, alors comme le couple de $\vec{B}$ tend à aligner $\vec{m}$ avec lui, ceci va entraîner la rotation de $\vec{m}$.
C'est le principe des moteurs électriques. Cf vidéo `https://www.youtube.com/watch?v=QVw5TRpOKcQ` (lien sur site classe).