

Correction – TD – Circuits électriques

Remarque : exercice avec ★ : exercice particulièrement important, à maîtriser en priorité (de même que les exemples de questions de cours des “ce qu’il faut savoir faire”) | [●○●] : difficulté des exercices

I Vrai-faux/questions courtes

1 - La relation $R_{\text{eq}} = \frac{R_1 R_2 R_3}{R_1 + R_2 + R_3}$ n’est même pas homogène !

Pour trois résistances, on a $\frac{1}{R_{\text{eq}}} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3}$.

Donc $\frac{1}{R_{\text{eq}}} = \frac{R_2 R_3}{R_1 R_2 R_3} + \frac{R_1 R_3}{R_1 R_2 R_3} + \frac{R_1 R_2}{R_1 R_2 R_3}$, d’où $R_{\text{eq}} = \frac{R_1 R_2 R_3}{R_2 R_3 + R_1 R_3 + R_1 R_2}$ (et cette fois-ci c’est bien homogène).

II Associations de résistances

1 - R_2 et R_3 sont en parallèles et forment une résistance équivalente $R_{\text{eq1}} = \frac{R_2 R_3}{R_2 + R_3}$.

Puis R_1 et R_{eq1} sont en série et forment une résistance équivalente totale

$$R_{\text{eq}} = R_1 + R_{\text{eq1}} = R_1 + \frac{R_2 R_3}{R_2 + R_3}.$$

2 - R_2 , R_3 et R_4 sont en série, donc équivalentes à une résistance $R_{\text{eq1}} = R_2 + R_3 + R_4$.

Puis R_1 et R_{eq1} sont en parallèle et forment une résistance équivalente totale

$$R_{\text{eq}} = \frac{R_1 R_{\text{eq1}}}{R_1 + R_{\text{eq1}}} = \frac{R_1 (R_2 + R_3 + R_4)}{R_1 + R_2 + R_3 + R_4}.$$

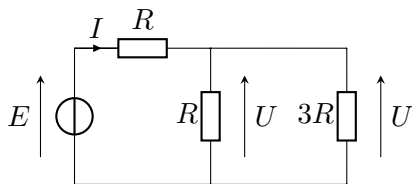
3 - Trois résistances en parallèle, voir exercice I :

$$R_{\text{eq}} = \frac{R_1 R_2 R_3}{R_2 R_3 + R_1 R_3 + R_1 R_2}.$$

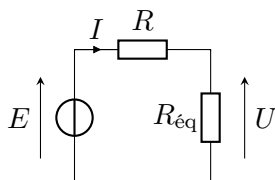
4 - On ne peut pas décrire le dipôle AB par une résistance équivalente, puisqu’il y a un condensateur !

III Circuit à deux mailles

1 - On voit déjà que U est la tension aux bornes des deux résistances de droite, car elles sont en parallèle :



On peut regrouper ces deux résistances et encore avoir la tension U :



Avec $R_{\text{éq}} = \frac{R \times 3R}{R + 3R} = \frac{3R}{4}$.

On est alors dans une situation de diviseur de tension :

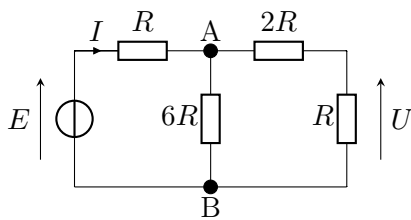
$$U = E \times \frac{R_{\text{éq}}}{R_{\text{éq}} + R} = E \times \frac{\frac{3R}{4}}{\frac{3R}{4} + R} = E \times \frac{\frac{3R}{4}}{\frac{7R}{4}} = E \times \frac{3}{7},$$

soit donc $U = \frac{3E}{7} = 1,29 \text{ V}$.

★ Pour le courant I : on peut utiliser le tout dernier schéma, car on a

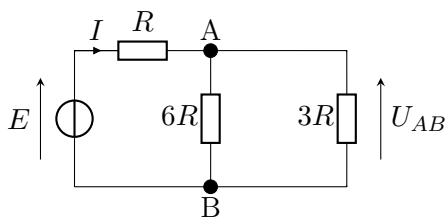
$$I = \frac{U}{R_{\text{éq}}} = \frac{\frac{3E}{7}}{\frac{3R}{4}}, \quad \text{soit} \quad I = \frac{4E}{7R} = 1,14 \text{ mA}.$$

2 - Le circuit de départ :



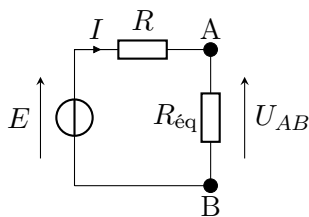
★ On calcule d'abord la résistance équivalente entre A et B :

On regroupe d'abord R et $2R$:



Attention : en faisant ceci, on a perdu la tension U . Elle est “noyée” dans la résistance équivalente et ce schéma ne peut plus permettre de la trouver. Il faudra à la fin retourner au schéma de départ du circuit.

Ensuite on regroupe $6R$ et $3R$ qui sont en parallèles :

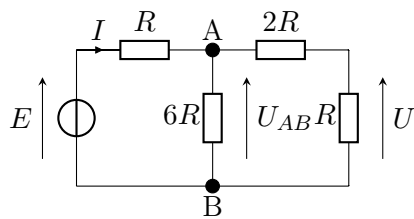


Avec $R_{\text{éq}} = \frac{6R \times 3R}{6R + 3R} = 2R$.

Il faut voir qu'on a toujours les points A et B , et donc toujours la tension U_{AB} . On la détermine avec un diviseur de tension (possible car les deux résistances restantes sont en série) :

$$U_{AB} = E \times \frac{R_{\text{éq}}}{R_{\text{éq}} + R} = E \times \frac{2R}{2R + R} = \frac{2E}{3}.$$

★ Pour trouver U , on doit revenir au schéma de départ, sachant que maintenant on connaît l'expression de U_{AB} :



$2R$ et R tout à droite sont en série donc on peut appliquer un diviseur de tension. La tension totale est U_{AB} . Donc :

$$U = U_{AB} \times \frac{R}{R + 2R} = U_{AB} \times \frac{2E}{3} \times \frac{1}{3}, \quad \text{soit} \quad \boxed{U = \frac{2E}{9} = 0,67 \text{ V.}}$$

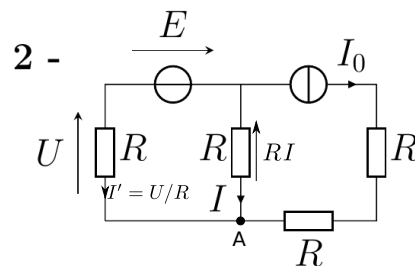
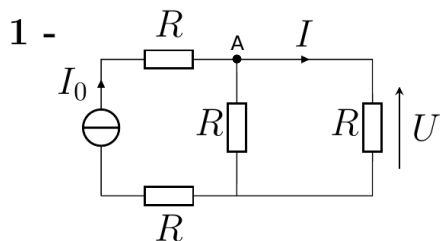
★ Pour le courant I : notons U_1 la tension dans la résistance la plus à droite, en convention récepteur.

On a donc $I = \frac{U_1}{R}$, mais il faut trouver U_1 .

On fait une loi des mailles dans la grande maille : $E - U_1 - U_{AB} = 0$, donc $U_1 = E - U_{AB} = E - \frac{2E}{3} = \frac{E}{3}$.

On a donc $\boxed{I = \frac{E}{3R} = 0,67 \text{ mA.}}$

IV Circuits simples



1 - Indice : faire un diviseur de courant sur le nœud en A

$$I = I_0 \times \frac{R}{R + R} = \frac{I_0}{2}.$$

Ensuite on en déduit U avec la loi d'Ohm : $U = RI = \frac{RI_0}{2}$.

2 - Indice : utiliser la petite maille de gauche. Puis loi des nœuds sur le nœud du bas.

Correction :

Petite maille de gauche : $U + E = RI$

Et loi des nœud en bas : $I + I_0 + U/R = 0$.

On a alors deux équations pour deux inconnues (U et I). Dans la première on isole $U = RI - E$, on injecte dans la seconde :

$$I + I_0 + \frac{RI - E}{R} = 0$$

$$2I = \frac{E}{R} - I_0$$

$$\boxed{I = \frac{E}{2R} - \frac{I_0}{2}.$$

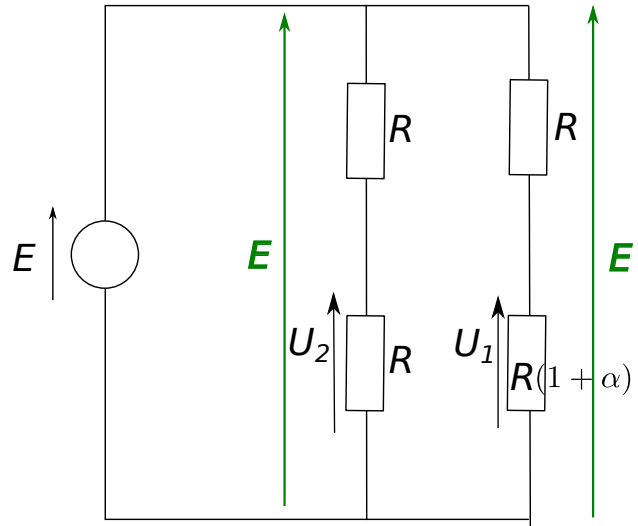
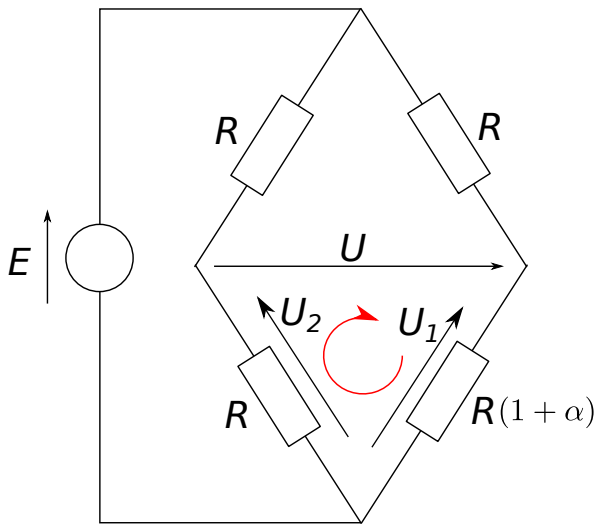
Et donc $U = RI - E = \frac{E}{2} - \frac{RI_0}{2} - E$ soit $\boxed{U = -\frac{E}{2} - \frac{RI_0}{2}.$

V Capteur

Loi des mailles dans la boucle 1 : $U - U_1 + U_2 = 0$, donc $U = U_1 - U_2$.

Il faut ensuite obtenir U_1 et U_2 . On utilise un diviseur de tension pour chacun (ci-dessous à droite on a refait le schéma du circuit un peu différemment pour mieux voir comment faire les diviseurs). La grande tension est E dans les deux cas. On peut bien appliquer un diviseur de tension car les résistances sont deux à deux en série.

- $U_1 = E \times \frac{R(1 + \alpha)}{R + R(1 + \alpha)} = E \times \frac{1 + \alpha}{2 + \alpha}$
- $U_2 = E \times \frac{R}{R + R} = \frac{E}{2}$.



On a donc $U = U_1 - U_2 = E \times \frac{1 + \alpha}{2 + \alpha} - \frac{E}{2}$, soit $U = E \frac{2(1 + \alpha) - (2 + \alpha)}{2(2 + \alpha)} = E \frac{\alpha}{2(2 + \alpha)}$.

VI Circuits simples avec interrupteurs

1 - ★ Tous les courants à travers des interrupteurs ouverts sont nuls : $i_1 = 0$ et $i_2 = 0$.

★ Loi des nœuds : $i_3 = i_1 - i_2 = 0$.

★ $u_R = Ri_1 = 0$.

★ $u_3 = 0$ car interrupteur fermé.

★ Loi des mailles dans la petite boucle de droite : $u_2 - u_3 = 0$ donc $u_2 = 0$.

★ Loi des mailles dans la grande maille : $E - u_1 - u_R - u_3 = 0$, donc $u_1 = E$.

Donc attention : pour un interrupteur ouvert, $i = 0$, mais la tension à ses bornes n'est pas forcément nulle.

2 - ★ Tous les courants à travers des interrupteurs ouverts sont nuls : $i_2 = 0$.

★ $u_1 = 0$ et $u_3 = 0$ car interrupteur fermé.

★ Loi des mailles dans la petite boucle de droite : $u_2 - u_3 = 0$ donc $u_2 = 0$.

★ Loi des mailles dans la grande maille : $E - u_1 - u_R - u_3 = 0$, donc $u_R = E$.

★ $i_1 = u_R / R = E / R$.

★ Loi des nœuds : $i_3 = i_1$.

VII Puissance et énergie

- 1 - Appareils en dérivation donc chacun sous une tension de 220 V (valeur efficace).

$$\text{Courant dans la bouilloire : } I_1 = \frac{1300 \text{ W}}{220 \text{ V}} = 5,91 \text{ A.}$$

$$\text{Courant dans le grille pain : } I_2 = \frac{1100 \text{ W}}{220 \text{ V}} = 5,00 \text{ A.}$$

Courant total : 10,91 A, ce qui fait sauter le fusible.

VIII Pont de Wheastone

- 1 - Loi des mailles : $U_{AC} - U_1 + U_3 = 0$, donc $U_{AC} = U_1 - U_3$.

$$\text{Diviseur de tension : } U_1 = E \frac{R_1}{R_1 + R}.$$

$$\text{Diviseur de tension : } U_3 = E \frac{R_3}{R_3 + R_2}.$$

$$\text{Donc } U_{AC} = 0 \Leftrightarrow U_1 = U_3$$

$$\Leftrightarrow E \frac{R_1}{R_1 + R} = E \frac{R_3}{R_3 + R_2}$$

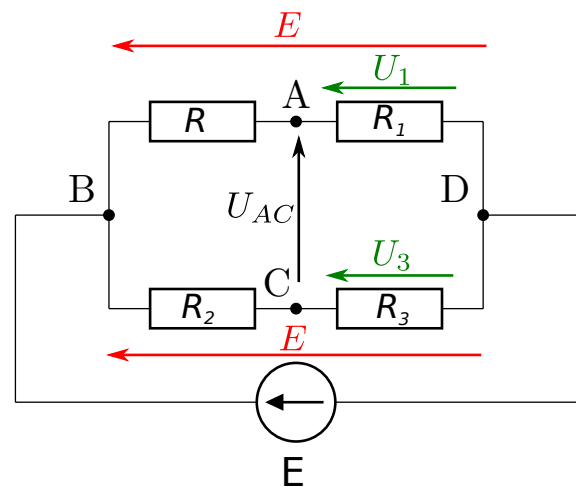
$$\Leftrightarrow R_1(R_3 + R_2) = R_3(R_1 + R)$$

$$\Leftrightarrow R_1 R_3 + R_1 R_2 = R_3 R_1 + R_3 R$$

$$\Leftrightarrow \boxed{R_1 R_2 = R_3 R.}$$

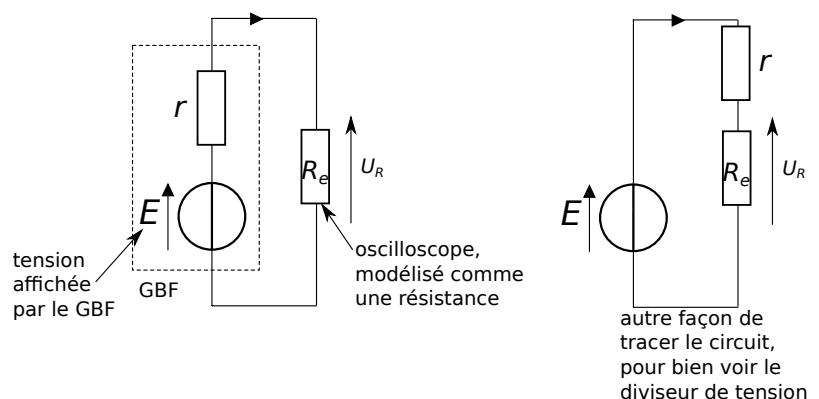
- 2 - Il faut utiliser un voltmètre, à brancher entre A et C. Remarque : le courant qui passe dans le voltmètre est négligeable car il est équivalent à une résistance très grande; ceci ne perturbe donc pas le circuit, on peut encore faire un diviseur de tension.

$$3 - R = \frac{R_1 R_2}{R_3} = 875 \Omega.$$



IX Résistance d'entrée d'un oscilloscope

Cf schéma ci-contre. L'oscilloscope mesure la tension $U_R = E \frac{R_e}{R_e + r} = E \frac{10^6}{10^6 + 50} = 0,99995 E$. C'est très proche de E , et heureusement.



X Modèle de pile

On mesure une tension de 3,0 V aux bornes d'une pile qui débite un courant de 0,10 A. La tension de la même pile tombe à 2,2 V lorsque l'intensité délivrée est de 0,20 A.

- 1 - La pile est modélisée par une fem E idéale en série avec une résistance interne r (cf ci-contre).

La pile délivre donc une tension $U = E - U_r = E - rI$.

Ici on dispose de deux mesures : pour $U_1 = 3\text{ V}$ le courant est $I_1 = 0,1\text{ A}$, et

pour $U_2 = 2,2\text{ V}$ on mesure $I_2 = 0,2\text{ A}$.

On a donc le système suivant :

$$\begin{cases} U_1 = E - rI_1 \\ U_2 = E - rI_2 \end{cases}$$

Les deux inconnues sont E et r .

Si on soustrait les deux équations, on obtient :

$$U_1 - U_2 = -rI_1 + rI_2 = r(I_2 - I_1), \quad \text{d'où} \quad \boxed{r = \frac{U_1 - U_2}{I_2 - I_1} = 8,0\ \Omega.}$$

Si on injecte cette expression de r dans la première équation, on peut isoler E :

$$U_1 = E - \frac{U_1 - U_2}{I_2 - I_1} I_1, \quad \text{d'où} \quad E = U_1 + \frac{U_1 - U_2}{I_2 - I_1} I_1 \quad \text{soit} \quad \boxed{E = \frac{U_1 I_2 - U_2 I_1}{I_2 - I_1} = 3,8\text{ V}.}$$

2 - Pour $U = 3,0\text{ V}$ on sait que la pile débite $0,10\text{ A}$. Donc elle fournit au reste du circuit une puissance

$$\boxed{\mathcal{P}_{\text{fournie circuit}} = U \times I = 0,30\text{ W}.}$$

La puissance perdue dans la pile est celle dissipée par la résistance par effet Joule :

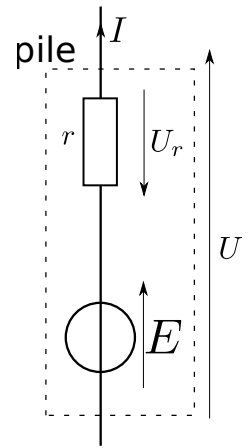
$$\boxed{\mathcal{P}_{\text{perdue}} = U_r \times I = rI \times I = 0,08\text{ W}.}$$

Remarque : La fem de la pile produit une puissance

$$\mathcal{P}_{\text{fem}} = E \times I = 0,38\text{ W}.$$

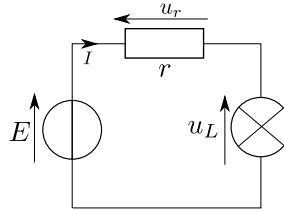
Cette puissance est d'une part fournie au circuit, d'autre part dissipée par effet Joule : on a bien

$$\mathcal{P}_{\text{fem}} = \mathcal{P}_{\text{fournie circuit}} + \mathcal{P}_{\text{perdue}}.$$



XI Lampe de poche

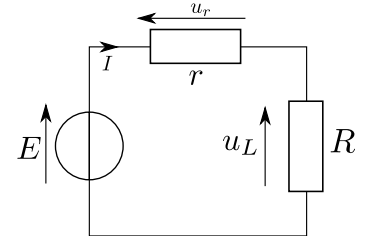
1 - Schéma :



2 - On modélise la lampe par une résistance R .

Elle reçoit une puissance : $\mathcal{P} = u_L I = RI^2$.

Or $E = (R + r)I$, donc $I = \frac{E}{R + r}$, et donc $\mathcal{P} = R \frac{E^2}{(R + r)^2}$.



3 - On considère la fonction $f(R) = \frac{R}{(R + r)^2}$. Il s'agit de trouver la valeur de R pour laquelle elle est maximale.

On calcule : $f'(R) = \frac{1 \times (R + r)^2 - R \times 2(R + r)}{(R + r)^4} = \frac{R^2 + 2Rr + r^2 - 2R^2 - 2Rr}{(R + r)^4} = \frac{r^2 - R^2}{(R + r)^4}$.

$r > 0$ et $R > 0$ (ce sont des résistances) donc pas de souci d'annulation au dénominateur.

On voit donc que $f'(R) = 0 \Leftrightarrow \boxed{R = r}$.

$R = r$ est donc soit un maximum, soit un minimum. Un tableau de signe montre que $f'(R) > 0$ si $R < r$ donc f croissante, et inversement si $R > r$. C'est donc bien un maximum.

4 - Avec $R = r$, on a $\mathcal{P} = r \frac{E^2}{(2r)^2} = \frac{E^2}{4r}$. D'où une énergie délivrée pendant une durée T : $\mathcal{E} = \frac{E^2}{4r} T = 3240 \text{ J}$.

Le courant est $I = \frac{E}{R + r} = \frac{E}{2r}$, d'où $\boxed{I = 0,3 \text{ A}}$.

La charge débitée est $\boxed{Q = I \times T = 1080 \text{ C}}$.

5 - Notons $Q_h = 1080 \text{ C/h}$ la charge débitée par heure de fonctionnement.

La charge que peut débiter une pile est $Q_{\text{pile}} = 1,25 \text{ A} \times 3600 \text{ s} = 4500 \text{ C}$.

Les piles étant en série, elles débitent toutes le même courant et donc la même charge : lorsqu'une pile débite 1 C, les autres également. Les piles se vident donc toutes au même rythme et les ajouter en série n'améliore pas l'autonomie.

La durée de fonctionnement est donc $t = \frac{Q_{\text{pile}}}{Q_h} = \frac{4500 \text{ C}}{1080 \text{ C} \cdot \text{h}^{-1}} = 4,17 \text{ h}$.

Remarque : c'est lorsque les piles sont en dérivation (et non pas en série) que leurs autonomies s'ajoutent. En effet s'il y a par exemple quatre piles en dérivation, chaque pile débite un courant quatre fois moindre et donc une charge quatre fois moindre.