

Circuits électriques en régime quasi-stationnaire

I Circuits électriques et grandeurs électriques

1 - Vocabulaire :

- Nœud, maille, branche, parallèle, série, dipôle

2 - Charge et courant

$$I = \frac{dq}{dt} \text{ C}$$

Régime continu : $q = I \times t$

Électron, charge élémentaire e

3 - Potentiel et tension

$$U = V_A - V_B$$

Masse = potentiel nul

4 - ARQS

Négliger les effets de la propagation

$$\tau \ll T$$

$T = 1/f$ période du signal

$\tau = L/c$ temps de propagation

Les grandeurs physiques. Reliées entre elles par

II Lois fondamentales

1 - Loi des nœuds

Pour chaque nœud :

$$\sum_{k/\text{courants entrants}} i_k = \sum_{k/\text{courants sortants}} i_k$$

2 - Loi des mailles

La somme des tensions dans une maille est nulle (en comptant positivement ou négativement les tensions selon le sens de parcours)

et par les lois de comportements des dipôles

III Dipôles résistifs et sources

1 - Convention

- générateur

$$p(t) = u(t) i(t)$$

puissance fournie

- récepteur

$$p(t) = u(t) i(t)$$

puissance reçue

2 - Énergie

Lien puissance - énergie :

$$\text{joule} - E = P \times t \text{ watt}$$

$$\text{ou : watt} - P = \frac{dE}{dt} \text{ joule}$$

3 - Fils et interrupteurs

$u = 0$ potentiel V identique en tout point

$$i = 0$$

4 - Résistance

$$u = Ri$$

Loi d'Ohm : $u = Ri$

Puissance dissipée par effet Joule :

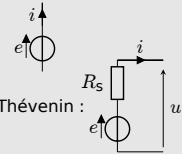
$$P = ui = Ri^2 = u^2/R$$

Attention si convention générateur :

$$u = -Ri$$

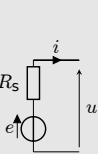
5 - Sources

De tension (idéale) :

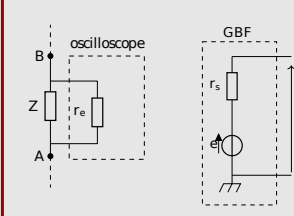


De courant (idéale) : i

De tension (réelle), Thévenin :



3 - Résistance d'entrée et de sortie



IV Étude des circuits

1 - Associations résistances

En série $R_{eq} = R_1 + R_2$

En parallèle $\frac{1}{R_{eq}} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}$

2 - Diviseur de tension

$$u_1 = u \frac{R_1}{R_1 + R_2}$$

et

de courant

$$i_1 = i \frac{R_2}{R_1 + R_2}$$

Ce qu'il faut connaître

(cours : I)

- ₁ Quelle est la relation entre le courant i et la charge q ?
Si le courant dans un fil est positif, cela signifie que les électrons se déplacent dans quel sens ? (faire un exemple sur un schéma)
- ₂ Savoir que le potentiel V est défini en un point du circuit.
Quelle est la relation entre la tension aux bornes d'un dipôle et le potentiel de chaque borne ? (faire un exemple sur un schéma)
- ₃ Qu'est-ce que la masse d'un circuit ?
- ₄ Quelles sont les unités de la charge, du courant, de la tension ?
- ₅ Avec quel appareil mesure-t-on une tension ? un courant ? Comment doivent-ils être branchés dans le circuit ? (faire un schéma de mesure de U aux bornes d'une résistance, et un schéma de mesure de I traversant une résistance)

(cours : II)

- ₆ Comment s'écrit la loi des mailles ? (l'illustrer par un exemple)

- 7 Comment s'écrit la loi des nœuds ? (l'illustrer par un exemple) Savoir qu'elle provient de la conservation de la charge.
 _____ (cours : III)
- 8 Schématiser un dipôle en convention récepteur ; comment s'exprime la puissance qu'il reçoit ?
 Schématiser un dipôle en convention générateur ; comment s'exprime la puissance qu'il cède au reste du circuit ?
- 9 ★ Quelle est la relation générale entre la puissance et l'énergie ?
- 10 ★ Quelle est la loi de comportement (relation entre u et i) d'une résistance lorsqu'elle est en convention récepteur ? et en convention générateur ?
- 11 ★ Quelle est l'expression de la puissance reçue par une résistance (conv. récepteur) ? Savoir que cette puissance est dissipée par effet Joule sous forme de chaleur.
- 12 ★ Quel est le schéma pour une source de tension idéale ? et une source de courant idéale ?
 Comment modéliser une source de tension réelle (à l'aide de la représentation de Thévenin) ? Faire un schéma et donner la relation entre la tension totale U , la tension E de la source idéale, la résistance interne r et le courant débité I .
 _____ (cours : IV)
- 13 Comment doit-être la résistance d'entrée d'un appareil de mesure de tension par rapport à la résistance à mesurer ?
- 14 Savoir qu'un générateur de tension possède une résistance interne, appelée aussi résistance de sortie, ce qui en fait un générateur de Thévenin non idéal.

Ce qu'il faut savoir faire

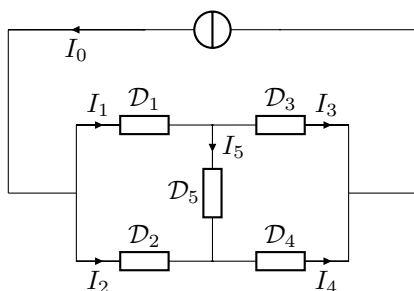
- _____ (cours : I)
- 15 Utiliser la relation entre courant et charge.
 – On considère un fil parcouru par un courant $I = 1$ A. Quelle est la charge débitée par ce fil pendant un temps $t = 10$ s ? À combien d'électrons ceci correspond-t-il ? (on donne $e = 1.6 \times 10^{-19}$ C)
- 16 Étant donné un circuit de taille typique L et des signaux de fréquence f , comment s'écrit la condition pour être dans le cadre de l'ARQS ? → **EC1**
 _____ (cours : II)
- 17 Appliquer la loi des nœuds. → **EC2, TD IV, V**
- 18 Appliquer la loi des mailles. → **EC3, TD IV, V**
 _____ (cours : IV)
- 19 Remplacer une association série ou parallèle de deux résistances par une résistance équivalente. → **EC4, TDIII**
- 20 Utiliser les relations des diviseurs de courant et de tension. → **EC5**

Exercices de cours

Exercice C1 – Domaine d'application de l'ARQS

- 1 - Rappeler la fréquence de la tension délivrée par EDF sur le réseau électrique. Une ligne électrique de 300 km peut-elle être étudiée dans le cadre de l'ARQS ?
- 2 - On considère un circuit électrique étudié en TP. La longueur des fils du circuit est d'un mètre environ. Quelle est la condition sur la fréquence des signaux pour que l'on soit dans l'ARQS ?

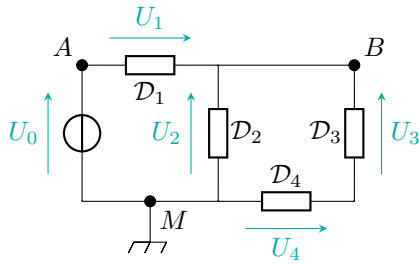
Exercice C2 – Appliquer la loi des nœuds



Dans le circuit ci-contre, des ampèremètres permettent de mesurer $I_0 = 4$ A, $I_1 = 1$ A et $I_4 = 2$ A.

- 1 - Comment faut-il placer les ampèremètres pour effectuer les mesures ?
- 2 - Déterminer les intensités I_2 , I_3 et I_5 .

Exercice C3 – Appliquer la loi des mailles

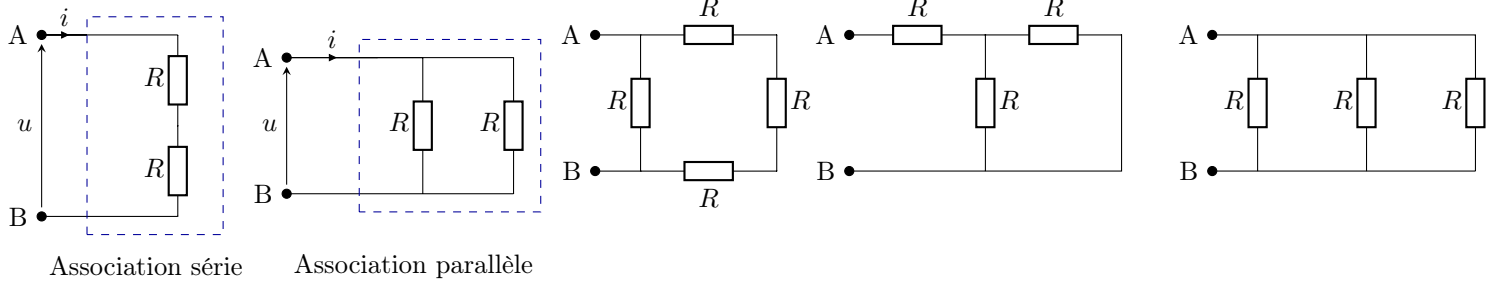


Dans le circuit ci-contre, des voltmètres permettent de mesurer $U_0 = 5 \text{ V}$, $U_2 = 1 \text{ V}$ et $U_3 = 3 \text{ V}$.

- 1 - Comment faut-il placer les voltmètres pour effectuer les mesures ?
- 2 - Déterminer les tensions U_1 , U_4 .
- 3 - Déterminer les valeurs des potentiels aux points A et B.

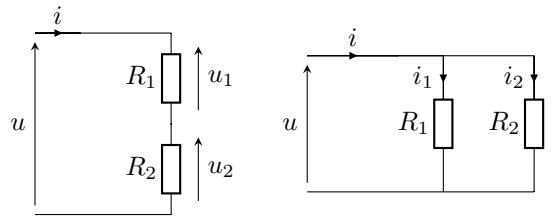
Exercice C4 – Trouver une résistance équivalente

- 1 - Dans chacun des cas, donner la résistance équivalente au dipôle AB.



Exercice C5 – Utiliser un diviseur de tension ou de courant

- 1 - Dans le schéma de gauche, exprimer la tension u_1 en fonction de u et des résistances. Faire de même pour la tension u_2 .
- 2 - Dans le schéma de droite, exprimer le courant i_1 en fonction de i et des résistances. Faire de même pour le courant i_2 .



Cours

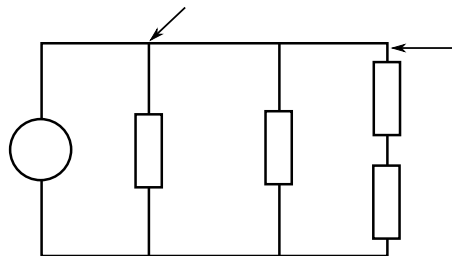
Introduction, vocabulaire, diagramme des deux mondes, domaine de validité : voir site classe.

I - Circuits électriques et grandeurs électriques

1 – Vocabulaire des circuits

→ Compléter avec “branche”, “nœud”, “maille”.

- Nœud : au moins trois fils
- Branche : portion entre deux nœuds
- Maille : on part d’un point et on y revient



Un **dipôle** est un composants possédant deux pattes de branchement.

Des dipôles peuvent être montés :

- **En série** : s’ils sont parcourus par le même courant
- **En dérivation** (aussi appelé en **parallèle**) : si leurs bornes sont communes (reliées par un fil).
Ils sont alors **soumis à la même tension**.
- Ni l’un ni l’autre.

2 – Charge électrique et courant électrique

► **Charge électrique** : unité = le coulomb (C).

► **Particules chargées** :

- Les protons, charge $q = +e$, avec $e = 1,602 \times 10^{-19}$ C qui est appelé la charge élémentaire.
- Les électrons, charge $q = -e$
Toute charge libre est un multiple entier de e : la charge est quantifiée.
- Les ions. Ex. : Fe^{2+} , $q = +2e$; MnO_4^- , $q = -e$.

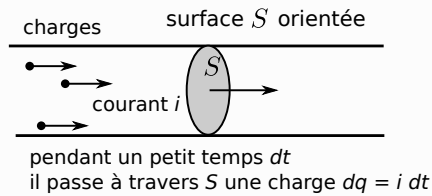
Courant électrique

Le courant électrique est un déplacement de charges électriques.

Unité : ampère.

Relation entre charge et courant :

$$i = \frac{dq}{dt}$$



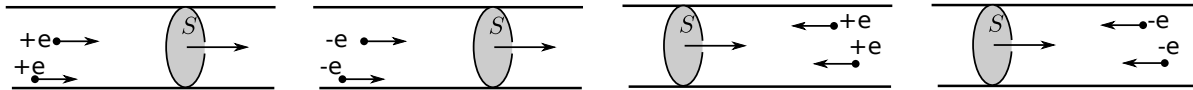
↪₂ Faire le lien entre les unités ampères et coulombs.

► **Cas stationnaire** : si i ne varie pas dans le temps, on peut le noter I .

↪₃ Alors $I = \frac{dq}{dt}$ s'intègre en :

↪₄ **Exemple** : $I = 1$ A pendant $t = 10$ s. Quelle est la charge débitée ? Et le nombre d'électrons ?
Ce nombre immense justifie qu'on traite le courant comme une grandeur continue.

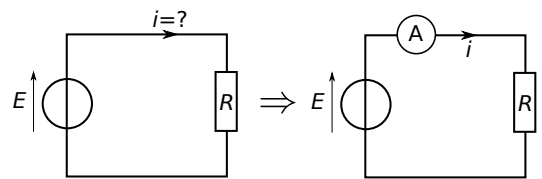
► **Le courant est algébrique** : il peut être > 0 ou < 0 . ↪₅ Ci-dessous indiquez le signe du courant passant par S .



► **Qu'est-ce qui assure la conduction ?**

- Dans les métaux : les électrons se déplacent.
- Dans les solutions aqueuses : les ions se déplacent.

► **Mesure du courant** : on utilise un ampèremètre, placé en série dans le circuit.



3 – Potentiel électrique V et tension

Potentiel V

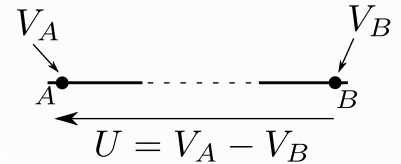
Le potentiel est une grandeur liée au champ électrique (cf programme de 2^e année) et à l'énergie des charges (cf chapitre mécanique).

Les charges sont mises en mouvement par des **différences de potentiel**.

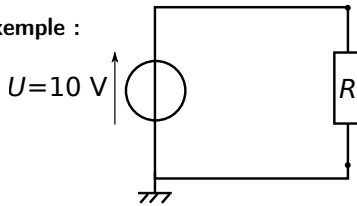
- Le potentiel V est défini en **un point** du circuit.
- Unité : volt.
- Il est identique en tout point d'un fil idéal.
- Il est défini à une constante additive près. Par convention, **la masse** est l'endroit où $V = 0$.

Tension

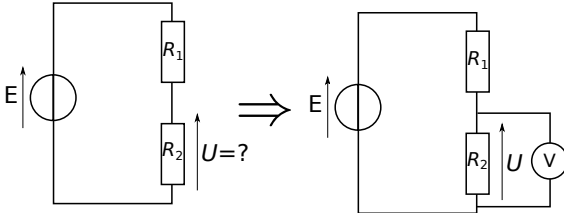
La tension U est définie **entre deux points A et B** :
c'est la différence de potentiel entre ces deux points.



~6 Exemple :



► **Mesure de la tension** : on utilise un voltmètre, placé en parallèle.



Remarque : ne pas confondre la masse et la terre (schémas).

La terre est un dispositif de sécurité, facultatif. On n'en parlera jamais.

► **Ordres de grandeur**

Type de circuit	Ordre de grandeur du courant	Ordre de grandeur de la tension
Circuit faible puissance (TP, circuit de commande)	1 à 100 mA	1 mV à 10 V
Réseau domestique habitation	1 à 10 A	220 V (valeur efficace)
Ligne haute tension	kA	100 à 1000 kV

Remarque : Les répercussions sur le corps humain sont liées au courant le traversant : le seuil létal est de 40 mA pendant 3 s, ou 300 mA pendant 0,1 s. Voir document site classe.

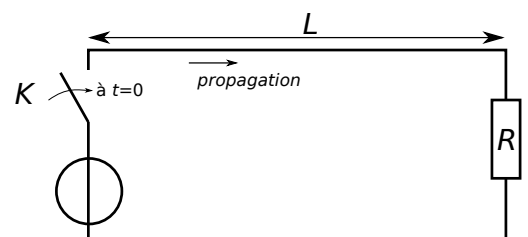
4 – Approximation des régimes quasi-stationnaires

Quasi-stationnaire = presque stationnaire = varie très lentement.

Exemple : Lors de la fermeture de l'interrupteur K , il y a propagation du courant et de la tension sous forme d'ondes $i(x,t)$ et $u(x,t)$.

Vitesse de propagation : $c = 3 \times 10^8$ m/s.

→ compliqué !



ARQS

L'ARQS consiste à **négliger les phénomènes de propagation**.

- Soit T le temps de variation de la source (ex : le GBF délivre $e(t) = E_0 \cos\left(\frac{2\pi}{T}t\right)$).
- Soit τ le temps de propagation de i et de u dans le circuit.

⇒ L'ARQS est valide si $\tau \ll T$ (propagation instantanée).

Or

On se placera toujours dans l'hypothèse de l'ARQS. ~7 **EC1**.

II – Lois fondamentales

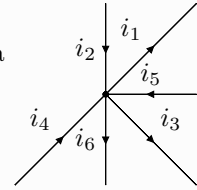
Les lois de Kirchhoff (démonstration expérimentale vers 1845) sont la loi des nœuds et la loi des mailles.

1 – Pour le courant : lois des nœuds

Loi des nœuds

En un point quelconque d'un circuit, la somme des courants qui arrivent est égale à la somme des courants qui repartent.

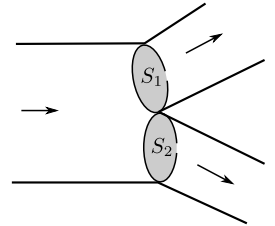
Par exemple dans le cas ci-contre, on a :



Démonstration (pas à savoir faire)

Cette loi traduit la conservation de la charge électrique (qui ne peut être ni créée ni détruite) :

Charge passant par $S_1 + S_2$ pendant dt :



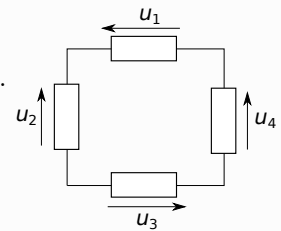
→₈ EC2

2 – Pour les tensions : loi des mailles

Loi des mailles

La somme des tensions (comptées algébriquement) rencontrées dans une maille est nulle.

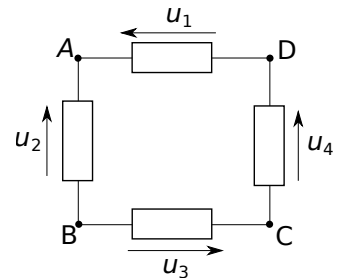
Par exemple dans le cas ci-contre, on a :



Démonstration (pas à savoir faire)

Lorsqu'on suit un chemin dans un circuit et qu'on revient au même endroit, le potentiel est le même.

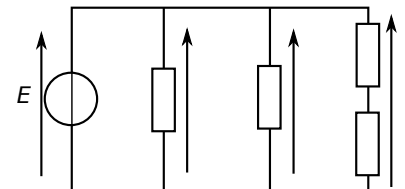
Par exemple ci-contre :



→₉ EC3

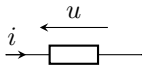
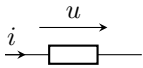
Un exemple important : des portions de circuit en parallèle sont soumises à la même tension.

→₁₀ Compléter ci-contre.



III – Dipôles résistifs et sources

1 – Convention générateur ou récepteur, puissance

Convention récepteur	Convention générateur
	
$\mathcal{P}_r = u \times i$ est la puissance reçue par le dipôle. (elle provient des charges qui le traversent)	$\mathcal{P}_c = u \times i$ est la puissance cédée par le dipôle. (elle est cédée aux charges qui le traversent)
$\mathcal{P}_r$ est algébrique : • Si $\mathcal{P}_r > 0$, le dipôle reçoit effectivement de la puissance • Si $\mathcal{P}_r < 0$, le dipôle cède en fait une puissance $-\mathcal{P}_r$	$\mathcal{P}_c$ est algébrique : • Si $\mathcal{P}_c > 0$, le dipôle cède effectivement de la puissance • Si $\mathcal{P}_c < 0$, le dipôle reçoit en fait une puissance $-\mathcal{P}_c$

2 – Énergie

~11 Rappelez l'unité de l'énergie, celle de la puissance, et le lien entre les deux.

- En convention récepteur : l'énergie reçue par le dipôle entre des instants t_1 et t_2 (on pose $T = t_2 - t_1$) est :
 - Si $\mathcal{P}_r = \text{cst}$, alors
 - Cas général,
- En convention générateur : l'énergie cédée par le dipôle aux charges le traversant, entre des instants t_1 et t_2 (on pose $T = t_2 - t_1$) est :
 - Si $\mathcal{P}_c = \text{cst}$, alors
 - Cas général,

3 – Fil et interrupteur

- **Fil parfait** : résistance nulle, le potentiel V est identique en tout point, tension nulle.
- **Interrupteur** :
 - fermé : idem fil (tension nulle). Schéma :
 - ouvert : courant nul, tension inconnue. Schéma :

4 – Résistance

- Convention récepteur. Schéma :
- Résistance R en ohm (Ω).
- Loi de comportement :

Remarque : si on utilise la convention générateur, alors la loi de comportement devient :

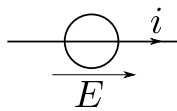
- Puissance reçue :

La puissance reçue est toujours positive.

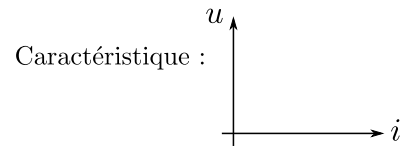
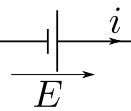
Elle est dissipée par **effet Joule**, c'est-à-dire que la puissance électrique est transformée en puissance thermique (échauffement du matériau).

5 – Source de tension et source de courant

a/ Source idéale de tension



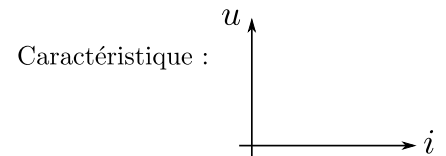
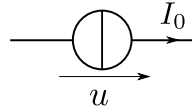
ou pour une pile :



Une telle source impose une tension E . Le courant est inconnu (il dépend du reste du circuit).

b/ Source idéale de courant

Une telle source impose un courant I_0 . La tension est inconnue (elle dépend du reste du circuit).

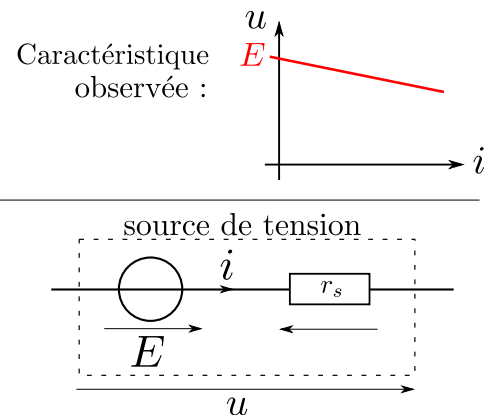


c/ Source réelle de tension : modèle de Thévenin

Dans une source de tension réelle, E n'est pas strictement constant. Pour rendre compte de ceci, on peut utiliser le modèle de Thevenin (ci-contre).

Exemple : Pour les générateur GBF de TP, $r_s = 50 \Omega$.

→₁₂ Donner l'expression de la tension délivrée u en fonction de i .



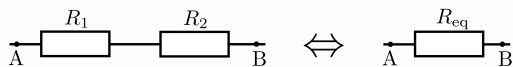
IV - Étude des circuits

1 – Associations équivalentes de résistances

Association en série

En série, on somme les résistances :

$$R_{eq} = R_1 + R_2.$$



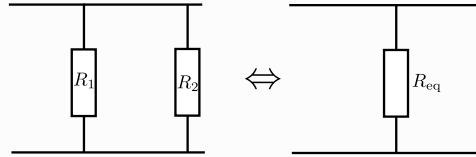
Démonstration :

→₁₃ Pour un nombre N quelconque de résistances :

Association en parallèle ou dérivation

En dérivation, ce sont les inverses qui s'ajoutent :

$$\frac{1}{R_{\text{eq}}} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}.$$



Pour deux résistances on a donc $R_{\text{eq}} = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2},$

mais attention sous cette forme la formule n'est valable que pour deux résistances (pour trois on n'a pas $R_1 R_2 R_3 / (R_1 + R_2 + R_3)$, ce n'est même pas homogène!).

Démonstration du passage d'une forme à l'autre :

Démonstration pour $1/R_{\text{eq}}$ (pas à savoir faire) :

→₁₄ Pour un nombre N quelconque de résistances :

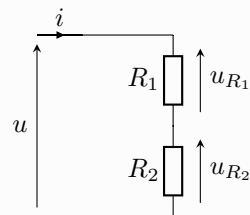
→₁₅ EC4.

2 – Diviseur de tension et diviseur de courant

Diviseur de tension

Dans la situation suivante où R_1 et R_2 sont en série (parcoursues par le même courant), on a :

$$u_{R_1} = u \times \frac{R_1}{R_1 + R_2} \quad \text{et de même} \quad u_{R_2} = u \times \frac{R_2}{R_1 + R_2}.$$

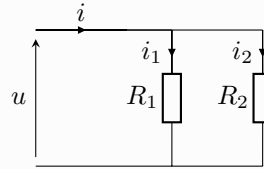


Démonstration (pas à savoir faire) :

Diviseur de courant

Dans la situation suivante où R_1 et R_2 sont en parallèle (soumises à la même tension), on a :

$$i_1 = i \times \frac{R_2}{R_1 + R_2} \quad \text{et de même} \quad i_2 = i \times \frac{R_1}{R_1 + R_2}.$$



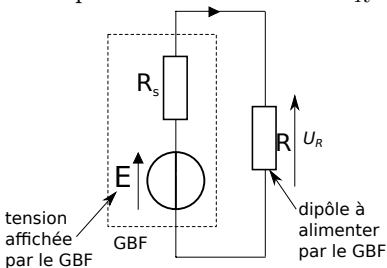
Démonstration (pas à savoir faire) :

3 – Résistance d'entrée, résistance de sortie

a/ Résistance de sortie d'une source de tension (GBF, pile...)

Nous avons vu qu'une source réelle de tension se comporte comme un modèle de Thévenin, avec une résistance interne. Cette résistance interne est aussi appelée **résistance de sortie**. Pour un GBF elle est de 50Ω . Voyons quelles conséquences elle a.

~16 Ci-dessous, exprimer la tension u_R reçue par le dipôle à alimenter, en fonction de la tension E affichée par le GBF. Sous quelle condition a-t-on $u_R \simeq E$?



Bilan

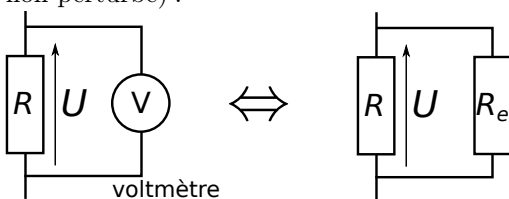
La résistance de sortie d'une source de tension n'est pas nulle.
On peut l'ignorer si elle est **petite** devant la résistance équivalente du circuit qu'elle alimente.

b/ Résistance d'entrée d'un voltmètre ou oscilloscope

Brancher un voltmètre ou un oscilloscope en dérivation, pour faire une mesure de tension, revient à placer une résistance équivalente R_e appelée **résistance d'entrée** de l'appareil de mesure.

→ Problème : ceci modifie le circuit

~17 Ci-dessous, exprimer la résistance équivalente à R et R_e . À quelle condition est-elle environ égale à R (donc circuit non perturbé) ?



Bilan

La résistance d'entrée d'un appareil de mesure de tension doit être **grande** devant la résistance équivalente du circuit auquel il est branché.

Pour un voltmètre : $R_e \simeq 10 \text{ M}\Omega$, pour un oscilloscope : $R_e \simeq 1 \text{ M}\Omega$.