

Complément : relations de dispersion des modes dans un plasma, en fonction du modèle utilisé

Mickaël Melzani
mickael.melzani@gmail.com
www.mmelzani.fr

Résumé : *Ces notes étendent la discussion de l'article "Ondes dans un plasma dilué non magnétisé" au cas magnétisé, c'est-à-dire en présence d'un champ magnétique uniforme \vec{B}_0 à grande échelle. La présence de ce champ rend la situation anisotrope, et les relations de dispersion dépendent de l'angle entre le vecteur d'onde \vec{k} et le champ magnétique \vec{B}_0 .*

Cadre : plasma totalement ionisé, dilué (pas d'effets quantiques, rôle des collisions négligé, cf. [5]).

1 Présentation

La figure page suivante fait suite à l'article "Ondes dans un plasma dilué non magnétisé" [6]. L'article explique que l'on peut distinguer plusieurs modèles d'un plasma : le modèle du plasma froid non magnétisé, le modèle du plasma chaud non magnétisé, le modèle du plasma froid et magnétisé, et le modèle du plasma chaud et magnétisé (pour ce dernier soit dans une limite basse fréquence avec le modèle de la magnétohydrodynamique, soit en toute généralité).

L'article présentait en particulier, dans sa figure 2, les relations de dispersion des différents modes dans un plasma non magnétisé (modèle froid et modèle chaud). Ces deux diagrammes sont reproduits dans la figure ci-dessous (les deux encadrés pointillés à droite), et complétés par :

- Les relations de dispersion pour les modes existants dans un plasma dans le cadre du modèle froid et magnétisé (encadré à gauche).

Deux cas particuliers sont présentés : \vec{k} perpendiculaire à \vec{B}_0 , et \vec{k} parallèle à \vec{B}_0 . Le cas général oblique n'est pas fondamentalement différent (il existe des diagrammes appropriés, voir [1, 2, 3]).

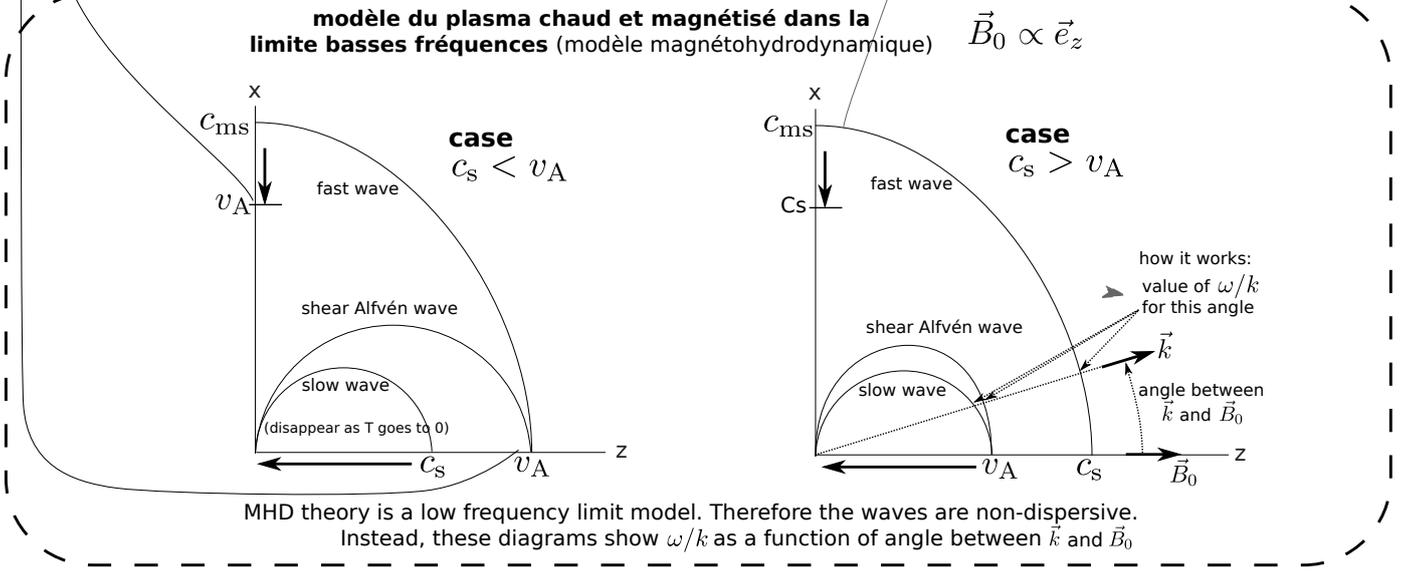
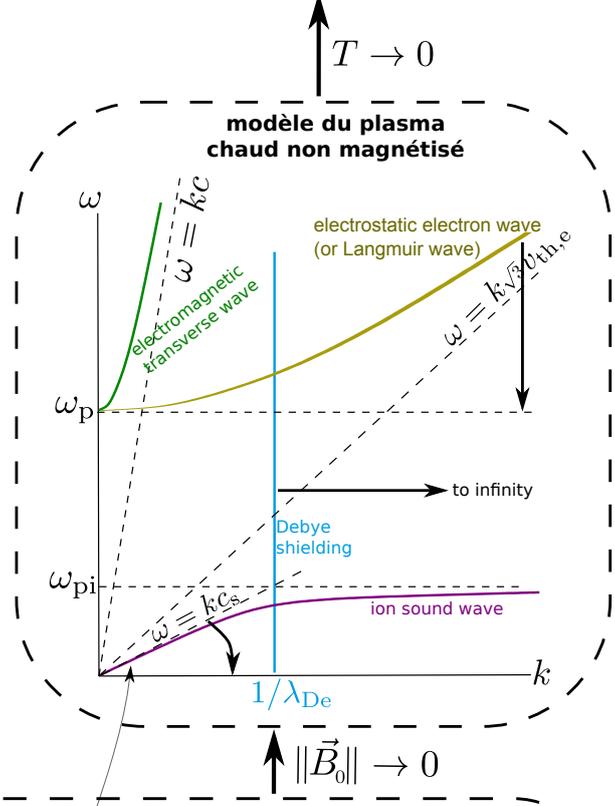
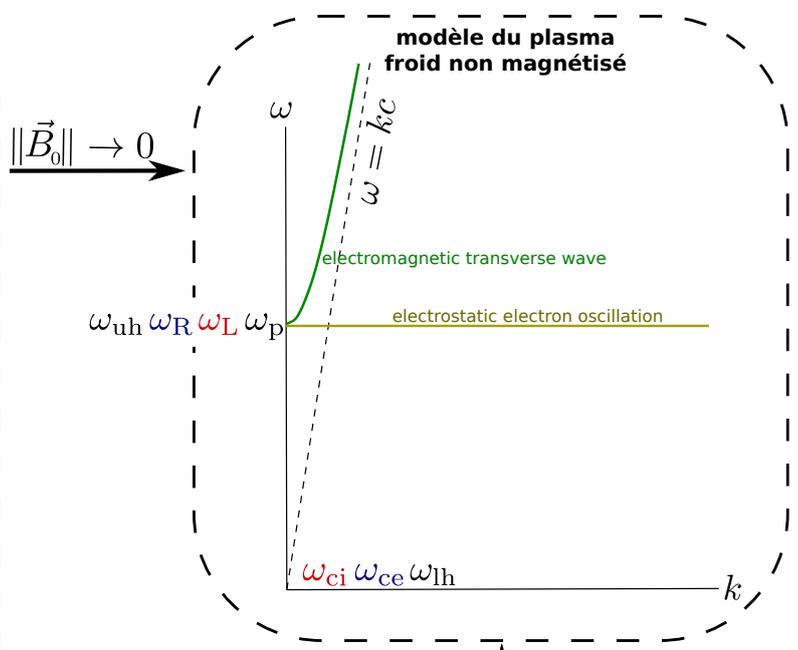
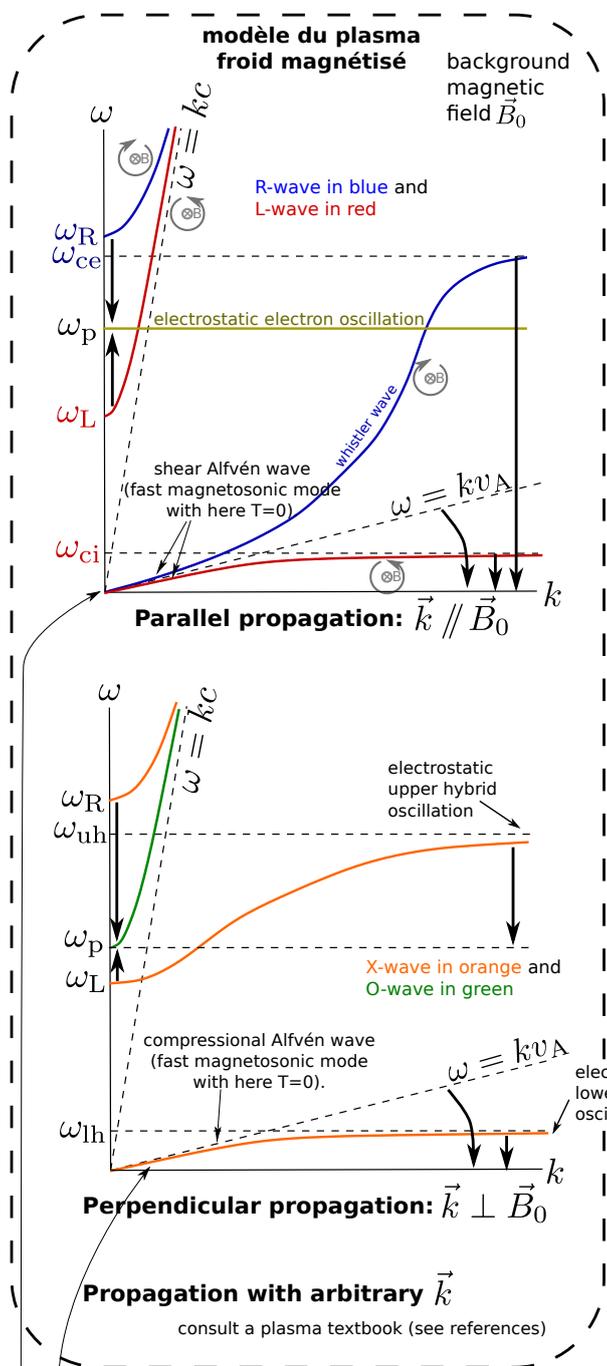
- Les graphiques représentant l'évolution de la vitesse de phase ω/k en fonction de l'angle entre \vec{k} et \vec{B}_0 dans le modèle magnétohydrodynamique (chaud et magnétisé dans la limite basse fréquence $\omega \ll \omega_{ci}$, encadré en bas).

Dans ce modèle basse fréquence, $\omega \rightarrow 0$, et il n'y a donc pas de dispersion. C'est pourquoi on ne peut pas représenter de graphique $\omega(k)$. Il faut voir les ω/k indiqués comme étant la pente, lorsque $\omega \rightarrow 0$, dans les relations de dispersion non approximées.

2 Lecture des flèches

Les flèches dans la figure page 2 permettent de comprendre comment évoluent les différents modes lorsque l'on passe d'un modèle à l'autre en faisant tendre la température ou le champ magnétique vers 0.

Par exemple, si l'on part du modèle froid magnétisé (gauche) et que l'on fait $\|\vec{B}_0\| \rightarrow 0$, alors les différents modes évoluent en suivant les flèches noires pleines (si on prend le cas de la propagation parallèle, les deux modes autour de ω_p fusionnent pour devenir le mode correspondant à l'onde électromagnétique transverse, l'onde whistler disparaît, le mode en rouge à bas ω également).



modèle du plasma chaud et magnétisé sans hypothèse sur la fréquence : complexe...

Concernant le modèle magnétohydrodynamique, les deux diagrammes concernent les cas $v_A < c_s$ et $v_A > c_s$. Pour le premier cas, les flèches noires pleines correspondent à faire $B_0 \rightarrow 0$ afin de retrouver le modèle chaud non magnétisé. Pour le second cas, elles correspondent à faire $T \rightarrow 0$ pour retrouver le modèle froid magnétisé.

Les flèches noires fines qui partent de ce diagramme indiquent où l'on retrouve les différents modes MHD dans les autres modèles (à basse fréquence).

3 Formulaire

Nous donnons ici les expressions des différentes grandeurs intervenant dans la figure. Voir les articles du BUP pour l'interprétation de certaines. Voir [4] pour plus d'explications techniques (et une figure traçant l'évolution des différentes pulsation avec B_0).

Notations : n_e et n_i densités électronique et ionique, e charge élémentaire (positive), Z ionisation des ions (leur charge est Ze), m_e et m_i masses des électrons et des ions, T_e et T_i températures électronique et ionique, $v_{th,e} = \sqrt{k_B T_e / m_e}$ et $v_{th,i} = \sqrt{k_B T_i / m_i}$ vitesses thermiques électronique et ionique.

Pulsations du modèle froid magnétisé

Les pulsations de cette théorie sont un mélange des pulsations plasma électronique et ionique (effets collectifs à grand nombre de particules) et des pulsations cyclotron électronique et ionique (dynamique individuelle des particules dans le champ magnétique).

Lower hybrid pulsation :

$$\omega_{lh}^2 = \frac{\omega_{ce}^2 \omega_{pi}^2 + \omega_{ce}^2 \omega_{ci}^2 + \omega_{pe}^2 \omega_{ci}^2}{\omega_{pe}^2 + \omega_{ce}^2}. \quad (1)$$

Upper hybrid pulsation :

$$\omega_{uh} = (\omega_{pe}^2 + \omega_{ce}^2)^{1/2}. \quad (2)$$

Right and left cutoff pulsations (where all pulsations are taken positive) :

$$\begin{aligned} \omega_L &= \frac{1}{2} [(\omega_{ce}^2 + 4\omega_{pe}^2)^{1/2} - \omega_{ce}], \\ \omega_R &= \frac{1}{2} [(\omega_{ce}^2 + 4\omega_{pe}^2)^{1/2} + \omega_{ce}]. \end{aligned} \quad (3)$$

On a les relations $\omega_R > \omega_{uh} > \omega_{pe} > \omega_L$. Pour un plasma ion-electron tel que $m_i/m_e = 1836$, on a $\omega_L > \omega_{uh}$ tant que $\omega_{ce}/\omega_{pe} < 30$.

Vitesse de phase des ondes MHD

La vitesse d'Alfvén non relativiste est

$$v_A = \frac{B_0}{\sqrt{4\pi n_e m_i}}. \quad (4)$$

La vitesse magnéto-sonique est définie par

$$c_{ms} = (v_A^2 + c_s^2)^{1/2}, \quad (5)$$

avec v_A ci-dessus et c_s la vitesse de l'onde sonore ionique donnée par

$$c_s = \left(\frac{T_e + 3ZT_i}{m_i} \right)^{1/2} = \left(\frac{1}{2} \frac{m_e}{m_i} v_{th,e}^2 + \frac{3}{2} Z v_{th,i}^2 \right)^{1/2}. \quad (6)$$

Références

- [1] P. M. Bellan. *Fundamentals of Plasma Physics*. January 2006.
- [2] F. F. Chen. *Introduction to plasma physics and controlled fusion. Vol. I : plasma physics. Second edition*. 1984.
- [3] R. Fitzpatrick. *The Physics of Plasmas*. 2011. URL <http://farside.ph.utexas.edu/teaching/plasma/plasma.html>.
- [4] M. Melzani. Polycopié accompagnant un cours de physique des plasmas donné à l'ENS de Lyon. 2014.
- [5] M. Melzani. Une courte introduction à la physique des plasmas dilués. *Bull. Un. Phys.*, 992 : 329–342, March 2017.
- [6] M. Melzani. Ondes dans un plasma dilué non magnétisé. *Bull. Un. Phys.*, 993 :425–441, April 2017.

Remarque : Les articles à mon nom sont également disponibles sur ma page personnelle, qui contient également d'autres ressources.