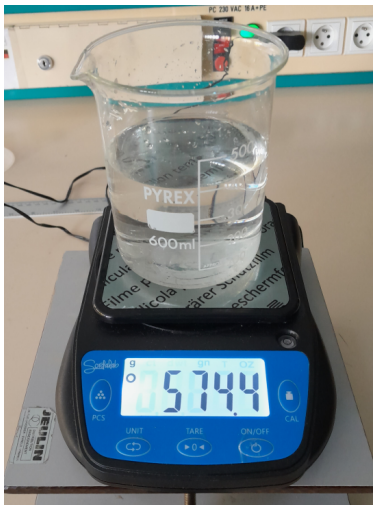
12.18 Poussée d'Archimède

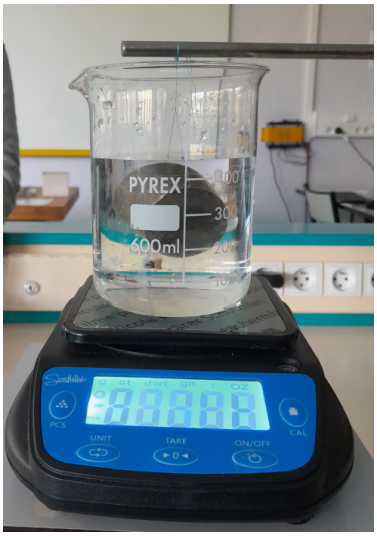
On réalise l'expérience suivante avec un morceau cylindrique de métal :



1/ Morceau de métal seul posé sur la balance.
La balance indique 133,6 g.



2/ Bécher rempli d'eau seul posé sur la balance.
La balance indique 574,4 g.



3/ Morceau de métal, retenu par une ficelle et immergé entièrement dans l'eau (mais sans toucher le fond).
La balance indique 623,7 g.

La balance est tarée plateau vide.

1 - En déduire la densité du métal, et l'identifier parmi la liste.

Métal/Alliage	Plomb	Bismuth	Or	Platine	Etain	Argent
c (J.kg^{-1}.K^{-1})	129	122	129	130	228	234
densité	11	9,8	19	21	7,3	10

Métal/Alliage	Laiton	Zinc	Cuivre	Nickel	Fer	Acier(1,5% C)	Aluminium
c (J.kg^{-1}.K^{-1})	377	380	385	440	444	470	897
densité	8,9	7,1	9,0	8,3	7,9	7,7	2,7

12.19 Chute libre d'un parachutiste et résolution numérique – DM

Fin juillet 2016, Luke Aikins a sauté d'un avion sans parachute ni wingsuit, d'une altitude de 7,6 km. Sa chute a duré deux minutes. Il a atteint la vitesse maximale de 193 km/h. Il s'est réceptionné dans un filet de 30 m sur 30 m à 61 m du sol. Nous nous proposons d'étudier cette chute.

Compte tenu de la vitesse, les forces de frottements sont du type $f = kv^2$, avec k un coefficient et v la norme de la vitesse. On prendra pour l'intensité de la pesanteur $g = 10\,\mathrm{m/s^2}$. La masse de Luke Aikins est de 100 kg. On prend un axe z dirigé vers le bas, dont l'origine est au niveau du départ du saut.

1 - Établir l'équation du mouvement portant sur la position $z(t)$ de Luke et celle sur sa vitesse $v(t)$. On fera un schéma.

2 - En déduire l'expression de la vitesse limite v_l atteinte par Luke, en fonction des autres paramètres.

3 - En déduire la valeur numérique du coefficient de frottement k. On prendra garde à l'unité de k.

On souhaite savoir au bout de combien de temps la vitesse limite est atteinte, et également au bout de quelle hauteur de chute.

4 - Il faut pour cela résoudre l'équation différentielle établie à la question 1. Est-elle linéaire ? Connaissez vous une méthode simple de résolution ?

Dans ce cas, une possibilité est d'utiliser une résolution numérique. C'est ce que nous avons fait ci-contre, où nous avons résolu l'équation différentielle à l'aide de la méthode d'Euler grâce à un algorithme écrit en Python, partiellement écrit ci-dessous :

```
g = 9.8          # pesanteur, m/s**2
vl = 193./3.6    # vitesse limite, m/s
m = 100.         # masse en kg
k = m*g/vl**2    # coefficient de frottement de la loi en k*v**2

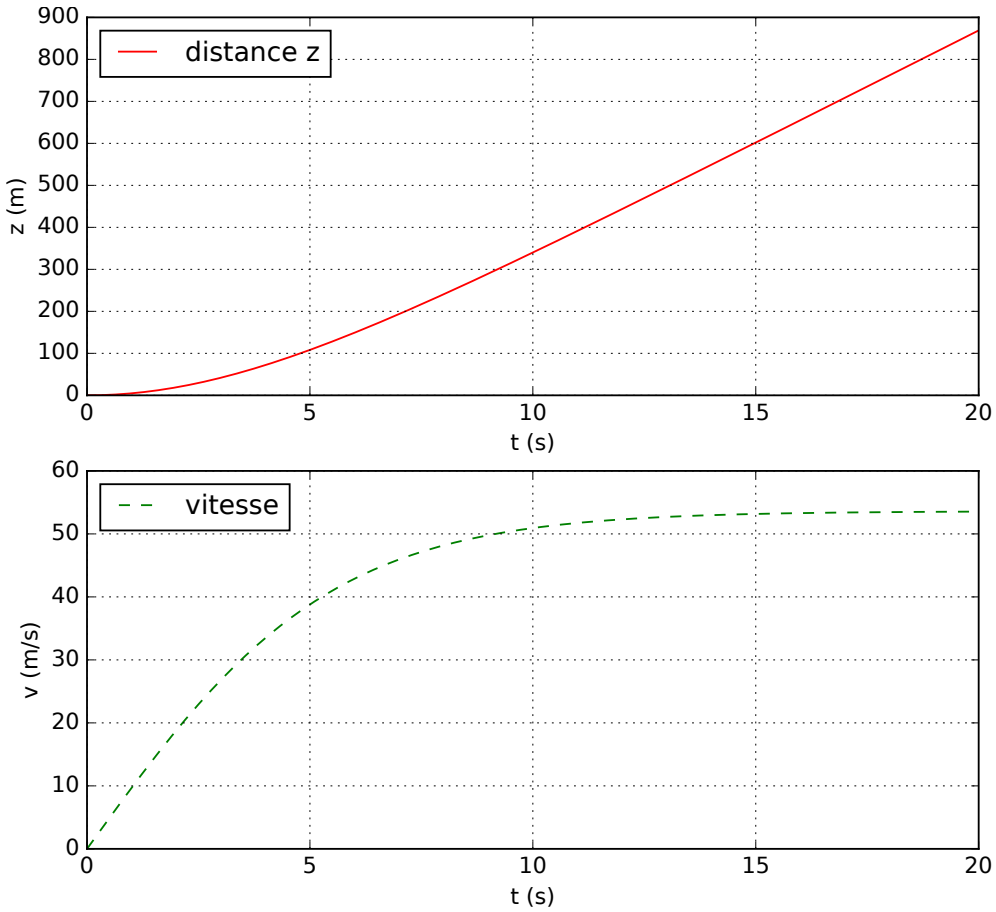
v0 = 0.          # vitesse initiale
dt = 0.02        # pas d'integration en secondes
fin = 20.        # durée de la simulation (secondes)

liste_t = [0]    # liste des instants t
liste_z = [0]    # liste des positions z
liste_v = [v0]   # liste des vitesses v
t = 0.
z = 0.
v = v0

nb_iterations = int(fin/dt)
for i in range(nb_iterations):
    # à compléter (plusieurs lignes)
```

5 - Proposer les lignes de code manquantes ci-dessus, afin que la boucle `for` remplisse les listes `liste_t`, `liste_z` et `liste_v` de façon adéquate.

6 - À l'aide de la résolution numérique, estimer le temps nécessaire pour atteindre 95% de la vitesse limite. Au bout de quelle hauteur de chute cela a-t-il lieu ?

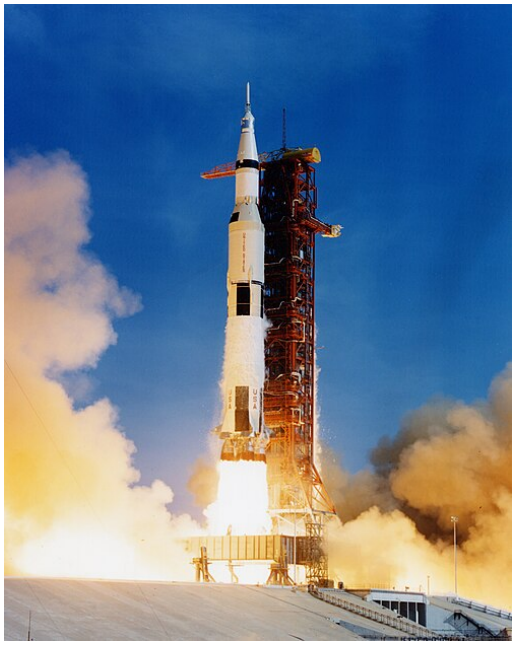


Pour plus d'informations sur le saut de Luke Aikins : voir le livre *Quand je fais de la physique* de L. Mathieu.

12.20 Décollage de la fusée Voskhod-2

D'après CCINP MP 2022.

On étudie le décollage d'une fusée. Le champ de pesanteur est uniforme dans la zone où *Voskhod-2* se déplace et a la valeur $g_0 = 9{,}81\ \text{m}\cdot\text{s}^{-2}$. L'instant $t = 0$ est l'instant de départ de la fusée. On choisit un axe z orienté vers le haut, avec $z = 0$ au sol.



Décollage, ici de Apollo 11.

Le vaisseau est lancé par une fusée qui peut, à l'aide de tuyères, éjecter des gaz avec une vitesse de $u = 3\ \text{km}\cdot\text{s}^{-1}$ (par rapport à la tuyère). La trajectoire de la fusée est supposée rectiligne verticale. Quand on écrit le principe fondamental de la dynamique au système ouvert fusée, dans le référentiel géocentrique, on obtient l'équation différentielle suivante :

$$m(t)\frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t} = -m(t)g_0 - u\frac{\mathrm{d}m}{\mathrm{d}t}.$$

Tout se passe comme si s'exerçait à l'instant t sur le système de masse $m(t)$, en plus du poids, une force de poussée égale au produit de la vitesse relative d'éjection par le débit massique ($D_m = -\frac{\mathrm{d}m}{\mathrm{d}t}$) des gaz éjectés. Les forces de frottement sont négligées.

1 - Quel est le signe de $D_m = -\frac{\mathrm{d}m}{\mathrm{d}t}$?

2 - Montrer que la fusée chargée (vaisseau, 2 passagers, combustible de masse initiale m_{comb}, carcasse, matériel...) de masse initiale $m_0 = M + m_{\text{comb}}$ ne peut décoller que si le débit massique est suffisant (donner l'expression du débit massique minimal).

La masse $m(t)$ de la fusée chargée s'écrit tant qu'il y a du combustible :

$$m(t) = M + m_{\text{comb}}(1 - \alpha t) = m_0 - m_{\text{comb}} \times \alpha t.$$

On écrit l'équation du mouvement sous la forme suivante :

$$\frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t} = -g_0 - u\frac{1}{m(t)}\frac{\mathrm{d}m}{\mathrm{d}t}.$$

3 - Vérifier qu'une primitive de $\dfrac{1}{m(t)}\dfrac{\mathrm{d}m}{\mathrm{d}t}$ est $\ln m(t)$.

En déduire, par intégration de l'équation sur la vitesse entre l'instant $t = 0$ et un instant t_1, la relation suivante :

$$v(t_1) = u\ln\frac{m_0}{m(t_1)} - g_0 t_1.$$

4 - Exprimer puis calculer la vitesse v_1 lorsqu'il n'y a plus de carburant. On prendra $M = 30$ tonnes, $m_{\text{comb}} = 90$ tonnes et $\alpha = 5\cdot10^{-3}\ \text{s}^{-1}$.

En intégrant l'expression précédente de $v(t)$, on peut montrer que l'altitude atteinte à l'instant t_1 où il n'y a plus de carburant vaut :

$$h = \frac{u}{\alpha}\left(1 - \frac{M}{m_{\text{comb}}}\ln\left(\frac{m_0}{M}\right)\right) - \frac{g_0}{2\alpha^2} = 127\,\text{km}.$$

Ensuite, le mouvement est celui d'un projectile soumis uniquement à son poids.

6 - À quel instant t_2 la vitesse devient-elle nulle ?

7 - Exprimer et calculer l'altitude H maximale que la fusée peut atteindre.