

Mouvement des particules chargées

I Champ électrique et champ magnétique

1 - Charges et courant électrique

Charge q , courant I
Coulombs Ampères = C/s

produisent

2 - Champ électrique $\vec{E}$ V/m

3 - Champ magnétique $\vec{B}$ Tesla

agissent sur

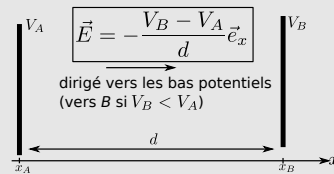
via

4 - Force de Lorentz $\vec{F} = q(\vec{E} + \vec{v} \wedge \vec{B})$ (et sa puissance)

5 - Énergie potentielle associée à $\vec{F} = q\vec{E}$

cas général : $E_p = qV(M)$

Lien entre V et $\vec{E}$:



partie électrique
travaille
conservative

partie magnétique
ne travaille pas
courbe la trajectoire

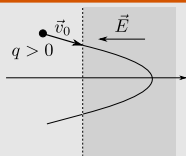
II Mouvement dans un champ électrostatique uniforme

1 - Mise en équation, type de mouvement

a/ PFD trajectoire = linéaire, ou parabole

b/ Approche énergétique

$$E_m = E_c + qV(M) = \text{cst}$$



2 - Applications

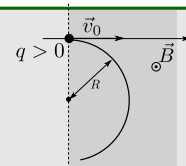
Accélération charges, cf TD

III Mouvement dans un champ magnétostatique uniforme ($\vec{v}_0 \perp \vec{B}$)

1 - Mise en équation, type de mouvement

a/ Approche énergétique $\|\vec{v}\| = \text{cst}$

b/ PFD trajectoire = circulaire (admis)
→ rayon ? temps de parcours ?



2 - Applications

Contrôle trajectoire des charges,
spectromètres,
cf TD

IV Cas des vitesses proches de c : relativité

Ce qu'il faut connaître

_____ (cours : I)

- ₁ Quelle sont les unités SI de la charge électrique, du courant électrique, du champ électrique et du champ magnétique ?
- ₂ Quelle est l'expression de la force électrique entre deux charges q_1 et q_2 ponctuelles ? Faire un schéma.
- ₃ Quelle est l'expression de la force de Lorentz ?
- ₄ Un champ électrique peut-il modifier l'énergie cinétique d'une particule ? Et un champ magnétique ? Pourquoi ?
- ₅ Quelle est l'expression de l'énergie potentielle associée à la force électrique (expression en fonction du potentiel $V(M)$) ?
- ₆ On considère une plaque au potentiel V_A et une autre au potentiel V_B ($V_B < V_A$). Quelle est la norme et la direction du champ $\vec{E}$ entre les plaques ?

_____ (cours : II)

- ₇ Citer une application de l'accélération de charges par un champ $\vec{E}$.

_____ (cours : III)

- ₈ Quel est le type de trajectoire pour une particule dans un champ $\vec{B}$ statique uniforme, lorsque $\vec{v}_0 \perp \vec{B}$?
- ₉ Citer une application de l'accélération de charges par un champ $\vec{B}$.

Ce qu'il faut savoir faire

_____ (cours : I)

- ₁₀ Évaluer les ordres de grandeur des forces électrique ou magnétique, les comparer à ceux des forces gravitationnelles.
→ **EC1**

_____ (cours : II)

- ₁₁ Mouvement dans un champ $\vec{E}$ statique et uniforme :

- mettre en équation le mouvement et le caractériser comme un mouvement à vecteur accélération constant ;
- effectuer un bilan énergétique pour calculer la vitesse d'une particule chargée accélérée par une différence de potentiel. → **EC2 et EC3**

_____ (cours : III)

- ₁₂ Mouvement dans un champ $\vec{B}$ statique et uniforme, lorsque $\vec{v}_0 \perp \vec{B}$:

- en admettant que la trajectoire est circulaire, déterminer son rayon. → **EC4**

Exercices de cours

Exercice C1 – Ordres de grandeurs pour la force électrostatique

- 1 - On considère deux électrons séparés d'une distance r . Donner l'expression puis la valeur du rapport $\eta = F_{\text{grav}}/F_{\text{elec}}$ entre les forces gravitationnelle et électrique s'exerçant entre les deux électrons.
- 2 - On considère un proton dans le champ de pesanteur terrestre, soumis à un champ électrique de 1 V/m. Évaluer le rapport entre la norme de son poids et celle de la force électrique qu'il subit.

Données : charge élémentaire $e = 1,6 \times 10^{-19}$ C ; masse d'un électron $m = 9,1 \times 10^{-31}$ kg ; masse d'un proton $m = 1,7 \times 10^{-27}$ kg ; constante de gravitation universelle $G = 6,67 \times 10^{-11}$ N · m² · kg⁻² ; permittivité diélectrique du vide $\varepsilon_0 = 8,8 \times 10^{-12}$ F · m⁻¹.

Correction

- 1 - $\eta = 2 \times 10^{-43}$.
- 2 - On trouve 10^{-7} .

Exercice C2 – Différence de potentiel pour créer un champ $\vec{E}$

Afin d'accélérer des particules chargées dans un accélérateur de particules, une méthode consiste à les placer dans un champ électrique $\vec{E}$. Ce champ est créé par deux plaques (deux électrodes), séparées d'une distance d .

On considère un électron émis au niveau de la plaque supérieure, dont le potentiel est $V = 0$, et accéléré jusqu'à la plaque inférieure, dont le potentiel est V_0 .

- 1 - Quel doit être le sens du champ électrique pour que l'électron soit accéléré vers la plaque du bas ? Quel doit donc être le signe de V_0 ?
- 2 - La distance séparant les plaques est $d = 10$ cm. On impose une différence de potentiel de 1,0 V. Que vaut alors le champ électrique ?

Exercice C3 – Charge accélérée par une différence de potentiel

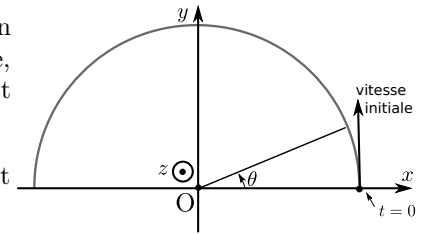
On part de la situation de l'EC2 : un électron inséré sans vitesse initiale au niveau d'une plaque de potentiel $V = 0$, et accéléré jusqu'à une seconde plaque de potentiel $V_0 > 0$.

- 1 - Donner l'expression de l'énergie mécanique de l'électron en fonction notamment de sa vitesse et du potentiel $V(M)$ où il est situé.
- 2 - En déduire l'expression de la vitesse de l'électron au niveau de la seconde plaque.
- 3 - Application numérique pour $V_0 = 1,0$ V.

Données : charge élémentaire $e = 1,6 \times 10^{-19}$ C ; masse d'un électron $m = 9,1 \times 10^{-31}$ kg.

Exercice C4 – Charge dans un champ magnétique

On considère une charge $q > 0$ de masse m évoluant dans le plan xOy , soumise à un champ magnétique $\vec{B} = -B\vec{e}_z$ constant. On admet que la trajectoire est circulaire, de rayon R , dans le plan xOy . On choisit un repère cylindrique d'axe Oz dont O est le centre du cercle décrit par la charge.



- 1 - Donner l'expression de la force de Lorentz. Faire un schéma de la trajectoire et y faire apparaître la force de Lorentz.
- 2 - À l'aide d'un PFD en polaires, établir l'expression de la vitesse angulaire, définie comme $\omega = |\dot{\theta}|$, en fonction de B , q et m .
Établir ensuite l'expression du rayon de la trajectoire en fonction de B , q , v et m .
- 3 - En déduire l'expression du temps T de parcours d'un tour de cercle. Application numérique pour $B = 1 \text{ T}$ avec un proton.

Données : charge élémentaire $e = 1,6 \times 10^{-19} \text{ C}$; masse d'un proton $m = 1,7 \times 10^{-27} \text{ kg}$.

Remarque : dans cet exercice, la charge tourne dans le sens direct et donc $\dot{\theta} > 0$ et $v > 0$. Mais si par exemple $\vec{B} = +B\vec{e}_z$, alors la force de Lorentz la fait tourner dans l'autre sens (sens indirect), et on aurait $\dot{\theta} < 0$ et $v < 0$. À la fin on trouverait $R = -\frac{mv}{qB}$, positif car $v < 0$.

Correction

1 - $\vec{F} = q\vec{v} \wedge \vec{B} = qR\dot{\theta}\vec{e}_\theta \wedge (-B\vec{e}_z) = -qR\dot{\theta}B\vec{e}_r$.

2 - Trajectoire circulaire donc $\vec{v} = R\dot{\theta}\vec{e}_\theta$ et $\vec{a} = R\ddot{\theta}\vec{e}_\theta - R\dot{\theta}^2\vec{e}_r$.

Le PFD donne $m\vec{a} = \vec{F}$, donc sur $\vec{e}_\theta$ on obtient $mR\ddot{\theta} = 0$, donc $\ddot{\theta} = 0$ donc $\dot{\theta} = \text{cst}$ qu'on peut noter ω .

Et sur $\vec{e}_r$ on a $-mR\dot{\theta}^2 = -qR\dot{\theta}B$, d'où $\dot{\theta} = \frac{qB}{m}$.

La vitesse angulaire est $\omega = |\dot{\theta}| = \frac{|qB|}{m}$ (aussì appelée pulsation cyclotron).

Enfin, $v = R\dot{\theta}$ donc $R = \frac{v}{\dot{\theta}} = \frac{mv}{qB}$.

Remarque : si on demande directement le rayon, sans passer par l'expression de $\dot{\theta}$, on peut faire pareil. On peut aussi utiliser une autre méthode : écrire que $v = R\dot{\theta}$, donc $\dot{\theta} = \frac{v}{R}$ et on remplace dans l'accélération selon $\vec{e}_r$:

$$\vec{a}_r = -R\dot{\theta}^2\vec{e}_r = -R\frac{v^2}{R^2}\vec{e}_r = -\frac{v^2}{R}\vec{e}_r.$$

D'autre part $\vec{F} = -qR\dot{\theta}B\vec{e}_r = -qvB\vec{e}_r$.

Puis on écrit le PFD selon $\vec{e}_r$: $-m\frac{v^2}{R} = -qvB$, d'où $R = \frac{mv}{qB}$.

3 - On utilise $T = \frac{2\pi}{\omega}$, ou bien $v = \frac{2\pi R}{T}$ soit $T = \frac{2\pi R}{v}$.

On obtient $T = \frac{2\pi m}{|qB|}$. AN : $T = 6,7 \times 10^{-8} \text{ s}$.

Documents associés au cours

Constantes physiques :

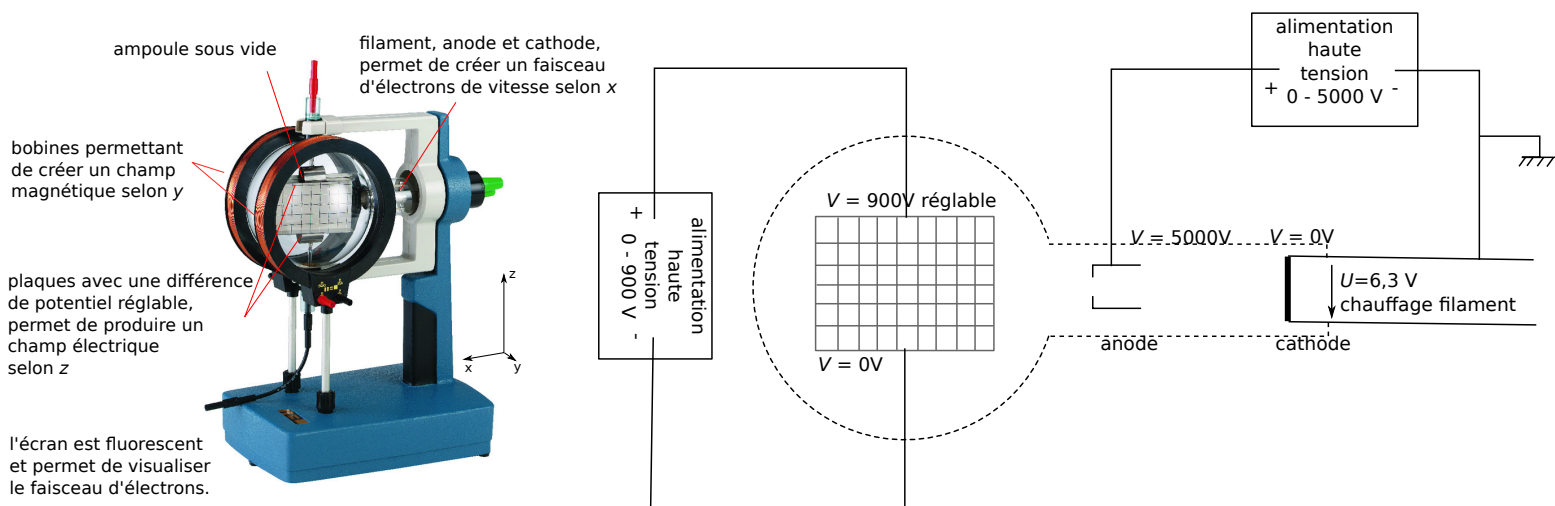
- Vitesse de la lumière dans le vide : $c = 2,99\,792\,458 \times 10^8 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$ (par définition du mètre).
- Permittivité du vide : $\varepsilon_0 = 8,854 \times 10^{-12} \text{ F} \cdot \text{m}^{-1}$ (aussi appelée permittivité diélectrique du vide).
- Perméabilité du vide : $\mu_0 = 12,57 \times 10^{-7} \text{ H} \cdot \text{m}^{-1}$ (aussi appelée perméabilité magnétique du vide).
- Charge élémentaire : $e = 1,602\,176\,634 \times 10^{-19} \text{ C}$ (par définition du coulomb). La charge d'un proton est $+e$, celle d'un électron $-e$.
- Masse d'un électron : $m_e = 9,109 \times 10^{-31} \text{ kg}$ (on retiendra 10^{-30} kg), d'un proton : $m_p = 1,673 \times 10^{-27} \text{ kg}$.
- Constante universelle de gravitation : $G = 6,67 \times 10^{-11} \text{ m}^3 \cdot \text{kg}^{-1} \cdot \text{s}^{-2}$.

- $\|\vec{E}\|$: V/m (volt par mètres)

Unités :

- $\|\vec{B}\|$: T (tesla)
- charge q : C (coulomb)
- potentiel V : V (volt)
- courant I : A = C/s (ampère)

Expérience du canon à électrons :



Notions mathématiques

Produit vectoriel

$\vec{u} \wedge \vec{v}$ est un vecteur.

- Il est tel que $(\vec{u}, \vec{v}, \vec{u} \wedge \vec{v})$ forme un trièdre direct : on obtient donc sa direction avec la règle de la main droite.
- Sa norme est $\|\vec{u} \wedge \vec{v}\| = \|\vec{u}\| \|\vec{v}\| \sin \alpha$ avec α = angle entre $\vec{u}$ et $\vec{v}$.

Propriétés :

- $\vec{u} \wedge \vec{v}$ est un vecteur.
- $\vec{u} \wedge \vec{v} = -\vec{v} \wedge \vec{u}$
- $\vec{u} \wedge \vec{u} = \vec{0}$, et $\vec{u} \wedge \vec{v} = \vec{0} \Leftrightarrow \vec{u} // \vec{v}$
- $(\vec{u} \wedge \vec{v}) \cdot \vec{u} = 0$ car $\vec{u} \wedge \vec{v}$ est perpendiculaire à $\vec{u}$ (et à $\vec{v}$).

Exemples :

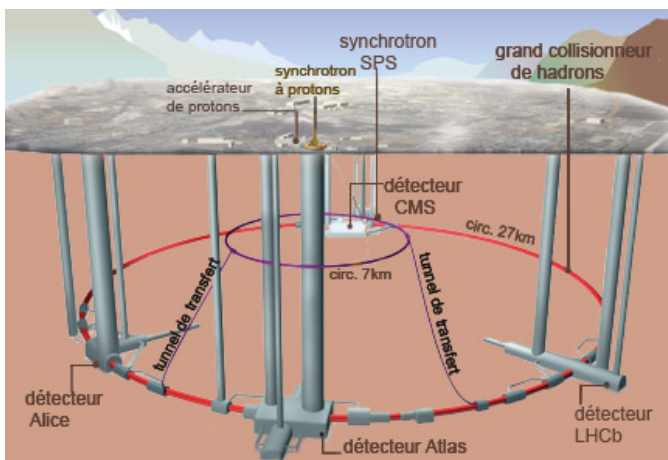
- $\vec{e}_x \wedge \vec{e}_y =$
- $\vec{e}_y \wedge \vec{e}_z =$
- $\vec{e}_z \wedge \vec{e}_x =$
- $\vec{e}_z \wedge \vec{e}_y =$

Introduction

L'accélération et le contrôle de la trajectoire de particules chargées (comme des électrons, des protons, des ions) possède de nombreuses applications techniques. On peut mentionner :

- Les rayons X (= des photons de haute énergie) sont produits lors du freinage de particules chargées préalablement accélérées. Les rayons X sont utilisés dans le domaine médical, pour scanner les bagages, ou encore pour étudier la matière par diffraction.
- Les accélérateurs de particules, comme le LHC au CERN, sont des dispositifs capables d'accélérer à très haute vitesse des particules chargées, puis de contrôler leur trajectoire très précisément, afin de les faire collisionner. L'objectif est l'étude de ces collisions, afin d'en apprendre davantage sur la structure de la matière.
- D'autres appareils comme les spectromètres de masse conjuguent accélération et déviation de particules chargées afin d'obtenir la composition atomique d'un échantillon.

Enfin, la matière à l'état de plasma est présente dans de nombreux environnements spatiaux, par exemple dans la haute atmosphère (la ionosphère est constituée d'ions et d'électrons libres). Comment ces particules chargées sont-elles guidées par le champ magnétique terrestre ? Ceci a des conséquences importantes (aurores boréales, mais aussi tempêtes magnétiques et perturbations du réseau électrique à grande échelle).



Gauche : Vue schématique des anneaux du LHC à Genève, il accélère des protons. Droite : Le synchrotron est un accélérateur d'électrons situé à Grenoble et utilisé pour la production de rayons X à des fins de recherche ou médicales.

Par quel procédé accélérer une particule chargée ? Comment contrôler sa trajectoire pour qu'elle suive le cercle de l'accélérateur ?

I – Champ électrique et champ magnétique

1 – Charges et courant électrique

- La charge électrique est l'analogue de la masse, mais pour l'interaction électromagnétique.
Son unité SI est le coulomb.
- Le courant électrique est un mouvement de charges électriques.
Son unité SI est l'ampère.

On a $1 \text{ A} = 1 \text{ C/s}$.

2 – Champ électrique

a/ Force entre deux charges électriques

Force de Coulomb entre charges

Soit deux charges électriques q_1 et q_2 , supposées ponctuelles et immobiles, séparées d'une distance d .

La loi de Coulomb donne l'expression de la force exercée par la charge 2 sur la charge 1 :

$$\vec{F}_{2 \rightarrow 1} = \frac{q_1 q_2}{4\pi\epsilon_0 d^2} \vec{u}_{2 \rightarrow 1}.$$

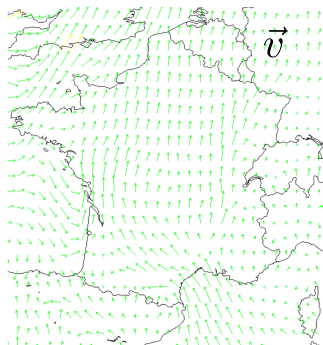
Remarques :

- ▷ $\vec{u}_{2 \rightarrow 1}$ est un vecteur unitaire qui va de 2 vers 1.
- ▷ ε_0 est la permittivité diélectrique du vide. Voir page 4.
- ▷ On a $\vec{F}_{2 \rightarrow 1} = -\vec{F}_{1 \rightarrow 2}$ (principe des actions réciproques).
- ▷ Si q_1 et q_2 sont de même signe, alors : $q_1 q_2 > 0$, donc $\vec{F}_{2 \rightarrow 1}$ selon $\vec{u}_{2 \rightarrow 1}$ et la force est répulsive (faire un schéma).
Si q_1 et q_2 sont de signe opposé, alors : $q_1 q_2 < 0$, donc $\vec{F}_{2 \rightarrow 1}$ selon $-\vec{u}_{2 \rightarrow 1}$ et la force est attractive (faire un schéma).
- ▷ La forme est analogue à la force de gravitation entre deux masses : $\vec{F}_{2 \rightarrow 1} = \frac{-G m_1 m_2}{d^2} \vec{u}_{2 \rightarrow 1}$.

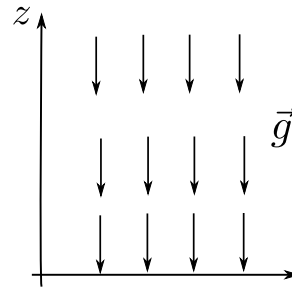
Remarque historique : cette loi pour la force entre deux charges a été mise en évidence à l'aide d'expériences par Coulomb vers 1785. Il a utilisé une balance de torsion afin de mesurer la force entre deux boules chargées en fonction de la distance entre leurs centres.

b/ Champ électrique

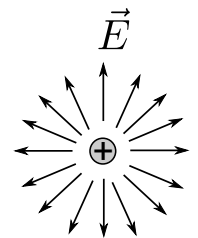
Le champ électrique est une grandeur physique vectorielle, qui est représentée par un champ de vecteurs. Pour mieux comprendre, d'autres exemples de telles grandeurs vectorielles sont donnés dans la figure ci-contre.



carte de champ du vecteur
vitesse du vent



carte de champ du vecteur
pesanteur



carte de champ du vecteur
champ électrique produit par
une charge

Champ électrique $\vec{E}$

Unité SI : le volt par mètre (V/m).

Le champ électrique est créé par les charges électriques.

c/ Force exercée sur une charge dans un champ $\vec{E}$

Une charge q placée dans un champ $\vec{E}$ subit une force $\vec{F} = q \times \vec{E}$.

Retour sur le cas du a/ (force exercée par une charge q_2 sur une charge q_1) : si la charge q_1 subit une force, c'est en fait parce que la charge q_2 produit un champ électrique $\vec{E}_2$. On a donc $\vec{F}_{2 \rightarrow 1} = q_1 \vec{E}_2$.

[schéma.](#)

3 – Champ magnétique

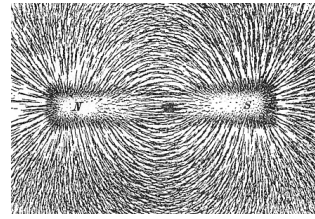
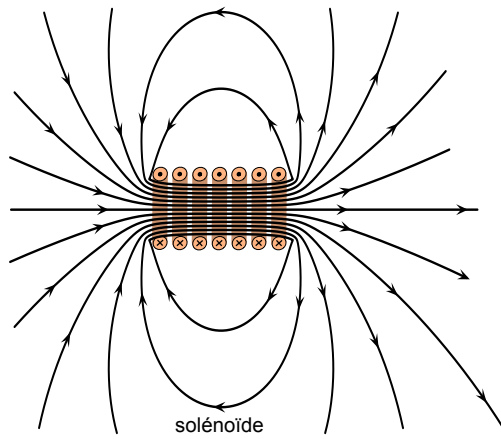
Le champ magnétique est lui aussi représenté par un champ de vecteurs.

Champ magnétique $\vec{B}$

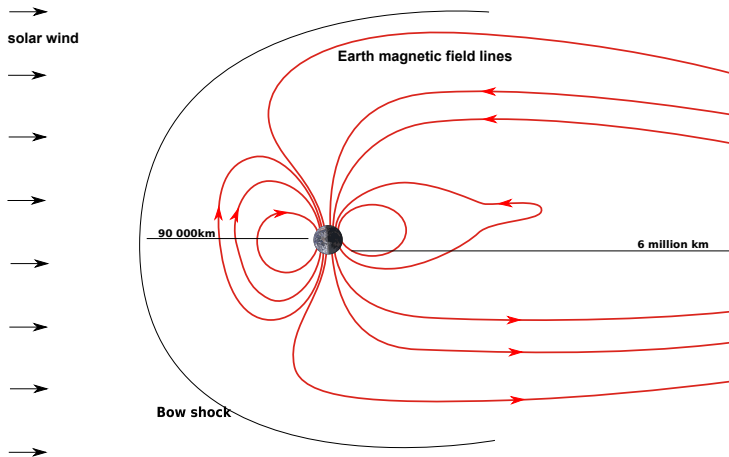
Unité SI : le tesla (T).

Le champ magnétique est créé par des courants électriques (donc des charges en mouvement) ou par des matériaux magnétiques.

Exemples de cartes de champ magnétique :

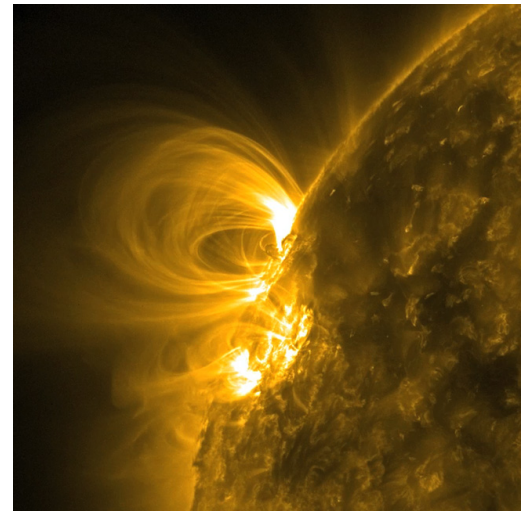


aimant permanent
(photographie d'arrangement
de la limaille de fer autour de l'aimant)
Les lds vont du nord vers le sud



Structure du champ magnétique terrestre. Il est créé par des courants volumiques qui prennent place dans le noyau liquide de la Terre. Celui-ci est composé essentiellement de fer liquide, qui est conducteur, et un effet dynamo entretient ces courants.

Le champ magnétique est déformé vers la droite de l'image car il est "soufflé" vers la droite par le vent solaire (vent de particules chargées (électrons, protons, ions) produit en permanence par le Soleil).



Lignes de champ magnétiques à la surface du Soleil.
(Photographie prise par le satellite SOHO, NASA)

Force exercée sur une charge dans un champ $\vec{B}$

Une charge q , de vitesse $\vec{v}$, placée dans un champ $\vec{B}$ subit une force $q \times \vec{v} \wedge \vec{B}$.

4 – Force de Lorentz

a/ Expression de la force (cas général d'un champ $\vec{E}$ et $\vec{B}$ à la fois)

Force de Lorentz

Une charge ponctuelle q , de vitesse $\vec{v}$, immergée dans un champ électrique $\vec{E}$ et magnétique $\vec{B}$ est soumise à une force :

$$\vec{F} = q\vec{E} + q\vec{v} \wedge \vec{B}$$

(expression à connaître)

→₁ Exemple d'évaluation de $\vec{F}$, et comparaison avec le poids : faire l'**EC1**.

On retiendra donc que le poids est toujours négligeable devant la force de Lorentz.

b/ Puissance de la force de Lorentz

On décompose la force de Lorentz en deux parties :

- partie électrique, $\vec{F}_E = q\vec{E}$;
- partie magnétique, $\vec{F}_B = q\vec{v} \wedge \vec{B}$.

Puissance de la force de Lorentz

- ▶ La partie électrique est de puissance non nulle : elle peut augmenter ou diminuer l'énergie cinétique de la particule.
- ▶ La partie magnétique ne travaille pas (puissance nulle) : elle peut courber la trajectoire, mais laisse E_c et $\|\vec{v}\|$ constants.

Démonstration :

$$\vec{F}_E \cdot \vec{v} = q\vec{E} \cdot \vec{v}$$

$$\vec{F}_B \cdot \vec{v} = q(\vec{v} \wedge \vec{B}) \cdot \vec{v} = 0$$

5 – Énergie potentielle associée à la force électrique

a/ Lien entre potentiel électrique V et champ électrique $\vec{E}$

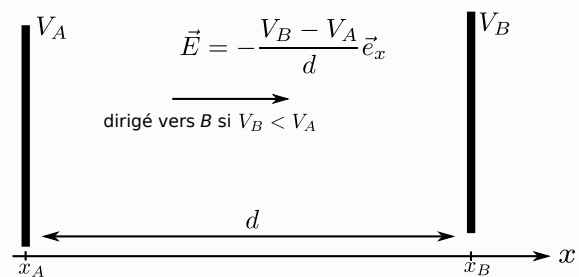
Une différence de potentiel électrique V implique l'existence d'un champ électrique, avec les propriétés suivantes :

Production d'un champ $\vec{E}$ par une différence de potentiel

Deux plaques conductrices parallèles, séparées d'une distance d et portées à des potentiels V_A et V_B , produisent un champ électrique :

- ▶ uniforme entre les plaques,
- ▶ de norme $\frac{|\Delta V|}{d}$,
- ▶ dirigé vers les bas potentiels.

Vérifier les unités de ces expressions.



Démonstration : en PT.

Remarque : le potentiel V est la même grandeur que le potentiel d'un circuit électrique. Son unité est le volt.

b/ Énergie potentielle dont dérive la force électrique

Lien entre potentiel V et énergie potentielle E_p

La force électrique s'exerçant sur une charge, $\vec{F} = q\vec{E}$, est conservative.
L'énergie potentielle associée s'écrit :

$$E_p = qV.$$

On dit aussi que l'énergie potentielle électrique d'une charge q placée en un point M où le potentiel électrique est $V(M)$ est $E_p = qV(M)$.

→ S'entraîner avec l'EC2.

II – Mouvement dans un champ électrostatique uniforme

On s'intéresse à un champ électrique qui est :

- Statique ou stationnaire : il ne dépend pas du temps. On parle de champ électrostatique.
- Uniforme : le vecteur $\vec{E}$ est le même en tout point.

→ On peut donc écrire $\vec{E} = E_0 \vec{e}_x$ avec E_0 une constante.

De plus :

- On néglige le poids devant la force électrique.
- Afin d'éviter toute collision avec des molécules d'air, l'expérience est réalisée sous vide.

a/ PFD

Soit une charge q , de masse m , dans un champ $\vec{E} = E_0 \vec{e}_x$ avec E_0 une constante.

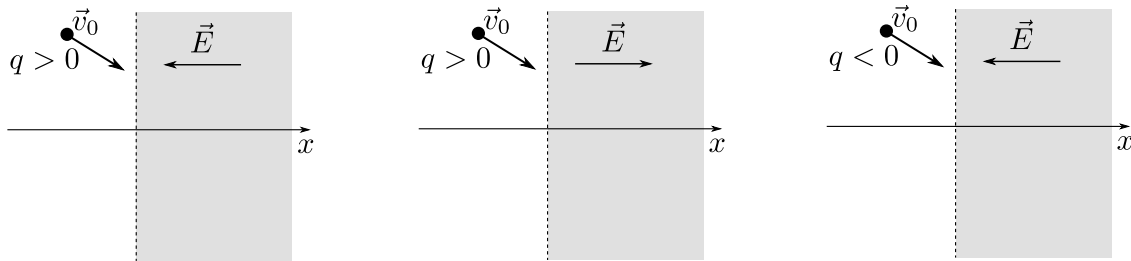
↪₃ Écrire le PFD afin d'obtenir l'équation du mouvement. De quel type de mouvement s'agit-il ?

$$m\vec{a} = qE_0\vec{e}_x$$

Il s'agit d'un mouvement à accélération constante, exactement comme le mouvement d'un projectile dans un champ de pesanteur.

La trajectoire est une parabole.

↪₄ Compléter alors les schémas ci-dessous avec l'allure de la trajectoire.



b/ Approche énergétique

Il est beaucoup plus efficace de traiter ce type de problème par une approche énergétique.

↪₅ EC3

III – Mouvement dans un champ magnétostatique uniforme

On s'intéresse à un champ magnétique qui est :

- Statique ou stationnaire : il ne dépend pas du temps. On parle de champ magnétostatique.
- Uniforme : le vecteur $\vec{B}$ est le même en tout point.

→ On peut donc écrire $\vec{B} = B_0 \vec{e}_z$ avec B_0 une constante.

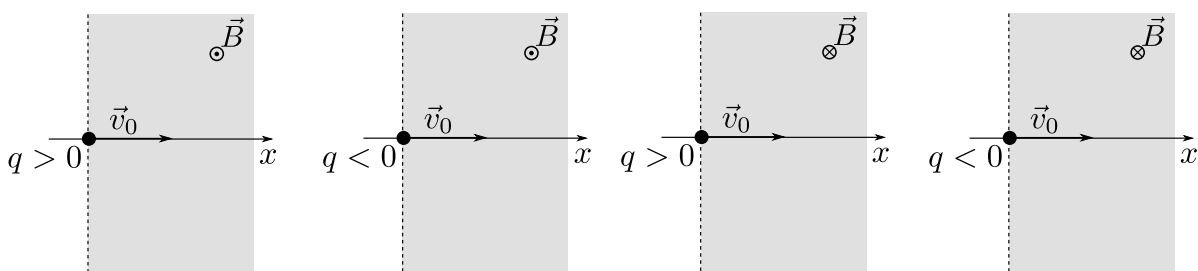
- Ici aussi on néglige le poids, et les expériences sont réalisées sous vide.
- De plus, on s'intéresse à une charge dont la vitesse initiale est dans le plan xOy perpendiculaire à $\vec{B}$.

a/ Approche énergétique

↪₆ Calculer la puissance de la force magnétique. Qu'en déduit-on sur la norme de la vitesse de la particule ?

b/ PFD

↪₇ Compléter les schémas ci-dessous avec l'allure de la trajectoire.



Dans l'EC4 on a admis que la trajectoire est circulaire. On le prouvera en TD.

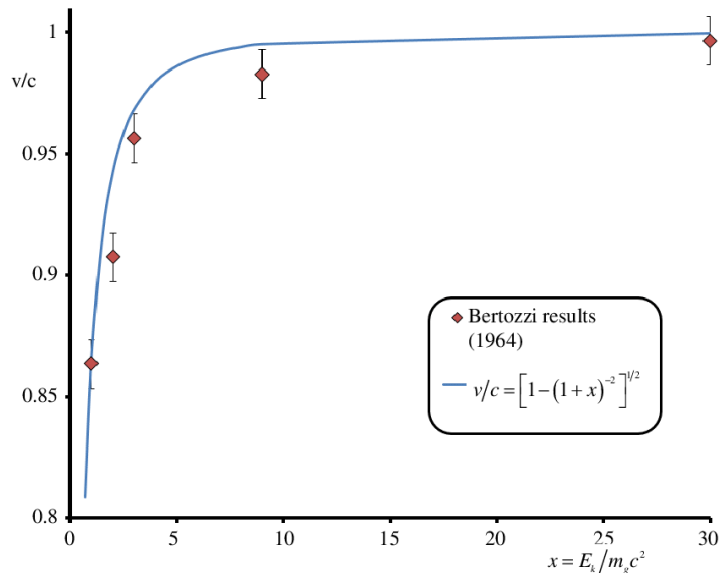
IV – Cas des vitesses proches de c : relativité

Si on reprend les résultats de l'EC3 mais pour un potentiel $V_0 = 10^6$ V, alors on obtient une vitesse finale

$$v = \sqrt{\frac{2qV_0}{m}} = 6 \times 10^8 \text{ m/s.}$$

Ceci est supérieur à la vitesse de la lumière.

En 1964, l'américain William Bertozzi a réalisé une expérience d'accélération de particules chargées via une différence de potentiel. Il mesure indépendamment la vitesse des particules après la phase d'accélération, et leur énergie cinétique. La courbe obtenue est reproduite ci-contre.



⇒ Quelle que soit l'énergie fournie, la vitesse reste inférieure à c . À la limite, fournir énormément d'énergie permet de se rapprocher de c , sans jamais l'atteindre.

⇒ Ceci montre que la théorie de Newton, que nous avons utilisé précédemment, n'est plus valide lorsque les vitesses deviennent proches de c . Il faut alors utiliser une théorie plus générale, la théorie de la relativité restreinte.