

Correction – TD – Signaux périodiques

I Déphasage ★ | [●○○]

1 - Le signal 2 passe par son maximum avant le signal 1. C'est donc le signal 2 qui est en avance sur le signal 1.

Remarque : On peut aussi vouloir dire que le signal 1 passe par son maximum avant le signal 2. Mais dans ce cas on a un écart de temps plus important que dans le cas où on considère que c'est 2 qui passe avant. Il faut donc retenir le premier cas.

2 - Mesurons d'abord la période : $T = 3$ ms.

Pour le déphasage, on ne peut pas raisonner en repérant les passages par 0, car le signal 2 n'est pas de moyenne nulle.

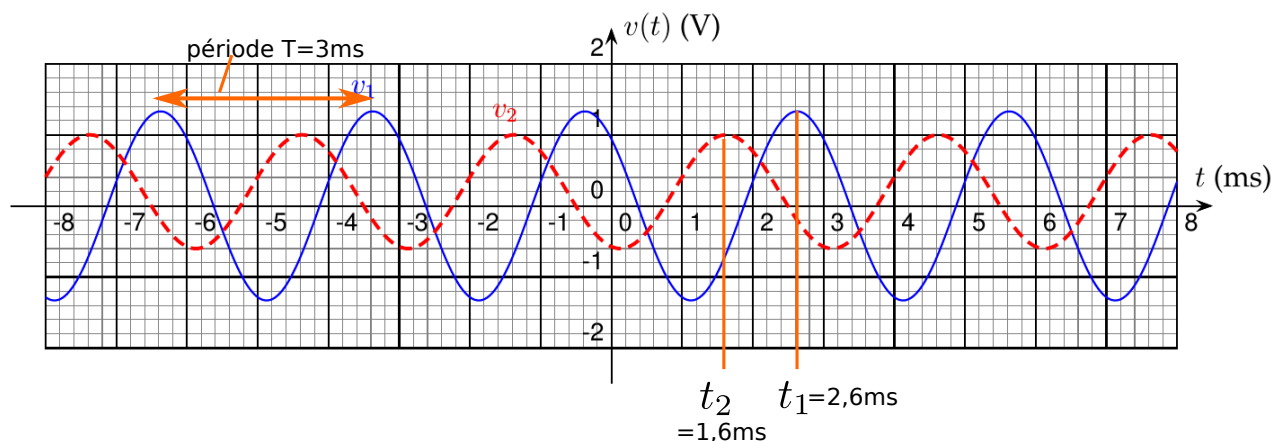
On repère donc plutôt les maximum.

On repère l'instant où v_2 est maximal, on note t_2 cet instant.

On repère l'instant le plus proche où v_1 est maximum, on le note t_1 .

On a alors, pour le déphasage de v_2 par rapport à v_1 :

$$\varphi = \varphi_2 - \varphi_1 = \omega(t_1 - t_2) = \frac{2\pi}{3}(2,6 - 1,6) = 2,1 \text{ rad.}$$



II Spectre d'une somme ou d'un produit

1 - a - On a $u_s(t) = U_1 \cos(2\pi f_1 t) + U_2 \cos(2\pi f_2 t + \varphi)$.

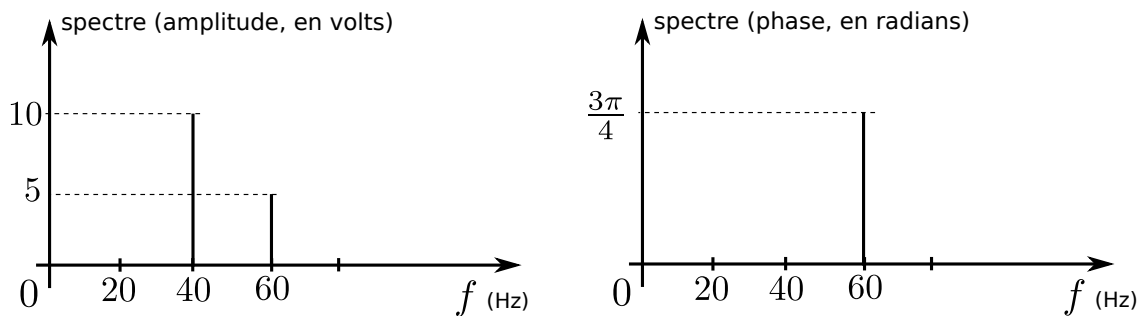
Il y a donc deux fréquences dans ce signal : $f_1 = 40$ Hz et $f_2 = 60$ Hz. Le spectre comporte donc deux pics.

b - Le signal $u_s(t)$ est périodique car son spectre contient des pics uniquement à des fréquences multiples d'une fréquence fondamentale.

Il faut trouver cette fréquence fondamentale : on constate que $f_0 = 20$ Hz convient. Ainsi :

- Le fondamental à $f_0 = 20$ Hz est absent du signal.
- Le premier harmonique est à $f_1 = 2 \times 20 = 40$ Hz, il est d'amplitude 10 V et de phase à l'origine nulle.
- Le second harmonique est à $f_2 = 3 \times 20 = 60$ Hz, il est d'amplitude 5 V et de phase à l'origine $3\pi/4$.
- Il n'y a pas d'autres harmoniques.

Allure du spectre :



2 - a - Il faut mettre le signal sous forme de somme de cosinus afin de pouvoir identifier les fréquences. Donc :

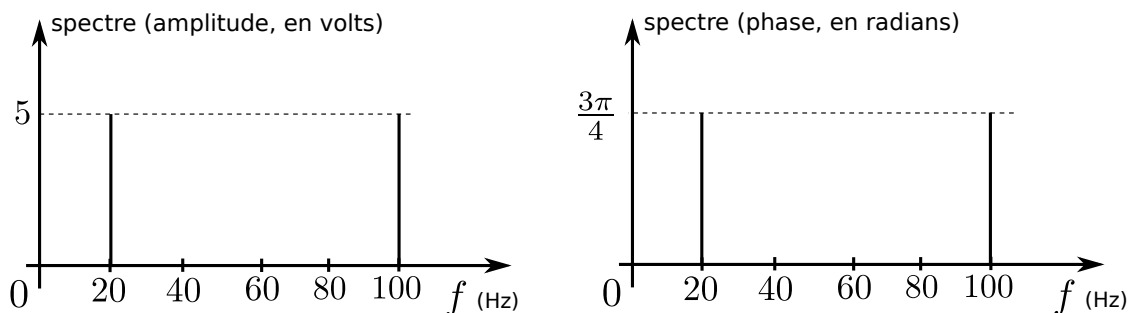
$$\begin{aligned}
 u_p(t) &= kU_1U_2 \cos(2\pi f_1t) \cos(2\pi f_2t + \varphi) \\
 &= \frac{kU_1U_2}{2} [\cos(2\pi f_1t + 2\pi f_2t + \varphi) + \cos(2\pi f_1t - 2\pi f_2t - \varphi)] \\
 &= \frac{kU_1U_2}{2} [\cos(2\pi(f_1 + f_2)t + \varphi) + \cos(2\pi(f_1 - f_2)t - \varphi)].
 \end{aligned}$$

On identifie donc une fréquence à $f_1 + f_2 = 100$ Hz, et une à $f_1 - f_2 = -20$ Hz. Problème! une fréquence négative n'existe pas vraiment. On utilise donc le fait que $\cos(x) = \cos(-x)$ pour écrire :

$$u_p(t) = \frac{kU_1U_2}{2} [\cos(2\pi(f_1 + f_2)t + \varphi) + \cos(2\pi(f_2 - f_1)t + \varphi)].$$

Les fréquences sont donc $f_1 + f_2 = 100$ Hz, et une à $f_2 - f_1 = 20$ Hz.

b - Allure du spectre :



Remarque : Les amplitudes de chaque pic sont bien $kU_1U_2/2 = 5$ V.