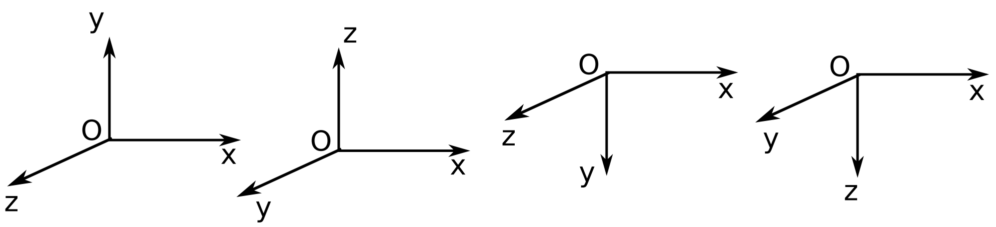
Mécanique
Chapitre 1

TD – Introduction à la mécanique du point

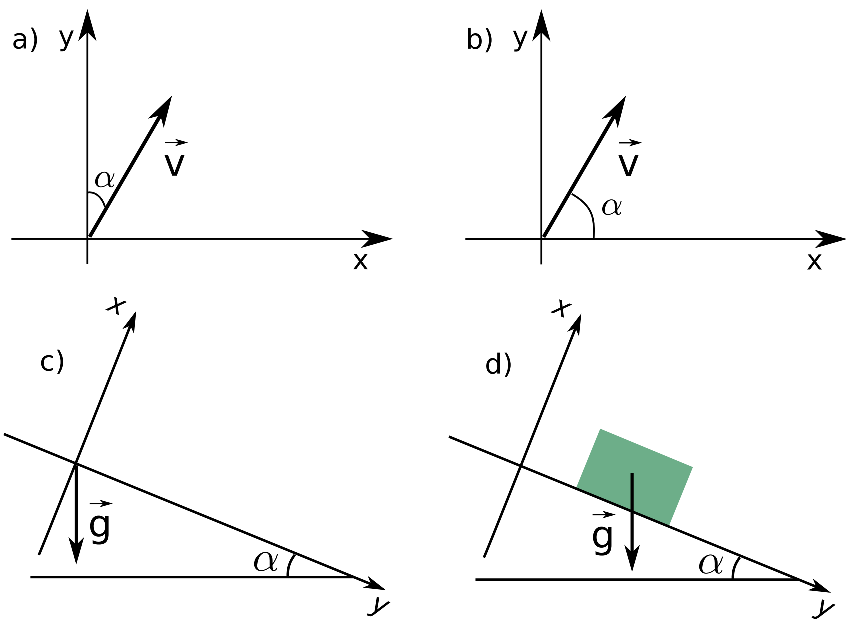
Remarque : exercice avec $\star$: exercice particulièrement important, à maîtriser en priorité (de même que les exemples de questions de cours des “ce qu'il faut savoir faire”)| [$\bullet \circ \circ$] : difficulté des exercices

I Vrai-faux/questions courtes $\star$ | [$\bullet \circ \circ$]

1 - Parmi les repères ci-dessous, indiquer lesquels sont orientés de façon directe.



2 - Dans chacun des cas, écrire le vecteur $\vec{v}$ ou $\vec{g}$ dans la base $\vec{e}_x$, $\vec{e}_y$.



II Mouvement dans un champ de pesanteur uniforme : exploitation [$\bullet \bullet \circ$]

On considère le mouvement d'un projectile lancé avec une vitesse initiale $\vec{v}_0$. On choisit le repère pour que le point de lancement soit à l'origine et que le vecteur $\vec{v}_0$ soit dans le plan xOy, axe y vers le haut, angle α entre $\vec{v}_0$ et l'axe Ox.

On néglige tout frottement. Le référentiel d'étude est le référentiel terrestre supposé galiléen.

Cette situation peut modéliser un tir de canon, le lancé d'un ballon ou d'une balle, d'un oiseau dans Angry Bird, ou encore la trajectoire d'un jet d'eau.

On pourra reprendre les résultats de l'exercice de cours 4 (à savoir refaire bien sûr).

La réponse aux questions suivantes est à chaque fois à donner en fonction des paramètres du lancé, c'est-à-dire de la norme v_0 de la vitesse initiale et de l'angle α fait avec l'horizontale.

1 - Donner l'équation de la trajectoire $y(x)$.

2 - Quelle est la portée du lancé de la balle ? Pour quelle valeur de α cette portée est-elle maximale ?

3 - Quelle est l'expression de la hauteur maximale atteinte par la balle ? Pour quelle valeur de α cette hauteur est-elle maximale ?

III Cinématique : trajectoire d'un ballon sonde [●○○]

On modélise un ballon sonde par un point matériel de coordonnées $(x(t), z(t))$. Le ballon est lâché depuis le point O à l'instant $t = 0$. Il acquiert quasi-instantanément une vitesse verticale v_0 qui demeure constante tout au long du mouvement. Le vent lui communique une vitesse horizontale $v_x > 0$, orientée suivant l'axe (Ox), et proportionnelle à son altitude $z > 0$ mesurée par rapport au niveau du sol : $v_x = z/\tau$ où $\tau > 0$ est homogène à un temps.

1 - Écrire et résoudre l'équation différentielle vérifiée par $z(t)$.

2 - Écrire et résoudre l'équation différentielle vérifiée par $x(t)$, à exprimer en fonction de v_0 et τ.

3 - En déduire l'équation $z(x)$ de la trajectoire du ballon sonde.

4 - Représenter cette trajectoire, et représenter le vecteur vitesse du ballon sonde à trois instants différents.

5 - Exprimer les composantes de l'accélération du ballon sonde.

6 - On donne $v_0 = 10\,\mathrm{m/s}$ et $\tau = 100\,\mathrm{s}$. Combien de temps le ballon met-il pour atteindre une altitude de $1\,\mathrm{km}$? De quelle distance horizontale s'est-il alors déplacé ?

IV Lien entre le poids et la pesanteur [● ○ ○]

1 - Donner l'expression de la force de gravitation s'exerçant entre deux objets de masses m_1 et m_2. Faire un schéma en indiquant son sens et en précisant un vecteur unitaire.

2 - Définir le champ de gravitation (ou champ de pesanteur) à la surface de la Terre.

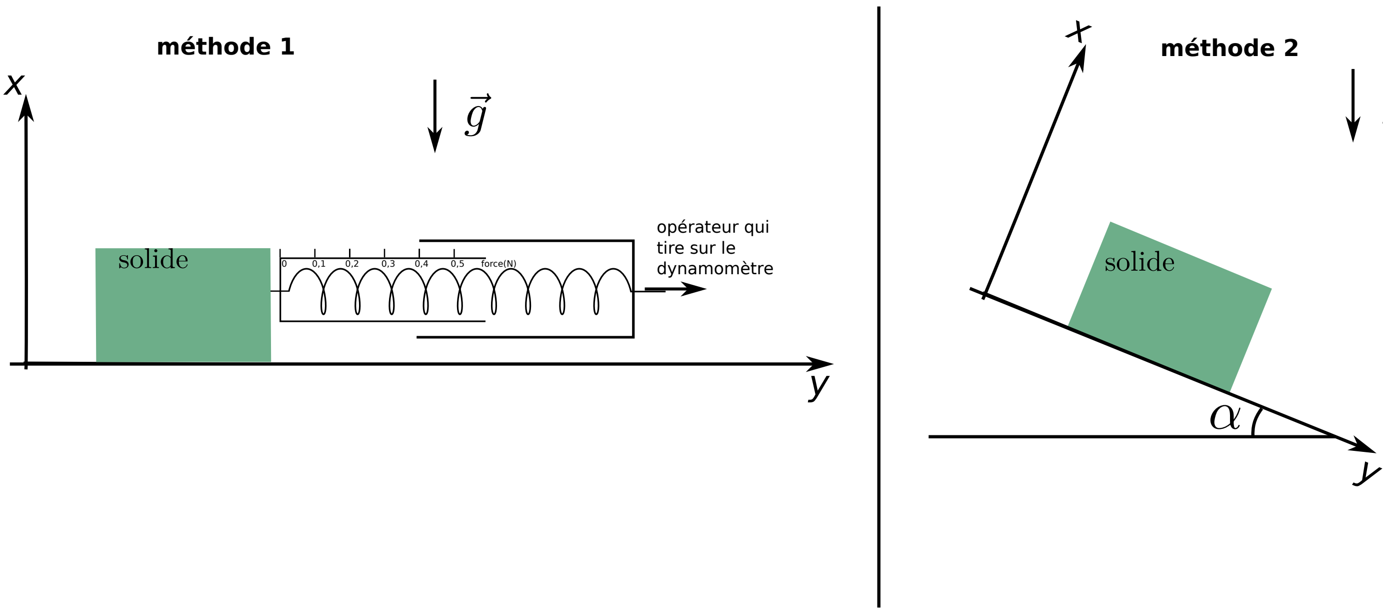
Donner son expression en fonction de G et d'autres constantes.

Que vaut-il environ à la surface de la Terre ?

3 - Quelle est l'unité S.I. de g et de G ?

V Frottements de Coulomb ⋆ | [● ● ○]

On considère un objet de masse m posé sur une surface (par exemple un cube de métal posé sur une table en métal). On souhaite déterminer le coefficient de frottement f entre la surface de l'objet et la surface sur laquelle il est posé. On utilise pour cela deux méthodes.



Méthode 1 : Le plan de travail est horizontal. On tire sur l'objet à l'aide d'un dynamomètre, jusqu'à ce que l'objet soit entraîné. Au moment où il est entraîné, on note la valeur de la force F lue sur le dynamomètre.

1 - Faire un bilan des forces dans la situation où on tire sur l'objet, lorsqu'il est encore immobile.

Puis exprimer les composantes $\vec{N}$ et $\vec{T}$ de la réaction du support.

2 - Exprimer la condition d'immobilité à l'aide des lois de Coulomb. Puis en déduire l'expression du coefficient de frottement f en fonction de m, g et F.

3 - A.N. : utiliser les valeurs mesurées lors de la manipulation pour en déduire f.

Méthode 2 : On pose l'objet sur le plan horizontal, puis on incline progressivement le plan par rapport à l'horizontale. Au bout d'un certain angle d'inclinaison, l'objet glisse.

4 - Faire un bilan des forces sur l'objet immobile.

5 - Appliquer le PFD à l'objet immobile pour exprimer les composantes $\vec{N}$ et $\vec{T}$ de la réaction du support en fonction de m, g et α.

6 - Exprimer la condition d'immobilité à l'aide des lois de Coulomb. Puis en déduire l'expression du coefficient de frottement f en fonction de α.

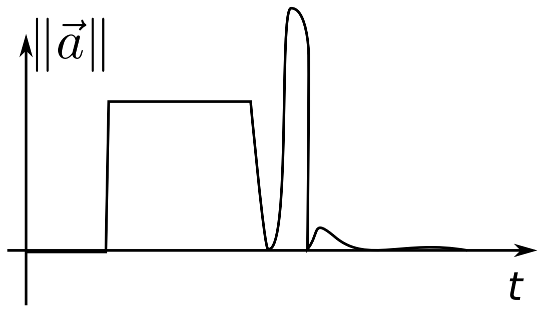
7 - A.N. : utiliser les valeurs mesurées lors de la manipulation pour en déduire f.

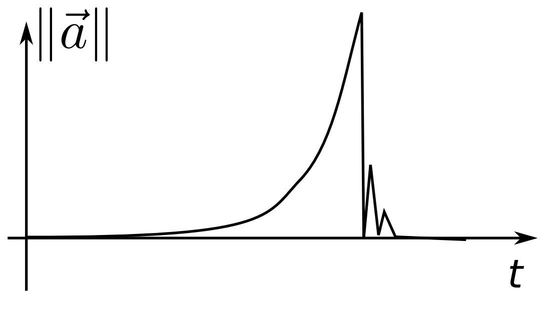
Pour information, quelques valeurs tabulées de f :

	métal-métal	bois-bois	pneu sur chaussée
f	0,1 à 0,2	0,3 à 0,4	0,5 à 0,6

VI Accélération et smartphone [• ○ ○]

Je télécharge l'application `phyphox` sur mon smartphone, qui permet (entre autres) d'avoir accès aux données de l'accéléromètre embarqué. (Remarque technique : on utilise le mode "accélération sans g".)
Je lâche le smartphone (au dessus d'un coussin de préférence !), et j'enregistre la norme de l'accélération. Quel type de graphique obtient-on ?
Indiquer les différentes étapes du mouvement et les valeurs auxquelles on s'attend.





Mécanique
Chapitre 1

Exercices supplémentaires

VII Chute libre d'un parachutiste et résolution numérique

Fin juillet 2016, Luke Aikins a sauté d'un avion sans parachute ni wingsuit, d'une altitude de 7,6 km. Sa chute a duré deux minutes. Il a atteint la vitesse maximale de 193 km/h. Il s'est réceptionné dans un filet de 30 m sur 30 m à 61 m du sol. Nous nous proposons d'étudier cette chute.

Compte tenu de la vitesse, les forces de frottements sont du type $f = kv^2$, avec k un coefficient et v la norme de la vitesse. On prendra pour l'intensité de la pesanteur $g = 10\,\mathrm{m/s^2}$. La masse de Luke Aikins est de 100 kg. On prend un axe z dirigé vers le bas, dont l'origine est au niveau du départ du saut.

1 - Établir l'équation du mouvement portant sur la position $z(t)$ de Luke et celle sur sa vitesse $v(t)$. On fera un schéma.

2 - En déduire l'expression de la vitesse limite v_l atteinte par Luke, en fonction des autres paramètres.

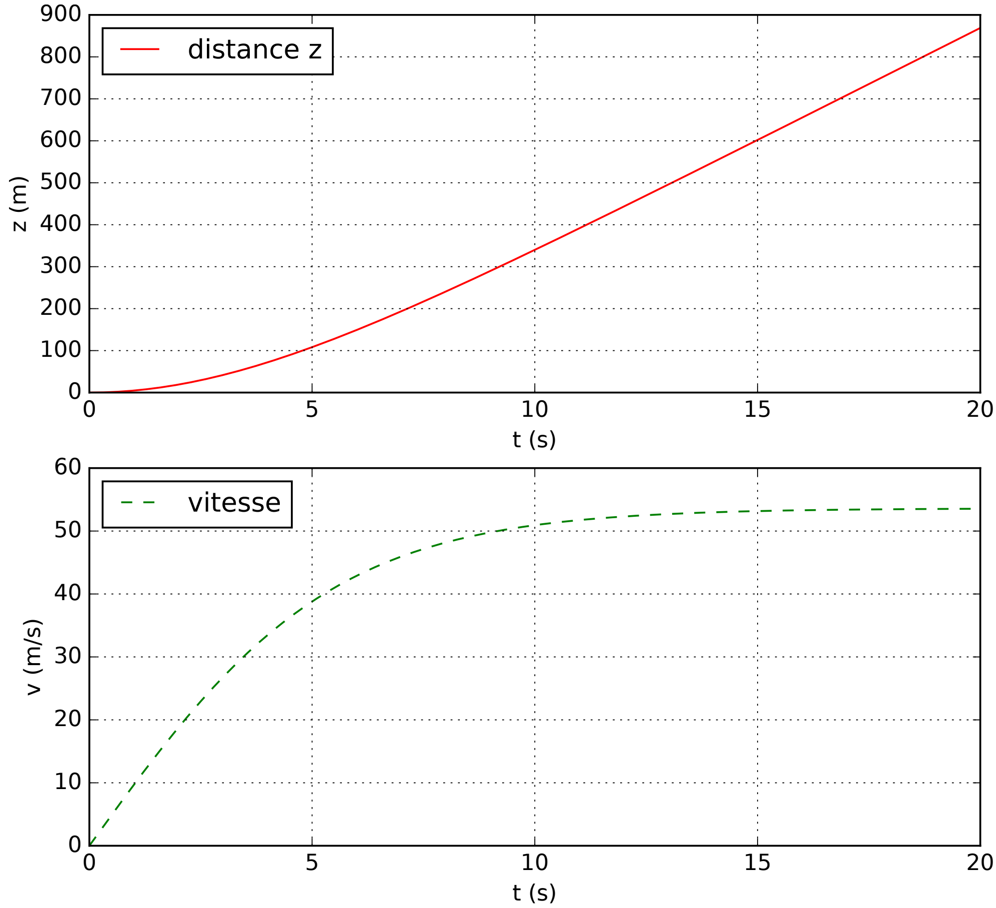
3 - En déduire la valeur numérique du coefficient de frottement k. On prendra garde à l'unité de k.

On souhaite savoir au bout de combien de temps la vitesse limite est atteinte, et également au bout de quelle hauteur de chute.

4 - Il faut pour cela résoudre l'équation différentielle établie à la question 1. Est-elle linéaire ? Connaissez vous une méthode simple de résolution ?

Dans ce cas, une possibilité est d'utiliser une résolution numérique. C'est ce que nous avons fait ci-contre, où nous avons résolu l'équation différentielle à l'aide de la méthode d'Euler grâce à un algorithme écrit en Python (il est disponible sur le site de la classe).

5 - À l'aide de la résolution numérique, estimer le temps nécessaire pour atteindre 95% de la vitesse limite. Au bout de quelle hauteur de chute cela a-t-il lieu ?



Pour plus d'informations sur le saut de Luke Aikins : voir le livre *Quand je fais de la physique* de L. Mathieu.

VIII Résolution de problème : vitesse de course avant un saut

Estimer la vitesse à laquelle le personnage court avant d'effectuer son saut entre les immeubles.
Commentaire ?
On pourra réutiliser sans les redémontrer les résultats de l'exercice II du TD.