Partie III : Structure de la matière
Chapitre 1

TD – Description quantique de la matière

Remarque : exercice avec $\star$: exercice particulièrement important, à maîtriser en priorité (de même que les exemples de questions de cours des "ce qu'il faut savoir faire") | [$\bullet \circ \circ$] : difficulté des exercices

I Nécessité d'un traitement quantique $\star$ | [$\bullet \circ \circ$]

On donne la constante de Planck $h = 6.63 \times 10^{-34}\,\mathrm{J \cdot s}$, la constante d'Avogadro $N_\mathrm{A} = 6.02 \times 10^{23}\,\mathrm{mol^{-1}}$, la constante de Boltzmann $k_\mathrm{B} = 1.38 \times 10^{-23}\,\mathrm{J \cdot K^{-1}}$, la masse d'un électron $m_\mathrm{e} = 9.1 \times 10^{-31}\,\mathrm{kg}$, et la valeur d'un électron-volt en joules : $1\,\mathrm{eV} = 1.602 \times 10^{-19}\,\mathrm{J}$.

Dire à chaque fois en justifiant si le système considéré nécessite un traitement quantique ou si un traitement classique est suffisant.

1 - Une mouche de masse $m = 2\,\mathrm{g}$ vole à une vitesse $v = 1\,\mathrm{m/s}$. Calculer la longueur d'onde de de Broglie associée et conclure.

2 - On considère un gaz de dioxygène à une température $T = 300\,\mathrm{K}$ et pression $p = 1.0\,\mathrm{bar}$. L'énergie cinétique moyenne des molécules est donnée par $\dfrac{3}{2}k_\mathrm{B}T$. La masse molaire du gaz est $M = 32\,\mathrm{g/mol}$. On note n le nombre de molécules par unité de volume (unité SI : $\mathrm{m^{-3}}$). On donne la loi des gaz parfaits : $p = nk_\mathrm{B}T$.

- **a.** Donner la valeur de la longueur d'onde de de Broglie associée à une molécule.
- **b.** D'autre part, la distance moyenne entre deux molécules est donnée par $n^{-1/3}$. Conclure.

3 - L'énergie cinétique d'un électron dans un atome est de l'ordre de la dizaine d'eV. Ici aussi conclure sur la nécessité ou non d'un traitement quantique.

II Particule massique confinée [$\bullet \circ \circ$]

Une hétérojonction entre semi-conducteurs est une structure qui permet de confiner des électrons dans un domaine fini de l'espace. On considère un tel électron, confiné dans un espace de longueur $l = 1{,}0\,\mu\mathrm{m}$. On modélise ceci comme un puit infini, dont les bords sont en $x = 0$ et $x = l$. On note m_e la masse de l'électron.
La fonction d'onde de l'électron dans le puit est du type onde stationnaire :

$$\Psi(x,t) = A\sin(kx)\mathrm{e}^{\mathrm{i}\omega t},$$

où A, k et ω sont des constantes réelles positives, et i l'imaginaire pur de module 1.

1 - Que peut-on dire de la valeur de $|\Psi(x,t)|^2$ en $x = 0$ et $x = l$? En déduire l'expression des valeurs de k possibles en fonction d'un entier n.

2 - Représenter la densité de probabilité de présence de la particule en fonction de x pour $n = 1$ et $n = 2$.

3 - Question piège : On note $\nu = \omega/(2\pi)$ la fréquence associée à l'électron, et $\lambda = 2\pi/k$ la longueur d'onde associée. Quel est le lien entre ν et λ ?

4 - $|\Psi(x,t)|^2\mathrm{d}x$ est la probabilité de mesurer la particule entre x et $x + \mathrm{d}x$. Quelle est la dimension de la fonction d'onde ?

Partie III : Structure de la matière
Chapitre 1

TD – Description quantique de la matière

Remarque : exercice avec $\star$: exercice particulièrement important, à maîtriser en priorité (de même que les exemples de questions de cours des “ce qu'il faut savoir faire”) | [• ○ ○] : difficulté des exercices

I Nécessité d'un traitement quantique $\star$ | [• ○ ○]

On donne la constante de Planck $h = 6.63 \times 10^{-34}\,\mathrm{J\cdot s}$, la constante d'Avogadro $N_\mathrm{A} = 6.02 \times 10^{23}\,\mathrm{mol^{-1}}$, la constante de Boltzmann $k_\mathrm{B} = 1.38 \times 10^{-23}\,\mathrm{J\cdot K^{-1}}$, la masse d'un électron $m_\mathrm{e} = 9.1 \times 10^{-31}\,\mathrm{kg}$, et la valeur d'un électron-volt en joules : $1\,\mathrm{eV} = 1.602 \times 10^{-19}\,\mathrm{J}$.

Dire à chaque fois en justifiant si le système considéré nécessite un traitement quantique ou si un traitement classique est suffisant.

1 - Une mouche de masse $m = 2\,\mathrm{g}$ vole à une vitesse $v = 1\,\mathrm{m/s}$. Calculer la longueur d'onde de de Broglie associée et conclure.

2 - On considère un gaz de dioxygène à une température $T = 300\,\mathrm{K}$ et pression $p = 1.0\,\mathrm{bar}$. L'énergie cinétique moyenne des molécules est donnée par $\dfrac{3}{2}k_\mathrm{B}T$. La masse molaire du gaz est $M = 32\,\mathrm{g/mol}$. On note n le nombre de molécules par unité de volume (unité SI : $\mathrm{m^{-3}}$). On donne la loi des gaz parfaits : $p = nk_\mathrm{B}T$.

- **a.** Donner la valeur de la longueur d'onde de de Broglie associée à une molécule.
- **b.** D'autre part, la distance moyenne entre deux molécules est donnée par $n^{-1/3}$. Conclure.

3 - L'énergie cinétique d'un électron dans un atome est de l'ordre de la dizaine d'eV. Ici aussi conclure sur la nécessité ou non d'un traitement quantique.

II Particule massique confinée [• ○ ○]

Une hétérojonction entre semi-conducteurs est une structure qui permet de confiner des électrons dans un domaine fini de l'espace. On considère un tel électron, confiné dans un espace de longueur $l = 1{,}0\,\mu\mathrm{m}$. On modélise ceci comme un puit infini, dont les bords sont en $x = 0$ et $x = l$. On note m_e la masse de l'électron.
La fonction d'onde de l'électron dans le puit est du type onde stationnaire :

$$\Psi(x,t) = A\sin(kx)\mathrm{e}^{\mathrm{i}\omega t},$$

où A, k et ω sont des constantes réelles positives, et i l'imaginaire pur de module 1.

1 - Que peut-on dire de la valeur de $|\Psi(x,t)|^2$ en $x = 0$ et $x = l$? En déduire l'expression des valeurs de k possibles en fonction d'un entier n.

2 - Représenter la densité de probabilité de présence de la particule en fonction de x pour $n = 1$ et $n = 2$.

3 - Question piège : On note $\nu = \omega/(2\pi)$ la fréquence associée à l'électron, et $\lambda = 2\pi/k$ la longueur d'onde associée. Quel est le lien entre ν et λ ?

4 - $|\Psi(x,t)|^2\mathrm{d}x$ est la probabilité de mesurer la particule entre x et $x + \mathrm{d}x$. Quelle est la dimension de la fonction d'onde ?