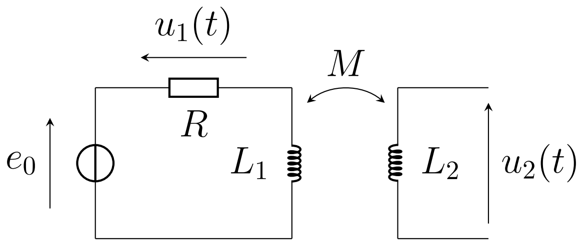
Partie IX : Champ magnétique et induction
Chapitre 2

TD – Lois de l'induction, cas du circuit fixe dans $\vec{B}$ variable

Remarque : exercice avec ⋆ : exercice particulièrement important, à maîtriser en priorité (de même que les exemples de questions de cours des "ce qu'il faut savoir faire")| [• ◦ ◦] : difficulté des exercices

I Méthode de mesure de M [• ◦ ◦]



Le montage ci-contre permet de mesurer le coefficient d'inductance mutuelle entre deux circuits, représentés ici par deux bobines. Les deux bobines se font face comme sur la figure.

La première bobine est montée en série avec une résistance $R = 100\,\Omega$ et un générateur de tension e_0 harmonique de fréquence $f = 2{,}0\,\text{kHz}$. Les tensions u_1 et u_2 sont mesurées grâce à un oscilloscope supposé idéal, c'est-à-dire de résistance d'entrée infinie.

1 - Justifier pourquoi l'intensité circulant dans la bobine 2 est nulle.

D'après la loi de comportement habituelle de la bobine, que vaudrait alors la tension u_2 ? Pourquoi cette loi n'est elle pas applicable telle quelle ici ?

2 - Exprimer la tension u_2 en fonction de M, R et u_1.

3 - Calculer M sachant que les tensions lues à l'oscilloscope ont des amplitudes $U_1 = 3{,}00\,\text{V}$ et $U_2 = 0{,}50\,\text{V}$.

4 - Comment faut-il placer les deux bobines pour que le coefficient M soit le plus grand possible ?

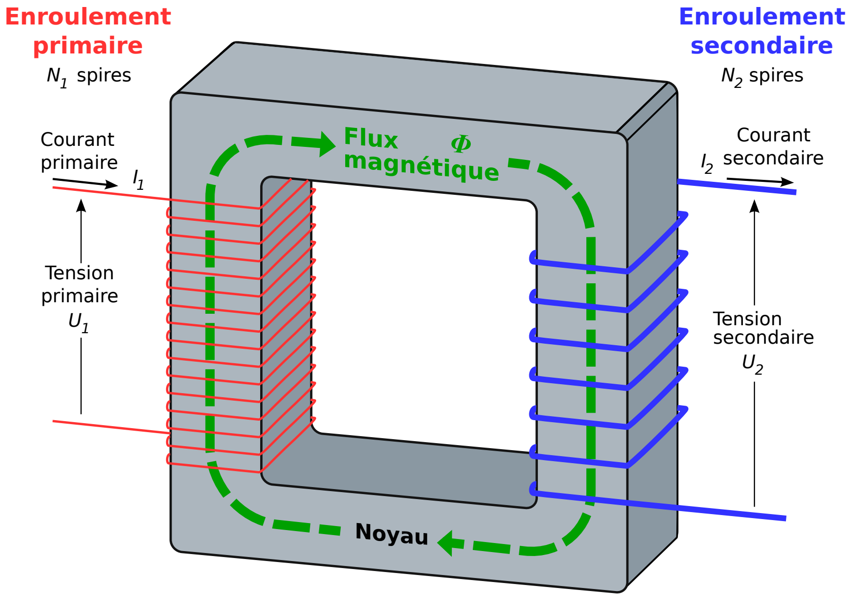
II Modèle du transformateur idéal [● ○ ○]

Un schéma de transformateur est présenté ci-contre. Le noyau est un matériau magnétique qui canalise les lignes de champ magnétique entre le circuit primaire et le secondaire.

On supposera, dans le cadre du modèle idéal, qu'il n'y a aucune perte de flux : aucune ligne de champ ne sort du noyau. Ainsi, le flux magnétique Φ est le même pour toute section droite du noyau.

On l'appelle le flux commun. Il est dû à la fois au champ produit par l'enroulement primaire et au champ produit par l'enroulement secondaire. Le flux total à travers une spire vaut donc $\pm\Phi$, en fonction de l'orientation de sa normale.

On négligera également toute résistance.



1 - Exprimer le flux du champ magnétique à travers le circuit 1 en fonction de Φ et de N_1. On prendra garde au fait que ce flux est à travers la normale au circuit 1, dont le sens est donné en fonction du courant par la règle de la main droite.

Faire de même pour le flux à travers le circuit 2.

2 - Faire un circuit électrique équivalent, où apparaissent les tensions induites e_1 et e_2 (orientées correctement, point 3 de la méthode).

Donner l'expression de ces tensions à l'aide de la loi de Faraday.

3 - En déduire une relation entre e_2 et e_1 (c'est-à-dire l'équation électrique du circuit), puis entre U_1 et U_2. On posera le rapport de transformation $m = N_2/N_1$. Encore une fois, attention aux signes...

4 - Dans le modèle idéal, la puissance dans le primaire se retrouve intégralement dans le secondaire. En déduire une relation entre les courants i_1 et i_2 en fonction de m.

Remarque : La relation entre U_1 et U_2 démontrée ici est valable lorsque le secondaire est en circuit ouvert. Elle peut être modifiée s'il est branché sur une impédance faible.

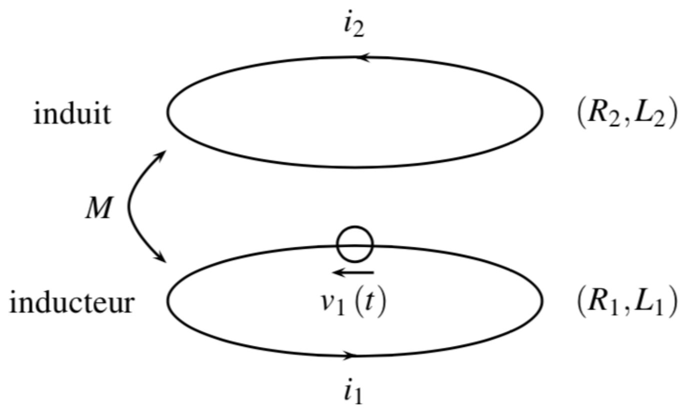
Remarque : Un transformateur réel n'est évidemment pas idéal. D'un point de vue puissance, il y a en réalité des pertes (effet Joule dans les fils, pertes à cause des courants induits dans le matériau magnétique et à cause d'autres effets magnétiques). Le rendement, défini comme la puissance au secondaire divisée par celle au primaire, est de l'ordre de 80 à 95% en basse puissance, et va jusqu'à 99,8% pour les transformateurs industriels haute tension.

III Plaques à induction [• • ○]

Le principe d'une plaque à induction est le suivant : un bobinage, appelé bobinage inducteur, situé dans la plaque de cuisson, est parcouru par un courant sinusoïdal de haute fréquence et génère ainsi un champ magnétique variable. Le fond de la casserole joue le rôle d'induit en contenant un disque métallique conducteur du courant. La variation du flux de $\vec{B}$ à travers ce fond va induire une fem, et donc des courants. De tels courants, générés dans le volume d'un conducteur métallique, sont appelés “courants de Foucault”. Par effet Joule, ils vont produire de la chaleur, ce qui chauffe la casserole.

On fait la modélisation simplifiée suivante :

- L'inducteur est assimilé à une bobine de résistance $R_1 = 1{,}8 \cdot 10^{-2}\,\Omega$ et d'inductance propre $L_1 = 30\,\mu$H. Il est alimenté par une tension $v_1(t)$ sinusoïdale de fréquence 25 kHz et de valeur efficace fixée égale à 24 V.
- Le fond du récipient est assimilé à une seule spire de courant de résistance $R_2 = 8{,}3\,\mathrm{m}\Omega$ et d'inductance propre $L_2 = 0{,}24\,\mu$H.
- Les deux circuits sont couplés par une mutuelle inductance M, qui vaut $2\,\mu$H en conditions idéales.



1 - Faire un schéma électrique qui retranscrit la situation, sur lequel apparaît le circuit de l'inducteur (générateur, résistance, inductance L_1) et le circuit de l'induit (résistance R_2, inductance L_2), les deux circuits étant couplés par la mutuelle M.

Faire ensuite un schéma électrique équivalent.

Aboutir aux équations de couplage entre les intensité i_1 et i_2 dans l'inducteur et dans l'induit.

2 - En utilisant la notation complexe, en déduire l'expression du rapport $\dfrac{\underline{i}_2}{\underline{i}_1}$, puis celle du rapport $\dfrac{I_2}{I_1}$ des amplitudes des courants $i_1(t)$ et $i_2(t)$.

Simplifier ces deux expressions en utilisant le fait que $R_2 \ll L_2\omega$.

3 - Déterminer également l'expression de l'impédance d'entrée du système : $\underline{Z}_e = \frac{\underline{v}_1}{\underline{i}_1}$ (on utilisera les résultats approchés de la question précédente).

Simplifier cette expression en utilisant le fait que $R_1 \ll L_1\omega$.

4 - En déduire que I_2 s'écrit $I_2 = V_1 \times \frac{|M|}{(L_1 L_2 - M^2)\omega}$, où $V_1 = \sqrt{2} \times 24\,\mathrm{V}$ est l'amplitude de $\underline{v}_1$.

Effectuer l'application numérique pour I_2, ainsi que pour la puissance dissipée dans la casserole donnée par $\mathcal{P}_2 = \frac{1}{2} R_2 I_2^2$.

5 - On soulève la plaque à chauffer. Comment varie l'amplitude du courant i_2 circulant dans l'induit, et donc la puissance dissipée dans l'induit ?

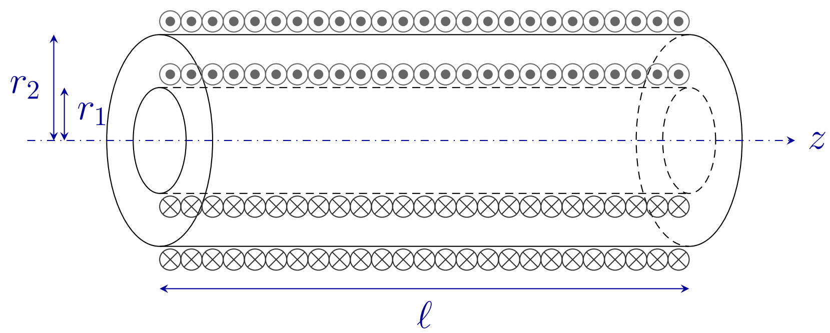
Autre cas : que vaut la puissance dissipée lorsque le couplage est parfait ($M = \sqrt{L_1 L_2}$) ?

IV Solénoïdes imbriqués [• • •]

Deux solénoïdes $\mathcal{S}_1$ et $\mathcal{S}_2$ de même axe (Oz), de même longueur l, même nombre de spires N et de rayons r_1 et $r_2 > r_1$ sont emboîtés l'un dans l'autre.

On suppose que la longueur l est très supérieure aux rayons, si bien que le champ magnétique produit à l'intérieur du solénoïde p ($p = 1$ ou 2) est $\vec{B}_p = \mu_0 n i_p \, \vec{e}_z$.

La bobine intérieure est parcourue par un courant $i_1(t) = I\cos(\omega t)$, avec $I = 1{,}0\,\mathrm{A}$. La bobine extérieure est en court-circuit.



1 - Déterminer les coefficients d'induction propre L_1, L_2, et le coefficient d'induction mutuelle M.

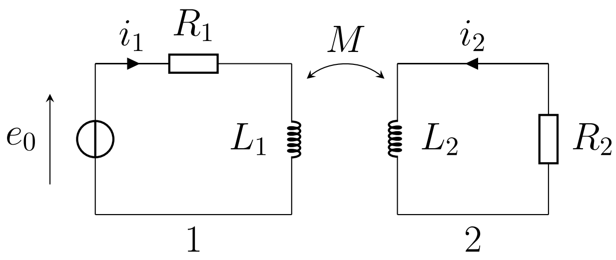
2 - En négligeant les résistances internes des fils, déterminer le courant $i_2(t)$ parcourant la bobine extérieure. Quelle est son amplitude ?

3 - Que vaut le champ magnétique à l'intérieur du solénoïde central ?

V Détecteur de métaux [● ○ ○]

Un détecteur de métaux utilise un bobinage placé au bout du détecteur, et alimenté par une tension sinusoïdale du type $e_0 = E_0 \cos(\omega t)$. Ce bobinage possède une certaine inductance propre L_1, et une résistance totale R_1.

En présence d'un objet métallique dans le sol, il y a couplage magnétique entre le bobinage du détecteur et l'objet. Le champ variable du détecteur va induire un courant dans l'objet métallique, qui a son tour va induire un courant dans le bobinage, ce qui peut être détecté.



Pour modéliser ceci, nous considérons que l'objet métallique agit comme un circuit d'inductance propre L_2, de résistance totale R_2, et nous notons M le coefficient d'inductance mutuelle entre l'objet et le détecteur.

Nous sommes alors dans la situation de l'EC3, où nous avions montré qu'en RSF les deux équations électriques sont :

$$\underline{e}_0 = R_1\,\underline{i}_1 + L_1 \mathrm{j}\omega\,\underline{i}_1 + M\mathrm{j}\omega\,\underline{i}_2 \qquad \text{et} \qquad 0 = R_2\,\underline{i}_2 + L_2\mathrm{j}\omega\,\underline{i}_2 + M\mathrm{j}\omega\,\underline{i}_1$$

1 - Refaire le schéma électrique équivalent qui a permis, dans l'EC3, d'arriver à ce résultat.

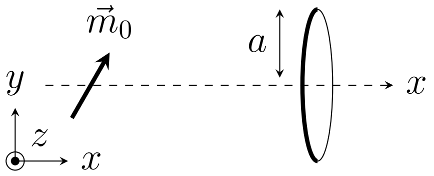
2 - Utiliser les deux équations ci-dessus pour obtenir l'expression de l'impédance du circuit 1 : $\underline{Z}_1 = \dfrac{\underline{e}_0}{\underline{i}_1}$, en fonction de L_1, L_2, R_1, R_2, M et ω.

L'idée est ensuite que la présence d'un objet métallique (donc $M \neq 0$ et $L_2 \neq 0$) modifie cette impédance. En mesurant $\underline{Z}_1$ (par exemple par une mesure du courant), l'appareil peut donc savoir s'il y a ou non présence d'un objet.

C'est le même principe qui est mis en œuvre dans les boucles insérées dans la chaussée qui détectent la présence de véhicules (c'est le chassis du véhicule qui joue le rôle d'objet métallique).

VI Principe d'un générateur synchrone [•••]

On étudie le principe d'un générateur de courant (transformation d'un mouvement mécanique en électricité).



Un aimant de moment magnétique $\vec{m}_0$ est placé dans le plan (Oxy). Un système mécanique le met en rotation à vitesse angulaire ω constante autour de l'axe (Oz). Une spire circulaire de rayon a et de résistance R est placée sur l'axe (Ox) à distance $x \gg a$. On négligera l'inductance propre de la spire.

Données : en coordonnées polaires d'axe colinéaire à $\vec{m}$, un moment magnétique $\vec{m}$ placé à l'origine crée en un point M suffisamment loin un champ magnétique

$$\vec{B}(M) = \frac{\mu_0\, m}{4\pi\, r^3}\,(2\cos\theta\,\vec{e}_r + \sin\theta\,\vec{e}_\theta)$$

1 - Déterminer l'expression du flux du champ magnétique à travers la spire (on supposera que $\vec{B}$ est de valeur uniforme à travers la spire).

Déterminer l'intensité i du courant induit dans la spire.

En déduire la puissance électrique instantanée qu'elle reçoit.

On peut se demander d'où provient cette puissance électrique. La réponse est qu'elle provient d'une puissance que l'on fournit pour faire tourner l'aimant. Mais s'il y a une puissance fournie à l'aimant, c'est qu'un couple résistif s'exerce sur lui. Quelle est l'origine de ce couple ? La puissance associée redonne-t-elle bien la puissance électrique transmise ? C'est ce que nous allons voir dans la suite.

2 - Exprimer le couple magnétique subi par l'aimant, qui est dû à l'action du champ magnétique induit dans la spire.

3 - Quel puissance le système mécanique doit-il fournir à l'aimant pour maintenir la vitesse constante ?

Conclure : en quoi a-t-on modélisé un générateur électrique rudimentaire ?