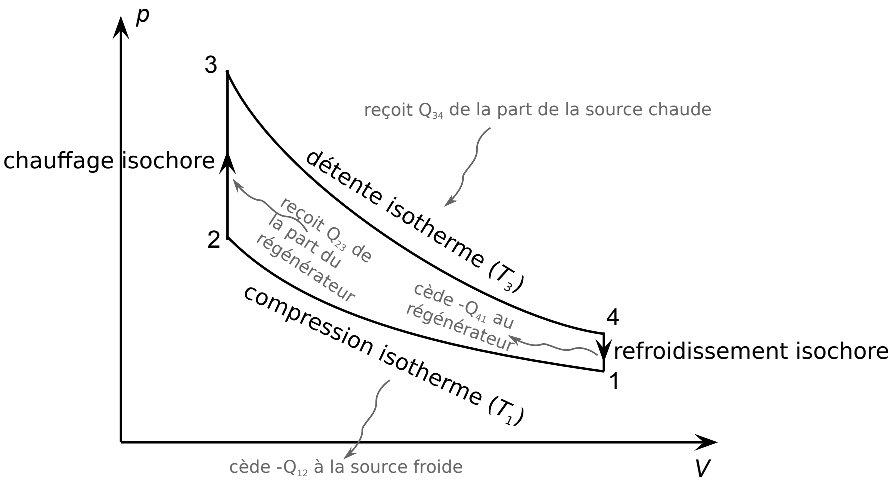
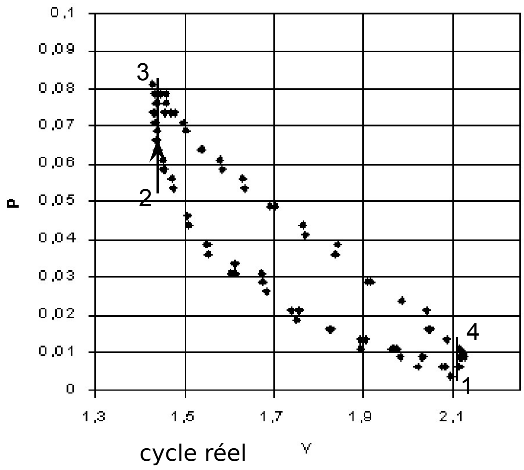
Partie VIII : Thermodynamique
Chapitre 5

Correction – TD – Machines thermiques

I Étude du moteur de Stirling [● ○ ○]

1 - On a l'allure suivante :





2 - ⋆ On raisonne sur le système {gaz + piston agissant dessus + cylindre le contenant} (dire juste {gaz} est aussi accepté). On a

$$W_{34} = -\int_3^4 p_{\text{ext}}\mathrm{d}V \underbrace{=}_{p=p_{\text{ext}}\text{ car rév}} -\int_3^4 p\mathrm{d}V \underbrace{=}_{G.P.} -\int_3^4 \frac{nRT}{V}\mathrm{d}V$$

$$\underbrace{=}_{\text{iso-T}} -nRT_3\int_3^4 \frac{1}{V}\mathrm{d}V$$

$$\boxed{W_{34} = -nRT_3 \ln\rho < 0.}$$

⋆ Pour trouver le transfert thermique, on utilise le premier principe sur l'étape 3→4, au même système :

$$\Delta U = W_{34} + Q_{34}.$$

Or c'est un gaz parfait, donc $\Delta U = C_v(T_4 - T_3)$, et comme $T_3 = T_4$ on a $\Delta U = 0$. Finalement

$$\boxed{Q_{34} = -W_{34} = nRT_3 \ln\rho > 0.}$$

3 - Le système considéré est le même que précédemment, il n'inclut en particulier pas le régénérateur puisqu'on cherche l'expression des échanges thermiques avec celui-ci.

Évolution isochore, donc $\boxed{W_{23} = 0.}$

$\Delta U_{23} = \dfrac{nR}{\gamma - 1}(T_3 - T_2).$

$\Delta U_{23} = W_{23} + Q_{23}$ donc on a $\boxed{Q_{23} = \Delta U_{23} = \dfrac{nR}{\gamma - 1}(T_3 - T_2).}$

4 - On considère le système {**toute la machine**}, qui échange uniquement avec l'extérieur un transfert thermique Q_{12} et Q_{34}, les autres transferts étant internes au système n'ont pas à être considérés ni dans Q ni dans S_e, et un travail $W_{\text{cycle}} = W_{12} + W_{34}$.

Alors on a comme d'habitude :

$$0 = \Delta U_{\text{cycle}} = W_{\text{cycle}} + Q_{12} + Q_{34}$$

$$0 = \Delta S_{\text{cycle}} = S_{e,12} + S_{e,34} + \underbrace{S_{c,\text{cycle}}}_{=0}$$

$$= \frac{Q_{12}}{T_1} + \frac{Q_{34}}{T_3}.$$

Or $S_{c,\text{cycle}} = 0$.

Puis $\eta = \dfrac{-W_{\text{cycle}}}{Q_{34}} = \dfrac{Q_{12}+Q_{34}}{Q_{34}} = 1 + \dfrac{Q_{12}}{Q_{34}} = 1 - \dfrac{T_1}{T_3}$.

D'où $\boxed{\eta = 1 - \dfrac{T_1}{T_3} = 0{,}5.}$

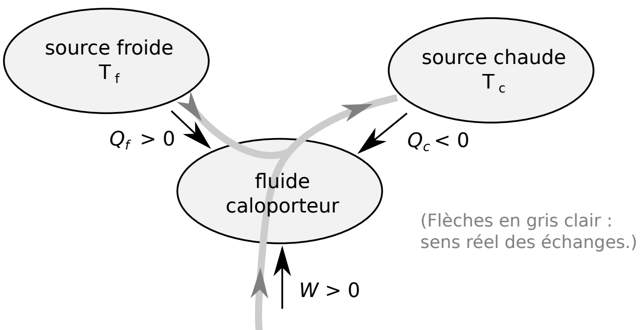
On retrouve donc l'expression du rendement d'un moteur réversible fonctionnant entre une source chaude à T_3 et une source froide à T_2.

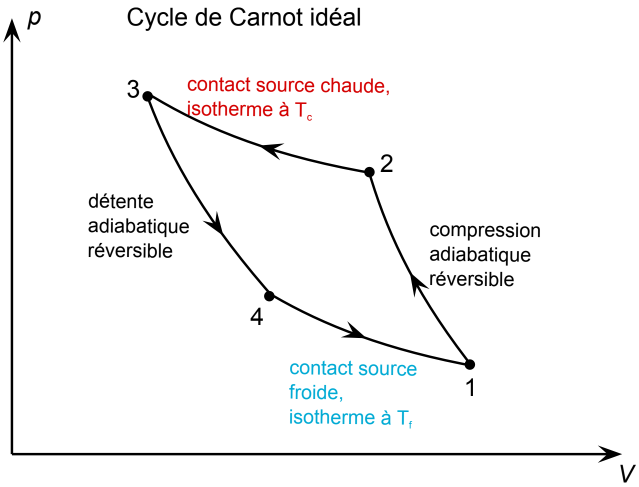
II Cycle de Carnot réfrigérant ⋆ | [• ○ ○]

1 - Cf schéma ci-dessous. On a représenté avec des flèches noires les transferts algébriquement reçus par le fluide réfrigérant, et en gris clair le sens réel. Ainsi si les flèches noires et les flèches gris clair sont de sens opposé, c'est que ce transfert est négatif pour le fluide.

Concrètement, la source chaude est la cuisine, la source froide est l'intérieur du congélateur.

2 - Cf ci-dessous. Pour une machine réfrigérante, le cycle est toujours parcouru dans le sens antihoraire.





3 - L'étape 1 → 2 est une compression adiabatique et réversible, et on modélise le gaz comme parfait. On a donc la loi de Laplace $pV^\gamma = \text{cst}$.

Ici ce ne sont pas les volumes V que l'on connaît, mais les températures : $T_1 = T_f = 273 - 15 = 258\,\text{K}$, et $T_2 = T_c = 273 + 20 = 293\,\text{K}$.

On transforme donc la loi de Laplace, en utilisant $pV = nRT$: $pV^\gamma = p\left(\dfrac{nRT}{p}\right)^\gamma = p^{1-\gamma}T^\gamma \times (nR)^\gamma$.

Comme nR est constant, on a alors $p^{1-\gamma}T^\gamma = \text{cst}$.

Donc ici $p_1^{1-\gamma}T_1^\gamma = p_2^{1-\gamma}T_2^\gamma$, soit $p_2^{1-\gamma} = p_1^{1-\gamma}\left(\dfrac{T_1}{T_2}\right)^\gamma$.

On élève à la puissance $1/(1-\gamma)$: $\boxed{p_2 = p_1\left(\dfrac{T_1}{T_2}\right)^{\gamma/(1-\gamma)} = 1{,}87\,\text{bar}.}$

4 - Grandeur utile : Q_f, grandeur coûteuse : W. D'où $\boxed{e = \dfrac{Q_f}{W}.}$

Il s'agit encore de la même démonstration que dans le cours ou l'EC2.

⋆ Premier principe au système {fluide frigorigène} sur un cycle :

$$\underbrace{\Delta U}_{=0} = W + Q_c + Q_f, \text{ donc } W = -Q_c - Q_f$$

($\Delta U = 0$ sur un cycle car U est une grandeur d'état).

⋆ Second principe au système {fluide frigorigène} sur un cycle :

$$\underbrace{\Delta S}_{=0} = \underbrace{\frac{Q_f}{T_f} + \frac{Q_c}{T_c}}_{S_e} + \underbrace{0}_{S_c}, \text{ donc } \frac{Q_c}{Q_f} = -\frac{T_c}{T_f}.$$

⋆ L'efficacité s'écrit :

$$e \underbrace{=}_{\text{par déf.}} \frac{Q_f}{W} \underbrace{=}_{1^{\text{er}}\text{ ppe}} -\frac{Q_f}{Q_c + Q_f} = -\frac{1}{Q_c/Q_f + 1} \underbrace{=}_{2^{\text{nd}}\text{ ppe}} -\frac{1}{-T_c/T_f + 1} = \frac{1}{T_c/T_f - 1} = \frac{T_f}{T_c - T_f}.$$

On a donc $\boxed{e = \dfrac{T_f}{T_c - T_f}.}$

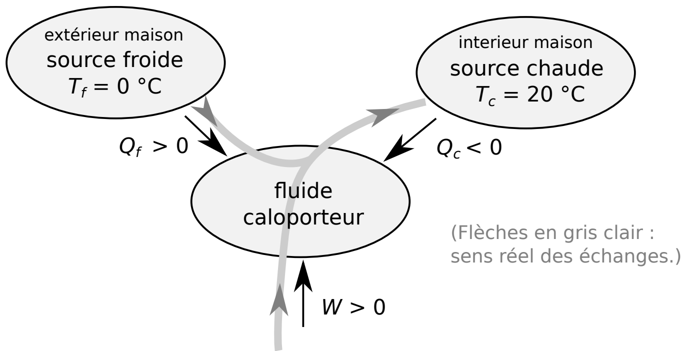
A.N. : $e = \dfrac{T_f}{T_c - T_f} = \dfrac{-15 + 273}{(20 + 273) - (-15 + 273)} = 7{,}4.$

Signification : pour extraire $Q_f = 100\,\text{J}$ du compartiment froid, il faut fournir $W = Q_f/e = 13{,}5\,\text{J}$ seulement.

5 - Ces échanges thermiques sont nécessairement infiniment lents (puisque source et gaz sont à la même température). Le frigo ne fonctionne donc pas vraiment...

En pratique il faut donc des températures différentes, donc de l'irréversibilité. En contrepartie l'efficacité sera moins grande. Elle est typiquement de l'ordre de 3.

III Pompe à chaleur ⋆ | [• ○ ○]



1 - Cf ci-contre.

2 - a - L'efficacité de la pompe est maximale si on suppose son fonctionnement réversible. Même raisonnement que dans le cours.

⋆ Premier principe au système {fluide} sur un cycle :

$$\underbrace{\Delta U}_{=0} = W + Q_c + Q_f, \text{ donc } W = -Q_c - Q_f$$

($\Delta U = 0$ sur un cycle car U est une grandeur d'état).

⋆ Second principe au système {fluide} sur un cycle :

$$\underbrace{\Delta S}_{=0} = \underbrace{\frac{Q_f}{T_f} + \frac{Q_c}{T_c}}_{S_e} + \underbrace{0}_{S_c}, \quad \text{donc} \quad \frac{Q_f}{Q_c} = -\frac{T_f}{T_c}.$$

⋆ L'efficacité s'écrit :

$$e \underbrace{=}_{\text{par déf.}} \frac{-Q_c}{W} \underbrace{=}_{1^{\text{er}}\text{ ppe}} \frac{Q_c}{Q_c + Q_f} = \frac{1}{1 + Q_f/Q_c} \underbrace{=}_{2^{\text{nd}}\text{ ppe}} \frac{1}{1 - T_f/T_c} = \frac{T_c}{T_c - T_f}.$$

$$\boxed{e = \frac{T_c}{T_c - T_f} = 14{,}7.}$$

b - ⋆ On a $e = \dfrac{-Q_c}{W}$, donc $W = \dfrac{-Q_c}{e}$. Ici on raisonne en puissance, donc par exemple pour une durée de $t = 1\,\text{s}$, on a une puissance à fournir $P = W/t = \dfrac{-Q_c/t}{e}$, et $-Q_c/t = 5\,\text{kW}$ d'après l'énoncé.

Il faut donc fournir une puissance $\boxed{P = \dfrac{5000}{14{,}7} = 340\,\text{W}.}$

⋆ Pour trouver $\dot{Q}_f$, il faut utiliser le premier principe : $W + Q_f + Q_c = 0$, donc $Q_f = -W - Q_c$.
En divisant par $t = 1\,\text{s}$, on a $\dfrac{Q_f}{t} = -\dfrac{W}{t} - \dfrac{Q_c}{t}$, soit donc $\boxed{\dot{Q}_f = -P - \dot{Q}_c = -340 + 5000 = 4{,}66\,\text{kW}.}$
Ainsi quasiment tout le transfert thermique de chauffage provient de ce qu'on extrait à l'extérieur.

c - L'efficacité réversible est $e = \dfrac{T_c}{T_c - T_f}$. On voit qu'elle est maximale si $T_c = T_f$ (elle est alors infinie !).
Le problème est que si $T_c = T_f$, et que $T_f = 0\,°\text{C}$, alors T_c également, ce qui n'est pas très confortable...

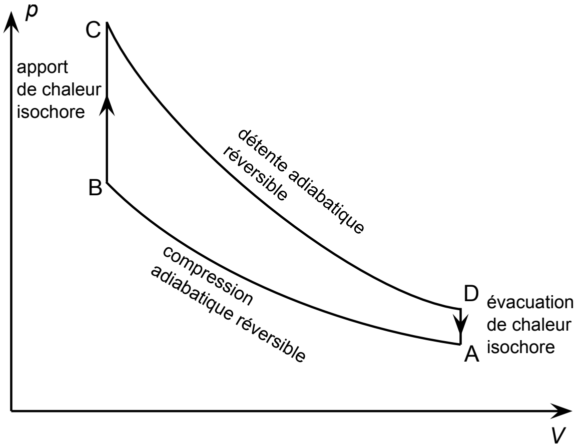
3 - ⋆ On a $e = \dfrac{-Q_c}{W}$, donc $W = \dfrac{-Q_c}{e}$. Ici on raisonne en puissance, donc par exemple pour une durée de $t = 1\,\text{s}$, on a une puissance à fournir $P = W/t = \dfrac{-Q_c/t}{e}$, et $-Q_c/t = 5\,\text{kW}$ d'après l'énoncé.

Il faut donc fournir une puissance $\boxed{P = \dfrac{5000}{3} = 1{,}7\,\text{kW}.}$ C'est bien plus que dans le cas réversible.

⋆ Pour trouver $\dot{Q}_f$, il faut utiliser le premier principe : $W + Q_f + Q_c = 0$, donc $Q_f = -W - Q_c$.
En divisant par $t = 1\,\text{s}$, on a $\dfrac{Q_f}{t} = -\dfrac{W}{t} - \dfrac{Q_c}{t}$, soit donc $\boxed{\dot{Q}_f = -P - \dot{Q}_c = -1{,}7 + 5 = 3{,}3\,\text{kW}.}$

IV Étude du cycle du moteur à explosion [• • ○]

1 -



2 - a - Système : {mélange air-carburant}, fermé, modélisé par un gaz parfait.

Transformation : isochore, entre les états

$$\text{État initial} \left| \begin{array}{l} T_B \\ p_B \\ V_B \end{array} \right. \quad \rightarrow \quad \text{État final} \left| \begin{array}{l} T_C \\ p_C \\ V_C = V_B \end{array} \right.$$

⋆ Le travail reçu par le système est nul car le volume ne varie pas.

⋆ Le premier principe appliqué au système au cours de la transformation indique donc que $\Delta U_{BC} = Q_{BC}$.

⋆ On utilise le modèle du gaz parfait, donc $\Delta U_{BC} = C_V(T_C - T_B) = \dfrac{nR}{\gamma - 1}(T_C - T_B)$.

⋆ On a donc $\boxed{Q_{BC} = \dfrac{nR}{\gamma - 1}(T_C - T_B).}$

2 - b - On a $Q_{BC} > 0$ car $T_C > T_B$. C'est donc bien une chaleur reçue par le mélange air-carburant. Ce qui fournit cette énergie thermique est la combustion du mélange, qui est déclenchée par l'étincelle de la bougie.

3 - a - On peut réappliquer les résultats de la questions 2.a : en 2.a on avait une transformation isochore entre les états B et C, ici on a la même transformation mais entre les états D et A, d'où $\boxed{Q_{DA} = \dfrac{nR}{\gamma - 1}(T_A - T_D).}$

b - On a $Q_{DA} < 0$ car $T_A < T_D$. C'est donc le mélange air-carburant qui cède un transfert thermique vers le milieu extérieur. Dans le cycle réel, l'étape DA correspond au renouvellement du mélange air-carburant dans le cylindre. Il y a donc évacuation du mélange qui est à la température T_D vers le milieu extérieur. Comme T_D est une température élevée, ceci revient à dire qu'il y a un transfert thermique vers le milieu extérieur.

4 - a - Système : {mélange air-carburant}. Transformation : *un cycle de fonctionnement* (important !).

⋆ U étant une fonction d'état, sa variation pendant un cycle est nulle : $\Delta U = 0$.

⋆ On applique le premier principe au système pendant un cycle :

$$0 = \Delta U = W + Q_{AB} + Q_{BC} + Q_{CD} + Q_{DA},$$

où W est le travail reçu total ($W = W_{AB} + W_{BC} + W_{CD} + W_{DA}$ mais on n'a pas besoin de détailler, c'est W qui nous intéresse).

⋆ Or $Q_{AB} = 0$ et $Q_{CD} = 0$ car AB et CD sont des transformations adiabatiques.

⋆ On en déduit que le travail reçu par le mélange air-carburant lors d'un cycle est $\boxed{W = -Q_{BC} - Q_{DA}.}$

b - Pour que le système {mélange air-carburant} fournisse effectivement un travail au milieu extérieur (donc au piston puis au reste de la chaine de transmission), il faut que $\boxed{W < 0.}$

Au cours du cycle, ce travail est produit uniquement au cours des évolutions AB et CD (car les deux autres sont isochores). AB est une compression du mélange air-carburant, pour laquelle il faut fournir un travail (donc $W_{AB} > 0$). CD est une détente, qui a pour effet de fournir du travail au piston et donc au milieu extérieur ($W_{CD} < 0$). C'est donc lors de la détente CD que le travail est fourni au milieu extérieur.

5 - Le rendement (appelé "thermique" dans l'énoncé car il concerne le moteur) est défini comme la grandeur utile divisée par la grandeur qui a un coût, ou qu'il faut fournir au système pour qu'il fonctionne.

⋆ Ici la grandeur utile est le travail récupéré au cours d'un cycle, donc $-W$.

⋆ La grandeur coûteuse est la chaleur à fournir lors de l'échauffement BC (qui en pratique est fournie par la détonation du mélange, le coût est donc celui du carburant injecté).

⋆ On a donc $\boxed{\eta = \dfrac{-W}{Q_{BC}}.}$

⋆ En utilisant 4.a, on montre que $\eta = \dfrac{-W}{Q_{BC}} = \dfrac{Q_{BC} + Q_{DA}}{Q_{BC}} = 1 + \dfrac{Q_{DA}}{Q_{BC}}$.

⋆ Puis on utilise les relations des questions 2.a et 3.a et on obtient $\boxed{\eta = 1 + \dfrac{T_A - T_D}{T_C - T_B}.}$

6 - a - ⋆ On utilise le fait que AB et CD sont des transformation adiabatiques réversibles d'un gaz parfait, pour lesquelles la loi de Laplace s'applique :

$$\text{on a donc } \begin{cases} T_A V_A^{\gamma-1} = T_B V_B^{\gamma-1} \\ T_C V_C^{\gamma-1} = T_D V_D^{\gamma-1} \end{cases}$$

Pour faire intervenir le moins possible d'inconnues, on utilise dans cette dernière relation le fait que $V_C = V_B$ et $V_D = V_A$. On a donc

$$\begin{cases} T_A V_A^{\gamma-1} = T_B V_B^{\gamma-1} \\ T_C V_B^{\gamma-1} = T_D V_A^{\gamma-1} \end{cases} \quad \text{et on isole } T_B \text{ et } T_C \ : \quad \begin{cases} T_B = T_A (V_A/V_B)^{\gamma-1} = T_A \alpha^{\gamma-1} \\ T_C = T_D (V_A/V_B)^{\gamma-1} = T_D \alpha^{\gamma-1} \end{cases}.$$

⋆ On a ensuite $\eta = 1 + \dfrac{T_A - T_D}{T_C - T_B} = \eta = 1 + \dfrac{T_A - T_D}{T_D \alpha^{\gamma-1} - T_A \alpha^{\gamma-1}} = 1 - \dfrac{1}{\alpha^{\gamma-1}}$.

Finalement : $\boxed{\eta = 1 - \alpha^{1-\gamma}.}$

b - On a $\alpha = 10$ ici. On trouve donc $\boxed{\eta = 0{,}60.}$

η augmente avec le rapport de compression.

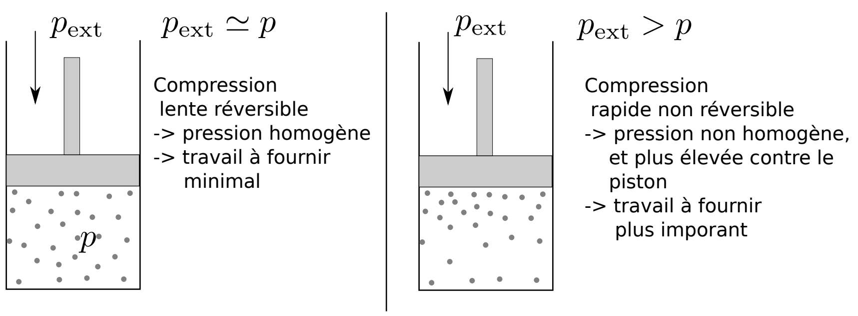
Remarque : On pourrait donc penser qu'il suffit d'augmenter indéfiniment α pour avoir de bons rendements. C'est en réalité impossible car pour des compressions trop importantes les températures et pressions atteintes dans la chambre sont très élevées et (i) imposent trop de contraintes mécaniques, (ii) font que le mélange air-carburant risque de s'auto-enflammer avant l'étincelle fournie par la bougie et donc avant que le piston soit en haut, ce qui fait que le cycle ne se déroule pas correctement.

c - Le rendement théorique est supérieur au rendement réel.

Ce rendement théorique correspond au cycle modèle, notamment avec des étapes AB et CD qui sont réversibles. En réalité, diverses sources d'irréversibilité vont faire diminuer le rendement : frottements du piston dans le cylindre, gradients thermiques importants, ou encore inhomogénéités de pression dans le cylindre.

De plus, la compression et la détente ne sont pas exactement adiabatiques, et il y a donc un transfert thermique vers l'extérieur lors de ces étapes qui est perdu. L'étape de renouvellement de l'air dans le cylindre, ignorée dans le modèle, nécessite également du travail.

Exemple de l'incidence d'une compression rapide et de la pression non homogène : il faut fournir plus de travail pour comprimer. Ce travail ne sert pas à faire tourner l'axe moteur, il y a donc baisse de rendement.



De même lors de la détente : détente trop rapide implique une dépression au niveau du piston, donc le gaz "pousse moins" sur le piston et le travail récupéré est moindre. Il y a donc baisse de rendement.

Remarque : Le rendement réel de 25 à 30% correspond au rapport entre le travail récupéré à la sortie du moteur et la chaleur fournie par la combustion. Le rendement global d'un véhicule est encore plus faible, d'abord parce que la combustion du carburant est parfois incomplète, ce qui fait que la chaleur récupérée n'est pas maximale, et ensuite parce que le travail produit par le moteur va être dissipé lors de frottements lors de son acheminement vers les roues.

Autre remarque : on pourrait vouloir comparer au rendement réversible $\eta = 1 - \dfrac{T_f}{T_c}$. Mais c'est un peu subtil : le cycle décrit ici n'est en fait pas celui d'un moteur ditherme qui fonctionne entre une source froide et une source chaude, puisque la chaleur n'est pas apportée par une source chaude mais par une combustion interne.

On remarque tout de même que notre expression du rendement ne dépend pas de la façon dont les échanges thermiques isochores BC et DA sont effectués (et pas de leur réversibilité d'ailleurs). On peut donc imaginer que BC est effectué au contact d'une source chaude à T_C, et DA au contact d'une source froide à T_A. On a alors un moteur ditherme, irréversible à cause de ses étapes, et on peut vérifier mathématiquement que $\eta = 1 - \dfrac{T_A}{T_B}\dfrac{T_D/T_A - 1}{T_C/T_B - 1} = 1 - \dfrac{T_A}{T_B} < 1 - \dfrac{T_A}{T_C}$.

7 - a - Système : n moles de gaz supposé parfait.

Transformation : adiabatique réversible, entre les états

$$\text{État initial} \left| \begin{array}{l} T_A = 290\,\mathrm{K} \\ p_A = p_0 = 1{,}0\,\mathrm{bar} \\ V_A \end{array} \right. \quad \rightarrow \quad \text{État final} \left| \begin{array}{l} T_B \\ p_B \\ V_B = V_A/\alpha \end{array} \right.$$

Il s'agit d'une transformation adiabatique réversible pour un gaz parfait, on a donc la loi de Laplace : $T_B V_B^{\gamma-1} = T_A V_A^{\gamma-1}$, d'où $\boxed{T_B = T_A\,\alpha^{\gamma-1}.}$ On trouve $T_B = 728\,\mathrm{K}$, soit $\boxed{T_B = 7{,}3 \times 10^2\,\mathrm{K}.}$

b - Système : n moles de gaz supposé parfait.

Transformation : isochore, apport de chaleur $q_m = 23\,\mathrm{kJ/mol}$, entre les états

$$\text{État initial} \left| \begin{array}{l} T_B = 728\,\mathrm{K} \\ p_B \\ V_B \end{array} \right. \quad \rightarrow \quad \text{État final} \left| \begin{array}{l} T_C \\ p_C \\ V_C = V_B \end{array} \right.$$

On le transfert thermique Q reçu par les n moles de gaz : $Q = nq_m$. On applique donc le premier principe pour le système et la transformation indiqué ci-dessus, et on utilise l'expression de ΔU pour un gaz parfait : on a $\dfrac{nR}{\gamma - 1}(T_C - T_B) = \Delta U = W + Q = Q = nq_m$.

On a donc $\boxed{T_C = T_B + \dfrac{\gamma - 1}{R} q_m.}$ On trouve $T_C = 1844\,\mathrm{K}$, soit $\boxed{T_C = 1{,}8 \times 10^3\,\mathrm{K}.}$

c - On utilise $\dfrac{p_C V_C}{T_C} = nR = \dfrac{p_A V_A}{T_A} = \dfrac{p_A \alpha V_C}{T_A}$, d'où $\boxed{p_C = p_0\,\alpha \dfrac{T_C}{T_A}.}$ On trouve $p_C = 63.6\,\mathrm{bar}$, soit $\boxed{p_C = 64\,\mathrm{bar}.}$

V Contraintes imposées par les principes [• • ○]

1 - Au cours d'un cycle, ce moteur reçoit un transfert thermique $Q_c > 0$ de la part de la source chaude, ainsi qu'un travail $W < 0$.

Le second principe au {moteur} sur un cycle indique que $0 = \Delta S = S_e + S_c = \dfrac{Q_c}{T_c} + S_c$, d'où

$$\frac{Q_c}{T_c} = -S_c \leq 0, \quad \text{d'où} \quad Q_c \leq 0$$

.

Le premier principe au {moteur} sur un cycle indique que $0 = \Delta U = W + Q_c$, donc $W = -Q_c$.

On a donc $W = -Q_c \geq 0$: ce n'est donc pas un moteur, mais une machine réceptrice !

Remarque : Le fait qu'il n'existe pas de moteur monotherme montre bien qu'il faut nécessairement exploiter un flux thermique entre deux sources, afin d'en détourner une partie sous forme de travail.

C'est aussi là l'une des formes historiques du second principe.

2 -

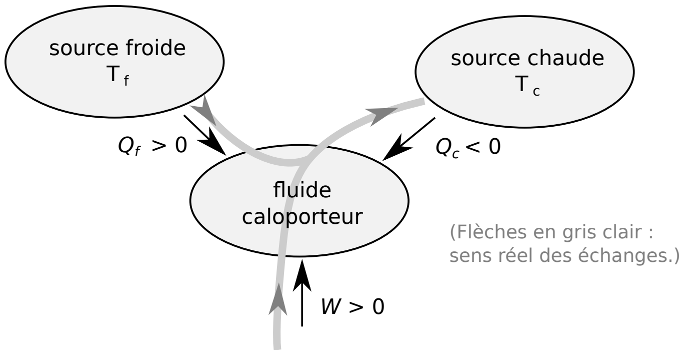
Ouvrons la porte du réfrigérateur.

Il prélève alors à la cuisine un transfert thermique $|Q_f|$, mais en injecte aussi un qui vaut $|Q_c|$.

Peut-on avoir $|Q_c| < |Q_f|$?

Non, car le premier principe indique que su run cycle, pour le fluide : $0 = \Delta U = W + Q_f + Q_c$, donc

$$\underbrace{-Q_c}_{>0} = \underbrace{W}_{>0} + \underbrace{Q_f}_{>0} > Q_f$$



C'est plutôt clair sur le schéma de principe.

Un climatiseur n'a pas ce problème, car il ne rejette pas $-Q_c$ dans la cuisine, mais à l'extérieur de la maison !

VI Cycle de Stirling sans régénérateur [• • ○]

Cette fois le transfert thermique Q_{23} est aussi coûteux (puisqu'il vient de la source chaude). Le rendement est donc définit comme

$$\eta = \frac{-W}{Q_{23} + Q_{34}}.$$

Il n'y a pas d'hypothèse de réversibilité (par exemple $2 \to 3$ telle qu'envisagée est irréversible car $T \neq T_c$), le raisonnement usuel sur l'ensemble du cycle (premier et second principes) est donc inutile, car on ne connaît pas l'entropie créée.
Il faut donc calculer chaque terme.

- $W = W_{12} + W_{34}$ (les étapes 23 et 41 sont isochores, donc travail nul).

  On a déjà calculé $W_{34} = -nRT_3 \ln(V_4/V_3) = -nRT_3 \ln \rho$.

  Et on a de même $W_{12} = -nRT_1 \ln(V_2/V_1) = -nRT_1 \ln(1/\rho) = nRT_1 \ln \rho$.

  Donc $W = nR \ln \rho \times (T_1 - T_3)$.

- On a aussi déjà calculé $Q_{23} = \dfrac{nR}{\gamma - 1}(T_3 - T_2) = \dfrac{nR}{\gamma - 1}(T_3 - T_1)$.

  Ainsi que $Q_{34} = nRT_3 \ln \rho$.

On a donc finalement $\eta = \dfrac{-nR\ln\rho \times (T_1 - T_3)}{\dfrac{nR}{\gamma - 1}(T_3 - T_1) + nRT_3 \ln\rho}$, soit

$$\boxed{\eta = \frac{(T_3 - T_1)\ln\rho}{\dfrac{T_3 - T_1}{\gamma - 1} + T_3\ln\rho} = 0{,}23.}$$

On remarque que $\eta = \dfrac{-W}{Q_{23} + Q_{34}} \leq \dfrac{-W}{Q_{34}} = 1 - \dfrac{T_1}{T_3} = \eta_{\text{rév}}$.