

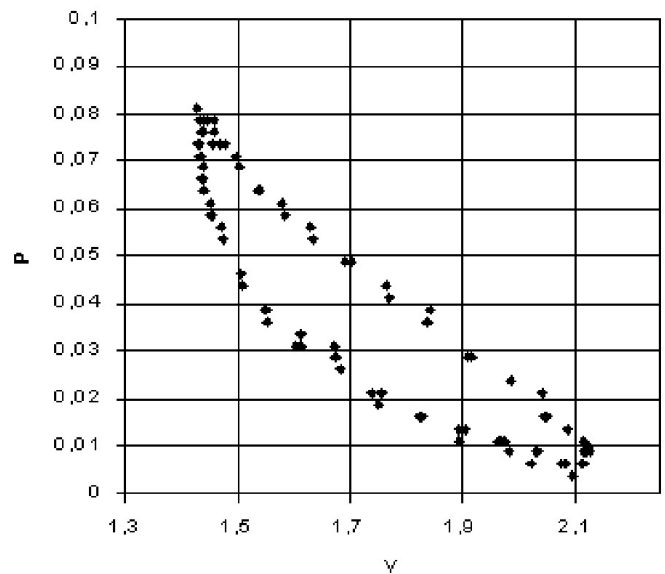
# TD – Machines thermiques

**Remarque** : exercice avec ★ : exercice particulièrement important, à maîtriser en priorité (de même que les exemples de questions de cours des “ce qu’il faut savoir faire”) | [●○] : difficulté des exercices

## I Étude du moteur de Stirling [●○]

On considère un moteur ditherme fonctionnant selon le cycle de Stirling. Le fonctionnement réel du moteur est évidemment compliqué, et nous utilisons ici une description idéale du cycle :

- On considère  $n$  moles de gaz dans le moteur, qui circule en système fermé et est comprimé/détendu par un piston, modélisé comme un gaz parfait, de capacité thermique à volume constant  $C_v = \frac{nR}{\gamma - 1}$ , et à pression constante  $C_p = \frac{nR\gamma}{\gamma - 1}$ , avec  $\gamma = 1.4$  l'exposant adiabatique (supposé indépendant de la température).
- Lors de l'étape 1 → 2 le gaz est comprimé au contact de la source froide. Cette étape est modélisée comme une compression isotherme réversible à la température  $T_1 = 300$  K (qui est aussi la température de la source froide).
- Lors de l'étape 2 → 3, le gaz s'échauffe en passant dans ce qu'on appelle un régénérateur. Le régénérateur est une pièce qui a été chauffée précédemment par le gaz lorsqu'il était chaud, et qui restitue maintenant cette énergie. Cette étape d'échauffement du gaz lors du passage dans le régénérateur est modélisée comme un échange thermique isochore.
- Lors de l'étape 3 → 4, le gaz se détend au contact de la source chaude. Ceci est modélisé comme une détente isotherme réversible à la température  $T_3 = 600$  K.
- Lors de l'étape 4 → 1 le gaz se refroidit en passant à nouveau dans le régénérateur. Il cède ainsi de l'énergie thermique au régénérateur (énergie qui est stockée par le régénérateur pour être restituée au gaz plus tard lors de l'étape 2-3). Le refroidissement du gaz lors du passage dans le régénérateur est modélisée comme un échange thermique isochore.
- Le régénérateur est supposé parfait, ce qui se traduit par le fait que cette régénération permet des aller-retour entre les deux isothermes à  $T_1$  et  $T_3$ . On peut montrer que ceci n'est possible que si les étapes 23 et 41 sont réversibles.



Ci-contre il s'agit de l'enregistrement du cycle sur un moteur réel, à l'aide d'une mesure du volume et de la pression à chaque instant.

- 1 - Tracer l'allure du cycle dans le diagramme  $p$ - $V$ . (dans quel sens le cycle est-il parcouru pour un moteur? commencer par tracer l'allure de l'isotherme à  $T_1$  et de celle à  $T_3$ ; par quel type de transformation sont-elles reliées?)

Comparer votre cycle idéal au tracé du cycle expérimental. Est-ce cohérent?

2 - On s'intéresse à la détente  $3 \rightarrow 4$ . Le gaz passe d'un volume  $V_3$  à un volume  $V_4 = \rho \times V_3$  où  $\rho$  est un rapport de compression.

Donner l'expression du travail  $W_{34}$  reçu par le gaz lors de cette détente, en faisant intervenir  $n$ ,  $R$ ,  $\rho$  et une température.

Donner ensuite l'expression du transfert thermique  $Q_{34}$  reçu par le gaz lors de cette détente.

3 - On considère ensuite l'étape  $2 \rightarrow 3$ . Donner l'expression du travail  $W_{23}$  et du transfert thermique  $Q_{23}$  reçus par le gaz, en fonction de  $T_2$ ,  $T_3$ ,  $n$ ,  $R$  et  $\gamma$ .

4 - Enfin, on souhaite évaluer le rendement du moteur.

On rappelle que le régénérateur est une pièce interne au moteur, et que les transferts thermiques  $Q_{23}$  et  $Q_{41}$  reçu par le gaz lors des étapes  $2 \rightarrow 3$  et  $4 \rightarrow 1$  sont des transferts internes au moteur (et pas avec les sources extérieures).

Quelle est la seule grandeur coûteuse pour ce moteur ?

Quelle est la grandeur utile ?

En déduire une expression du rendement du moteur, puis faire l'application numérique.

## II Cycle de Carnot réfrigérant ★ | [● ○ ○]

On étudie ici le cycle de Carnot idéal pour une machine réfrigérante de type congélateur.

Le fluide réfrigérant est un gaz, que l'on modélisera comme parfait d'indice adiabatique  $\gamma = 1,4$ , qui suit les étapes idéales suivantes :

- $1 \rightarrow 2$  : compression adiabatique et réversible.
- $2 \rightarrow 3$  : apport de chaleur au contact de la source chaude, lors de cet apport le gaz évolue de façon isotherme (sa température reste constante égale à  $T_c$ ). Il reçoit un transfert  $Q_c$ .
- $3 \rightarrow 4$  : détente adiabatique et réversible.
- $4 \rightarrow 1$  : évacuation de chaleur isotherme au contact de la source froide, lors de cet apport le gaz évolue de façon isotherme (sa température reste constante égale à  $T_f$ ). Il reçoit un transfert  $Q_f$ .

Les échanges de chaleur étant isotherme avec  $T = T_{\text{ext}}$ , on peut les supposer réversibles. On prendra  $T_c = 20^\circ\text{C}$  et  $T_f = -15^\circ\text{C}$ .

1 - Représenter le congélateur sur un diagramme où apparaissent fluide réfrigérant, sources, milieu extérieur,  $Q_c$ ,  $Q_f$  et  $W$ . Donner les signes de ces grandeurs. Que sont concrètement la source froide et la source chaude ?

2 - Représenter le tracé du cycle dans le diagramme  $p-V$ , avec les numéros des étapes. Attention au sens.

3 - La pression au point 1 est  $p_1 = 1,2$  bar. Calculer la pression au point 2.

4 - Définir l'efficacité de la machine en fonction de grandeurs parmi  $Q_c$ ,  $Q_f$  et  $W$ . Attention aux signes. Puis donner l'expression de cette efficacité en fonction des températures des sources. Faire l'application numérique.

Signification : pour extraire  $Q_f = 100$  J du compartiment froid, combien de travail faut-il fournir ?

5 - Expliquer le désavantage des échanges thermiques envisagés ici (température du fluide égale à la température de la source extérieure),

Expliquer pourquoi l'efficacité réelle sera inférieure à celle calculée. Quel est son ordre de grandeur pour un congélateur ?

### III Pompe à chaleur \_\_\_\_\_ ★ | [● ○ ○]

Soit une pompe à chaleur, dont l'objectif est de fournir une puissance thermique  $|\dot{Q}_c| = 5 \text{ kW}$  (soit  $|Q_c| = 5 \text{ kJ}$  par seconde) à l'intérieur de la maison pour maintenir sa température à  $T_0 = 20^\circ\text{C}$  (ceci compense les pertes thermiques de la maison, via les murs et les fenêtres). Il faut pour cela fournir une puissance  $P$  à la pompe (puissance qui vient du réseau électrique).

Dehors il faut plutôt froid :  $T_{\text{ext}} = 0^\circ\text{C}$ .

- 1 - Faire un schéma de principe de la pompe, sur lequel figurent les échangeurs thermiques et le travail, tous comptés comme reçus par le fluide circulant dans la pompe.
- 2 - a - Que faut-il supposer pour que l'efficacité de la pompe soit maximale? Sous cette hypothèse, calculer son efficacité.  
b - En déduire la puissance  $P$  consommée par l'utilisateur, ainsi que la puissance thermique  $\dot{Q}_f$  extraite au milieu extérieur.  
c - Pour quelles valeurs des températures l'efficacité réversible est-elle maximale? Commentaire?
- 3 - La pompe à chaleur réelle présente des irréversibilités : la puissance fournie n'est pas exploitée de façon optimale pour atteindre l'objectif. L'efficacité est plutôt de l'ordre de 3.  
En déduire alors les véritables valeurs de la puissance consommée  $P$  et de  $\dot{Q}_f$ .

### IV Étude du cycle du moteur à explosion \_\_\_\_\_ [● ● ○]

#### Présentation générale

Le moteur à explosion a été proposé par le français Beau de Rochas en 1862, et construit par l'allemand Nikolaus Otto en 1876. Dans un tel moteur, la détonation du mélange air-carburant est provoquée par une étincelle produite par la bougie d'allumage, et ce à chaque fois que le piston atteint le point haut de sa course, ce qui augmente sa température, sa pression, et renvoie la piston en bas, fournissant ainsi de l'énergie cinétique et du travail.

Nous étudions ici le cycle du moteur quatre temps, ainsi appelé car à chaque cycle le piston effectue quatre courses complètes (soit deux aller-retour) au sein du cylindre.

Il est évident que le cycle réellement effectué par le moteur est complexe, et ne peut être étudié qu'au prix d'une modélisation qui implique des hypothèses simplificatrices. Nous allons par exemple supposer les gaz parfaits, et les détenteurs ou les compressions seront d'un type qui s'étudie facilement (adiabatique, isobare, etc.).

L'objectif d'une telle modélisation est par exemple de pouvoir prédire de quelles variables dépend le rendement, et comment celui-ci évolue lorsque l'on modifie ces variables. Les ordres de grandeurs et les sens de variations seront très probablement les mêmes que pour le moteur réel. Une modélisation simple permet également de comparer différents types de moteurs entre eux (le cycle Beau de Rochas, le cycle Diesel, le cycle de Stirling, etc.).

Une étude plus fine peut se faire en relâchant certaines hypothèses (équation d'état des gaz plus complexe, vraie dépendance en  $T$  des capacités thermiques, etc.), mais au prix de plus de calculs. Enfin, des simulations numériques peuvent aussi être utilisées. Notre approche est donc une première étape.

# Description du cycle et de sa modélisation

Hypothèses générales :

- Le mélange air-carburant est modélisé par un gaz parfait, d'exposant adiabatique  $\gamma = 1,4$  supposé indépendant de la température.
- Le gaz constitue un système fermé de  $n$  moles, de capacité thermique à volume constant  $C_V = \frac{nR}{\gamma - 1}$ .

L'animation suivante aide beaucoup à comprendre le fonctionnement du cycle : [http://www.sciences.univ-nantes.fr/sites/genevieve\\_tulloue/Thermo/Machines/4temps\\_FJ.php](http://www.sciences.univ-nantes.fr/sites/genevieve_tulloue/Thermo/Machines/4temps_FJ.php)

Le cycle de Beau de Rochas et sa modélisation sont les suivants :

- On part en  $A$  d'un cylindre rempli d'un mélange air-carburant, avec le piston au point mort bas (en bas du cylindre). Le piston monte jusqu'au point mort haut en  $B$  : le gaz est donc comprimé.

Modèle : cette compression est supposée adiabatique et réversible.

Justifications : la compression est assez rapide pour que les échanges de chaleur avec l'extérieur n'aient pas lieu (hypothèse adiabatique) ; le mouvement du piston est lent par rapport à la vitesse du son, ce qui fait que la transformation est quasi-statique, et les frottements pas trop importants (hypothèse réversible).

- Au point  $B$ , la bougie fournit une étincelle qui déclenche l'explosion du mélange. Cette combustion apporte de la chaleur au gaz. En conséquence, la pression augmente jusqu'au point  $C$ .

Modèle : cette augmentation de pression est supposée isochore.

Justification : elle a lieu au point mort haut, et la pression augmente très rapidement par rapport à la variation de volume.

C'est au cours de cette étape qu'a lieu l'apport de chaleur au système (chaleur fournie par la "source chaude" dans le modèle des machines dithermes).

- Entre  $C$  et  $D$ , le piston est éjecté vers l'extérieur à cause de l'augmentation de pression jusqu'à ce qu'il atteigne le point mort bas. Il s'agit donc d'une détente.

Modèle : on suppose cette détente adiabatique réversible. (même justification que pour  $A \rightarrow B$ )

- Au point  $D$ , il y a dans le cylindre un mélange air-carburant qui a déjà brûlé. Il faut donc évacuer ces gaz et les remplacer par un mélange "neuf" prêt à brûler à nouveau. C'est le rôle de l'aller-retour  $D \rightarrow A' \rightarrow A$ .

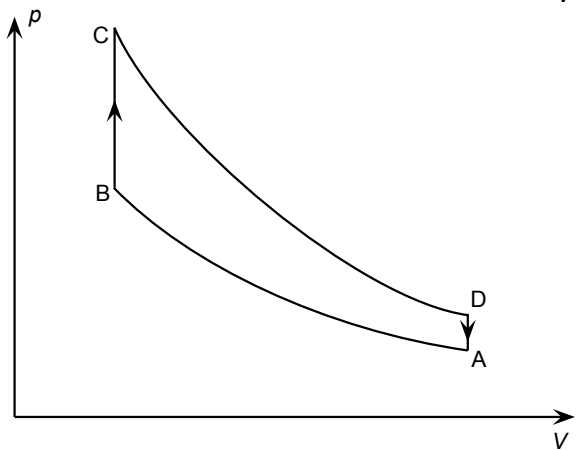
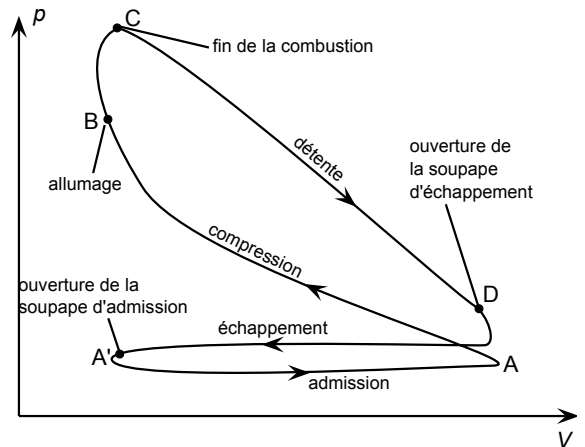
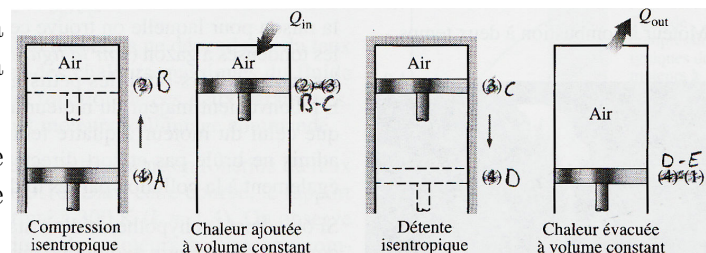


Diagramme du cycle réel en haut, et du cycle modèle en bas.



Représentation des étapes du cycle théorique (les soupapes d'admission et d'échappement ne sont pas représentées, et donc l'aller-retour  $DA'A$  est ignoré ici).

- Au point  $D$ , la soupape d'éjection s'ouvre. La pression retombe donc à la pression atmosphérique.
- De  $D$  à  $A'$ , la soupape d'éjection est toujours ouverte et le piston remonte, ce qui éjecte tout le gaz vers l'extérieur.
- De  $A'$  à  $A$ , la soupape d'éjection est fermée et la soupape d'admission est ouverte. Le piston redescend, ce qui remplit le cylindre avec un mélange air-carburant nouveau.

Modèle : on ignore l'aller-retour  $D-A'-A$  dans le modèle du cycle. Au lieu de cela, on suppose que de  $D$  à  $A$  le mélange revient à la pression atmosphérique à cause de l'ouverture de la soupape, de façon isochore jusqu'en  $A$ . Dans le modèle le mélange reste donc le même, mais il est prêt à brûler à nouveau.

C'est au cours de cette étape que le gaz cède de la chaleur à la "source froide" dans le modèle des machines dithermes (donc ici à l'atmosphère extérieure).

## Questions

Dans tout ce qui suit, nous utilisons uniquement le cycle modèle.

- 1** - Reproduire le diagramme du cycle modèle, et indiquer sur chacune des quatre courbes s'il s'agit d'une compression adiabatique réversible, d'une détente adiabatique réversible, d'un apport de chaleur isochore, ou d'une évacuation de chaleur isochore.

L'objectif est ensuite de calculer le rendement théorique. Les données sont les suivantes : le rapport entre le volume maximal et le volume minimal du cylindre lors de la course du piston est  $\alpha = V_A/V_B$ , et on prendra la valeur typique (pour un moteur à essence) de 10 ; la pression en  $A$  est la pression atmosphérique  $p_A = p_0 = 1.0 \text{ bar}$ . On prend  $R = 8.314 \text{ J} \cdot \text{K}^{-1} \cdot \text{mol}^{-1}$ .

- 2 - a** - Exprimer le transfert thermique  $Q_{BC}$  fourni au système lors de l'étape  $B \rightarrow C$ , en fonction de  $R$ ,  $n$ ,  $\gamma$ ,  $T_B$  et  $T_C$ .

**b** - Quel est le signe de  $Q_{BC}$  ? D'après la description du début de l'énoncé, qu'est ce qui produit cette chaleur ?

- 3 - a** - Exprimer le transfert thermique  $Q_{DA}$  fourni au système lors de l'étape  $D \rightarrow A$ , en fonction de  $R$ ,  $n$ ,  $\gamma$ ,  $T_D$  et  $T_A$ .

**b** - Quel est le signe de  $Q_{DA}$  ? D'après la description du début de l'énoncé, que se passe-t-il ?

- 4 - a** - Exprimer le travail  $W$  fourni au système lors d'un cycle en fonction de  $Q_{BC}$  et de  $Q_{DA}$ .

**b** - Quel doit être le signe de ce travail si l'on veut que le système fournisse effectivement un travail au milieu extérieur (donc au piston puis au reste de la chaîne de transmission) ?

Au cours du cycle, lors de quelles étapes ce travail est-il produit ?

- 5** - Définir le rendement thermique  $\eta$ . Puis l'exprimer en fonction de  $Q_{BC}$  et  $Q_{DA}$ . L'exprimer ensuite en fonction de  $T_A$ ,  $T_B$ ,  $T_C$ ,  $T_D$ .

- 6 - a** - Exprimer le rendement thermique en fonction de  $\gamma$  et du rapport des volumes  $\alpha$  uniquement (il faut pour cela utiliser la relation de Laplace dans sa version  $TV^{\gamma-1} = \text{cst}$  à deux reprises).

**b** - Faire l'application numérique. Comment varie  $\eta$  en fonction du rapport de compression  $\alpha$  ?

**c** - Les rendements des moteurs réels de ce type varient entre 25 et 30%. Comment peut-on expliquer les différences entre le rendement théorique et le rendement réel ?

7 - Pour avoir une idée des contraintes exercées sur les matériaux (cylindre, piston), on veut calculer la pression et la température maximales atteintes lors du cycle. Ceci a lieu au point  $C$ .

On prend encore  $\alpha = 10$ . On donne  $p_A = p_0 = 1.0 \text{ bar}$ ,  $T_A = 17^\circ\text{C}$  (température de l'atmosphère), et on indique que la chaleur apportée lors de la combustion (étape  $BC$ ) est  $q_m = 23 \text{ kJ/mol}$  (la combustion de  $n$  moles de mélange apporte donc une chaleur  $nq$ ).

**a** - Exprimer la température en  $B$  en fonction de  $\alpha$ ,  $\gamma$  et  $T_A$ . Faire l'application numérique.

**b** - Exprimer la température en  $C$  en fonction de  $T_B$ ,  $q_m$ ,  $\gamma$  et  $R$ . Faire l'application numérique.

**c** - Exprimer puis calculer la pression en  $C$ .

## V Contraintes imposées par les principes \_\_\_\_\_ [● ● ○]

1 - Démontrer qu'il est impossible de réaliser un moteur ne possédant qu'une seule source (une source chaude de température  $T_c$ , et pas de source froide).

2 - Démontrer qu'il impossible de refroidir sa cuisine en laissant ouverte la porte de son réfrigérateur. (Pourquoi est-ce possible avec un climatiseur?)

## VI Cycle de Stirling sans régénérateur \_\_\_\_\_ [● ● ○]

On reprend l'énoncé du moteur de Stirling (exercice I), mais cette fois l'échauffement  $2 \rightarrow 3$  se fait au contact de la source chaude (la même que pour l'étape  $3 \rightarrow 4$ ), et le refroidissement  $4 \rightarrow 1$  se fait au contact de la source froide. (la même que pour l'étape  $1 \rightarrow 2$ ).

Trouver la nouvelle expression du rendement, qui fera intervenir  $\rho = V_4/V_3$ ,  $T_1$  (qui est aussi égale à  $T_f$ ),  $T_3$  (qui est aussi égale à  $T_c$ ) et  $\gamma = 1,4$ .

Faire l'application numérique (prendre  $\rho = 3$ ) et comparer au rendement du cycle réversible de l'exercice I.