

## I Expérience de Rüchardt [●●○]

- 1 - – Adiabatique car assez rapide pour que les transferts thermiques soient négligeables sur la durée de l'expérience.
- Réversible (car assez lent pour toujours avoir une pression uniforme dans la bouteille + frottements faibles sur les premières oscillations + quasi-équilibre  $\forall t$ ,  $p$  proche de  $p_{\text{ext}}$ ).
  - Gaz parfait.
- On peut donc appliquer la loi de Laplace au gaz.

2 - Forces sur la bille :

- Poids  $-mg\vec{e}_x$ .
- Pression du milieu extérieur  $-p_0S\vec{e}_x$  avec  $S = \pi r^2$  la section de la bille (cf remarque en fin de corrigé).
- Pression du gaz :  $p(t)S\vec{e}_x$ .

Il est nécessaire d'exprimer  $p(t)$  :

$$p(t) = \frac{p_0 V_0^\gamma}{V^\gamma}.$$

Or le volume est donné par  $V = V_0 + Sx$  avec  $S \times x$  le volume supplémentaire dû au mouvement de la bille.

$$p(t) = \frac{p_0 V_0^\gamma}{(V_0 + Sx)^\gamma} = p_0 V_0^\gamma \times (V_0 + Sx)^{-\gamma} = p_0 V_0^\gamma \times V_0^{-\gamma} (1 + Sx/V_0)^{-\gamma} = p_0 (1 + Sx/V_0)^{-\gamma}.$$

On étudie des oscillations de faible amplitude, il faut donc faire un développement limité.

On a une expression du type  $(1 + \varepsilon)^\alpha$  avec  $\alpha = -\gamma$  et  $\varepsilon = \frac{Sx}{V_0}$ , donc

$$(1 + \underbrace{Sx/V_0}_{=\varepsilon})^{-\gamma} = 1 - \gamma \frac{Sx}{V_0}$$

Et donc :  $p(t) = p_0 \left(1 - \gamma \frac{Sx}{V_0}\right)$ .

On a donc :

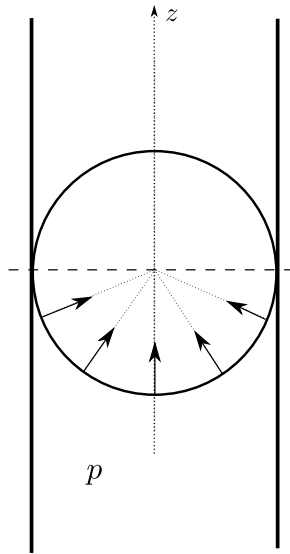
$$m\ddot{x} = -mg - p_0S + p_0S \left(1 - \gamma \frac{Sx}{V_0}\right), \quad \text{soit} \quad \boxed{\ddot{x} + \frac{\gamma p_0 S^2}{mV_0} x = -g.}$$

3 - Il s'agit de l'équation de l'oscillateur harmonique, de pulsation  $\omega^2 = \frac{\gamma p_0 S^2}{mV_0}$ , donc de période

$$T = \frac{2\pi}{\omega} = 2\pi \sqrt{\frac{mV_0}{\gamma p_0 S^2}}.$$

On voit qu'une mesure de  $T$  permet une mesure de  $\gamma$ .

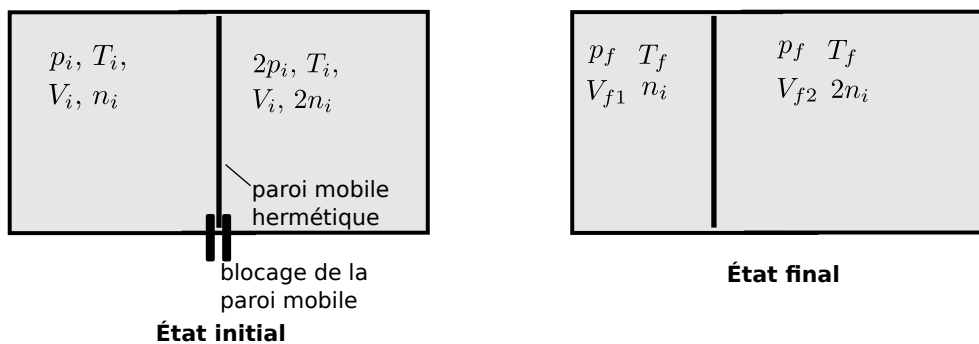
**Remarque :** On peut se demander pourquoi la force pressante ne vaut pas, en norme,  $\frac{1}{2} 4\pi r^2 \times p$ . En réalité, la force s'applique bien sur la demi-sphère, dont la surface est bien  $\frac{1}{2} 4\pi r^2$ , mais elle n'a pas partout la même direction. Il faut donc sommer toutes les contributions locales. Ceci se fait via une intégrale (calcul abordé en spé), et le résultat est bien  $F = p \times \pi r^2$ .



Coordonnées sphériques.

$$\vec{F} = \int_{\theta=\pi/2}^{\pi} \int_{\varphi=0}^{2\pi} -p \times \underbrace{(r^2 \sin \theta d\theta d\varphi)}_{dS} \vec{e}_r = \dots = p \pi r^2 \vec{e}_y$$

## II Compartiment séparé en deux ★ | [● ○ ○]



1 - ★ L'équilibre final implique immédiatement que :

- Équilibre mécanique : la pression est égale dans les deux compartiments, on la note  $p_f$ .
- Équilibre thermique : la température est égale dans les deux compartiments, on la note  $T_f$ .

★ Les quantités de matière n'ont pas changé.

★ On a la relation des gaz parfaits dans chaque compartiment :  $p_f V_{f1} = n_i R T_f$  et  $p_f V_{f2} = 2n_i R T_f$ . En prenant le rapport des deux on obtient :

$$\frac{V_{f1}}{V_{f2}} = \frac{1}{2}.$$

Mais on a également  $V_{f1} + V_{f2} = V_{\text{total}} = 2 \times V_i$ . On a donc deux équations pour deux inconnues (les deux volumes).

On obtient ainsi  $V_{f1} = \frac{2}{3} V_i$  et  $V_{f2} = \frac{4}{3} V_i$ .

★ Et la température? On peut se demander si elle a changé. Le système {1+2} est isolé, donc le premier principe s'écrit :

$$\Delta U = 0.$$

Par extensivité de  $U$  on a  $\Delta U = \Delta U_1 + \Delta U_2$ , et comme ce sont des gaz parfaits :  $\Delta U = C_{V1}(T_f - T_i) + C_{V2}(T_f - T_i)$ .

Comme  $\Delta U = 0$ , on a donc forcément  $(T_f - T_i) = 0$ , donc  $T_f = T_i$ .

★ Il reste les pressions. Relations des gaz parfaits :

$$p_f = \frac{n_i R T_f}{V_{f1}} = \frac{n_i R T_i}{(2/3)V_i}.$$

Or  $n_i R T_i / V_i = p_i$ , donc  $p_f = \frac{3}{2} p_i$ .

2 - Il manque dans l'énoncé le fait qu'on pourra utiliser les expressions de  $S$  écrites dans le cours pour un gaz parfait.

On prend donc une des trois pour exprimer  $\Delta S$ . Comme  $T$  est constant, autant prendre une où  $T$  apparaît, par exemple

$$S(T, V, n) = S_0 + n \frac{R}{\gamma - 1} \ln \frac{T}{T_0} + n R \ln \frac{V}{V_0}.$$

Quand on fait la différence entre deux états avec le même  $n$  (système fermé), on a :

$$\begin{aligned} \Delta S &= S(T_B, V_B, n) - S(T_A, V_A, n) \\ &= \left( S_0 + n \frac{R}{\gamma - 1} \ln \frac{T_B}{T_0} + n R \ln \frac{V_B}{V_0} \right) - \left( S_0 + n \frac{R}{\gamma - 1} \ln \frac{T_A}{T_0} + n R \ln \frac{V_A}{V_0} \right) \\ &= n \frac{R}{\gamma - 1} (\ln T_B - \ln T_0) + n R (\ln V_B - \ln V_0) - n \frac{R}{\gamma - 1} (\ln T_A - \ln T_0) - n R (\ln V_A - \ln V_0) \\ &= n \frac{R}{\gamma - 1} \ln \frac{T_B}{T_A} + n R \ln \frac{V_B}{V_A}. \end{aligned}$$

Attention, il faut calculer  $\Delta S$  pour chaque compartiment séparément :

- Pour le système {compartiment 1} :

$$\begin{aligned} \Delta S_1 &= S(T_f, V_{f1}, n_i) - S(T_i, V_i, n_i) \\ &= n_i \frac{R}{\gamma - 1} \ln \frac{T_f}{T_i} + n_i R \ln \frac{V_{f1}}{V_i} \\ &= n_i R \ln \frac{2}{3}. \end{aligned}$$

- Pour le système {compartiment 2} :

$$\begin{aligned} \Delta S_2 &= S(T_f, V_{f2}, 2n_i) - S(T_i, V_i, 2n_i) \\ &= 2n_i \frac{R}{\gamma - 1} \ln \frac{T_f}{T_i} + 2n_i R \ln \frac{V_{f2}}{V_i} \\ &= 2n_i R \ln \frac{4}{3}. \end{aligned}$$

Ainsi pour le système  $\{1 + 2\}$ , par extensivité de  $S$  :

$$\Delta S = \Delta S_1 + \Delta S_2 = n_i R \ln \frac{2}{3} + 2n_i R \ln \frac{4}{3} = n_i R \ln \frac{2}{3} + n_i R \ln \frac{16}{9} = n_i R \ln \left( \frac{2}{3} \frac{16}{9} \right).$$

★ Pour en déduire l'entropie créée, on applique le second principe au système  $\{1+2\}$ , qui est calorifugé donc pour lequel  $S_e = 0$  :

$$\Delta S = \underbrace{S_e}_{=0} + S_c.$$

D'où

$$S_c = \Delta S = n_i R \ln \frac{32}{27}.$$

C'est bien positif, strictement donc la transformation n'est pas réversible (ce qu'on aurait pu affirmer dès le début).

**3 - Causes d'irréversibilité :** inhomogénéité de pression et frottements (nécessairement présents pour finir par stopper le piston).

Entropie créée  $\Leftrightarrow$  on aurait pu récupérer un travail. Ici on aurait pu mettre une tige sur la paroi mobile qui permet de récupérer le travail produit lors de son déplacement.

On peut remarquer que ce sont nécessairement des frottements qui vont finir par arrêter les oscillations de la paroi mobile (frottements solides ou visqueux). On peut donc se demander pourquoi il n'y a pas une élévation de la température, avec  $T_f > T_i$ . En réalité la température diminue lors des phases de détente, augmente lors des phases de compression ou à cause des frottements, et le résultat net est bien, après un temps d'attente assez long, une température égale à  $T_f$  partout. On voit à quel point la thermodynamique est efficace : pas besoin de s'intéresser au processus internes et très compliqués pour prédire ceci !