

I Étude de différentes compressions [• ○ ○]

1 – Compression adiabatique réversible

a - (i) Pour avoir une compression adiabatique, il faut que les échanges de chaleur n'aient pas le temps de s'établir : il faut que la compression soit rapide.

(ii) Pour qu'elle soit réversible il faut minimiser les frottements, et ne pas la réaliser brutalement : il faut laisser le temps à la pression dans le cylindre d'être homogène et égale à la pression imposée depuis l'extérieur.

Ces deux contraintes ne sont pas incompatibles, car l'équilibre thermique étant beaucoup plus lent à atteindre que l'équilibre mécanique, il est possible d'être assez rapide pour avoir la condition (i) mais pas trop pour avoir tout de même (ii).

b - Résumons la situation :

$$\text{E.I.} \begin{cases} T_0 = 293 \text{ K} \\ p_0 = 1.0 \text{ bar} \\ V_0 = 50 \times 10^{-6} \text{ m}^3 \\ n_0 = \frac{p_0 V_0}{RT_0} = 2.05 \text{ mmol} \end{cases} \xrightarrow{\text{adiabatique, réversible, GP}} \text{E.F.} \begin{cases} T_f = ? \\ p_f = ? \\ V_f = V_0/\alpha, \quad \alpha = 20 \\ n_f = n_0 \end{cases}$$

★ Calcul de p_f : la transformation est adiabatique réversible et c'est un gaz parfait, donc on a la loi de Laplace :

$$p_f V_f^\gamma = p_0 V_0^\gamma, \text{ donc } p_f = p_0 \left(\frac{V_0}{V_f} \right)^\gamma = p_0 \alpha^\gamma = 66.3 \text{ bar.}$$

★ Puis on obtient T_f avec la relation des gaz parfaits utilisée au départ et à la fin :

$$p_0 V_0 = n_0 R T_0 \quad \text{et} \quad p_f V_f = n_f R T_f$$

d'où en prenant le rapport :

$$\frac{p_f V_f}{p_0 V_0} = \frac{T_f}{T_0}, \text{ soit } T_f = T_0 \times \frac{p_f V_f}{p_0 V_0} = T_0 \times \alpha^\gamma / \alpha = T_0 \alpha^{\gamma-1} = 971 \text{ K.}$$

★ Bilan :

$$\text{E.I.} \begin{cases} T_0 = 293 \text{ K} \\ p_0 = 1.0 \text{ bar} \\ V_0 = 50 \times 10^{-6} \text{ m}^3 \\ n_0 = 2.05 \text{ mmol} \end{cases} \xrightarrow{\text{isotherme, réversible, GP}} \text{E.F.} \begin{cases} T_f = T_0 \alpha^{\gamma-1} = 971 \text{ K} = 698 \text{ }^\circ\text{C} \\ p_f = p_0 \alpha^\gamma = 66.3 \text{ bar} \\ V_f = V_0/\alpha, \quad \alpha = 20 \\ n_f = n_0 \end{cases}$$

c - ★ On peut calculer le travail reçu par le gaz comme au chapitre précédent : $W = - \int_i^f p_{\text{ext}} dV = \dots$

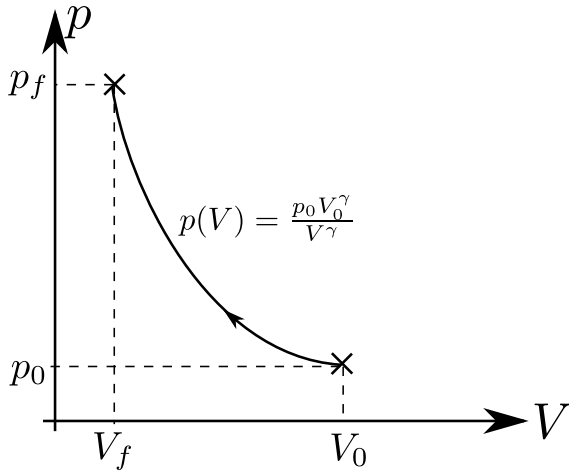
★ Cependant il y a plus simple en utilisant le premier principe appliqué au {gaz} : $\Delta U = W + \underbrace{Q}_0$, d'où

$$W = \Delta U = C_V \Delta T = \frac{n_0 R}{\gamma - 1} (T_f - T_0) = 28,9 \text{ J.}$$

Bilan :

$$\begin{cases} W = 28,9 \text{ J} \\ Q = 0 \\ \Delta U = 28,9 \text{ J} \end{cases}$$

d - Évolution graphique :



adiabatique réversible GP

2 – Compression isotherme réversible

- a - (i) Pour avoir une compression isotherme, il faut que les échanges de chaleur aient le temps de s'établir afin que la température soit toujours égale à la température extérieure : il faut que la compression soit lente.
 (ii) Pour qu'elle soit réversible il faut minimiser les frottements, et ne pas la réaliser brutalement : il faut laisser le temps à la pression dans le cylindre d'être homogène et égale à la pression imposée depuis l'extérieur.

b - Résumons la situation :

$$\text{E.I.} \begin{cases} T_0 = 293 \text{ K} \\ p_0 = 1.0 \text{ bar} \\ V_0 = 50 \times 10^{-6} \text{ m}^3 \\ n_0 = \frac{p_0 V_0}{RT_0} = 2.05 \text{ mmol} \end{cases} \xrightarrow{\text{isotherme, réversible, GP}} \text{E.F.} \begin{cases} T_f = ? \\ p_f = ? \\ V_f = V_0/\alpha, \alpha = 20 \\ n_f = n_0 \end{cases}$$

★ La transformation est isotherme donc $T_f = T_0$.

★ Et on obtient p_f avec la relation des gaz parfaits utilisées au départ et à la fin :

$$p_0 V_0 = n_0 R T_0 \quad \text{et} \quad p_f V_f = n_f R T_f = n_0 R T_0,$$

(en fait pour une isotherme on a $pV = nRT_0 = \text{cst}$)

D'où $p_f V_f = p_0 V_0$, d'où $p_f = p_0 \frac{V_0}{V_f} = p_0 \times \alpha = 20 \text{ bar}$.

★ Bilan :

$$\text{E.I.} \begin{cases} T_0 = 293 \text{ K} \\ p_0 = 1.0 \text{ bar} \\ V_0 = 50 \times 10^{-6} \text{ m}^3 \\ n_0 = 2.05 \text{ mmol} \end{cases} \xrightarrow{\text{isotherme, réversible, GP}} \text{E.F.} \begin{cases} T_f = T_0 = 293 \text{ K} = 20^\circ \text{C} \\ p_f = p_0 \alpha = 20 \text{ bar} \\ V_f = V_0/\alpha, \alpha = 20 \\ n_f = n_0 \end{cases}$$

c - ★ On calcule le travail reçu par le gaz comme au chapitre précédent :

$$\begin{aligned} W &= - \int_i^f p_{\text{ext}} dV \underset{p=p_{\text{ext}}}{=} - \int_0^f p dV \underset{p=n_0 R T_0 / V}{=} - \int_0^f \frac{n_0 R T_0}{V} dV \underset{T_0=\text{cst}}{=} - n_0 R T_0 \int_0^f \frac{1}{V} dV = - n_0 R T_0 [\ln V]_0^f \\ &= - n_0 R T_0 (\ln V_f - \ln V_0) \end{aligned}$$

$$\boxed{W = - n_0 R T_0 \ln \frac{V_f}{V_0}} = - n_0 R T_0 \ln \frac{1}{\alpha}$$

$$\boxed{W = n R T \ln \alpha = 15 \text{ J}}$$

Commentaire : $W > 0$, c'est normal car il faut bien fournir un travail pour comprimer un gaz.

★ La variation d'énergie interne du gaz parfait est $\Delta U = C_V \Delta T = 0$ car T ne varie pas.

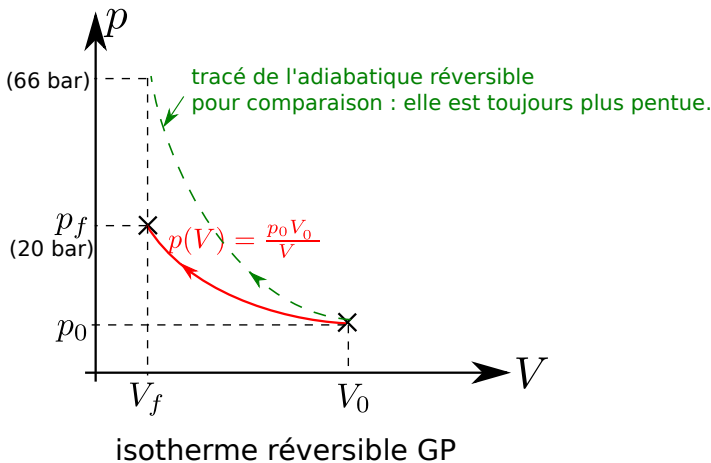
Le premier principe appliqué au système {gaz} donne $0 = \Delta U = W + Q$, d'où $Q = -W = -15 \text{ J}$.

Commentaire : $Q < 0$, normal car c'est une compression, qui donc dégage un transfert thermique vers l'extérieur. Ainsi Q , qui est compté positivement si reçu par le gaz, est négatif car de la chaleur est en fait cédée vers l'extérieur (à savoir ici, 15 J).

Bilan :

$$\begin{cases} W = 15 \text{ J} \\ Q = -15 \text{ J} \\ \Delta U = 0 \end{cases}$$

d - Évolution graphique :



Remarque : La température et pression finales sont plus élevées pour la compression adiabatique, car la chaleur ne s'échappe pas !

3 – Compression isotherme monobare

a - (i) Compression isotherme : assez lent (idem que précédemment).

(ii) Pour qu'elle soit monobare : on doit exercer une force extérieure constante sur le piston. Soit à l'aide d'un asservissement, soit par exemple en posant une masse donnée sur le piston, qui est telle que $V_f = V_0/\alpha$.

Remarquons que la transformation ne peut pas être réversible, puisque $p_{\text{ext}} > p(t)$ tout au long de la compression (jusqu'à la fin où l'équilibre final impose $p_{\text{ext}} = p$).

b - Résumons la situation :

$$\text{E.I.} \begin{cases} T_0 = 293 \text{ K} \\ p_0 = 1.0 \text{ bar} \\ V_0 = 50 \times 10^{-6} \text{ m}^3 \\ n_0 = \frac{p_0 V_0}{RT_0} = 2.05 \text{ mmol} \end{cases} \xrightarrow{\text{isotherme, monobare, GP}} \text{E.F.} \begin{cases} T_f = ? \\ p_f = ? \\ V_f = V_0/\alpha, \alpha = 20 \\ n_f = n_0 \end{cases}$$

★ La transformation est isotherme donc $T_f = T_0$.

★ Et on obtient p_f avec la relation des gaz parfaits utilisées au départ et à la fin.

★ C'est donc identique au cas précédent, et le bilan est le même :

$$\text{E.I.} \begin{cases} T_0 = 293 \text{ K} \\ p_0 = 1.0 \text{ bar} \\ V_0 = 50 \times 10^{-6} \text{ m}^3 \\ n_0 = 2.05 \text{ mmol} \end{cases} \xrightarrow{\text{isotherme, réversible, GP}} \text{E.F.} \begin{cases} T_f = T_0 = 293 \text{ K} = 20 \text{ }^\circ\text{C} \\ p_f = p_0 \alpha = 20 \text{ bar} \\ V_f = V_0/\alpha, \alpha = 20 \\ n_f = n_0 \end{cases}$$

c - ★ On calcule le travail reçu par le gaz comme au chapitre précédent :

$$W = - \int_0^f p_{\text{ext}} dV \underset{p_{\text{ext}}=\text{cst}}{=} -p_{\text{ext}} \int_0^f dV = -p_{\text{ext}}(V_f - V_0)$$

$$\boxed{W = p_f(V_0 - V_0/\alpha) = 95 \text{ J}}$$

Pour écrire la dernière ligne on a utilisé le fait que dans l'état final il y a équilibre, donc $p_{\text{ext}} = p_f$.

Commentaire : $W > 0$, c'est normal car il faut bien fournir un travail pour comprimer un gaz.

★ Q ?

La variation d'énergie interne du gaz parfait est $\Delta U = C_V \Delta T = 0$ car T ne varie pas.

Le premier principe appliqué au système {gaz} donne $0 = \Delta U = W + Q$, d'où $Q = -W = -95 \text{ J}$.

Commentaire : $Q < 0$, normal car c'est une compression, qui donc dégage un transfert thermique vers l'extérieur. Ainsi Q , qui est compté positivement si reçu par le gaz, est négatif car de la chaleur est en fait cédée vers l'extérieur (à savoir ici, 95 J).

Remarque : On ne peut pas appliquer le premier principe version H , car ici la pression initiale dans le gaz (p_0) n'est pas égale à la pression extérieure.

★ Bilan :

$$\begin{cases} W = 95 \text{ J} \\ Q = -95 \text{ J} \\ \Delta U = 0 \end{cases}$$

d - Évolution graphique : il faut se demander si p est définie et uniforme dans le cylindre à tout instant. C'est le cas car la transformation est isotherme, donc assez lente pour cela.

On a donc la même évolution qu'au 2.b.

Mais attention, ici $p \neq p_{\text{ext}}$ donc on ne peut pas dire que l'aire sous la courbe est égale à l'opposé du travail reçu.

4 – Comparaison 2 et 3

a/ Dans les cas du 2 et 3, on part du même état initial pour arriver au même état final.

On a calculé que :

$$\begin{cases} \text{Dans le cas isotherme et réversible :} \\ W = 15 \text{ J} \\ Q = -15 \text{ J} \\ \Delta U = 0 \end{cases} \quad \begin{cases} \text{Dans le cas isotherme et monobare (irréversible) :} \\ W = 95 \text{ J} \\ Q = -95 \text{ J} \\ \Delta U = 0 \end{cases}$$

Or la variation des grandeurs d'état ne dépend pas du chemin suivi entre deux états fixes. Or U et S sont des grandeurs d'état. Donc ΔU (et ΔS , cf chapitre suivant) sont les mêmes dans ces deux cas, et c'est bien ce que l'on constate !

C'est évident, puisque $\Delta U = U(T_f, p_f, V_f) - U(T_0, p_0, V_0)$ est le même si (T_f, p_f, V_f) et (T_0, p_0, V_0) sont les mêmes.

En revanche, W , Q sont différents. Ce ne sont pas des grandeurs d'état, donc ces quantités dépendent du chemin suivi. Mais en revanche la somme $W + Q = \Delta U$ donne bien la même chose dans les deux cas.

b/ Pour effectuer la même compression, on voit qu'il faut fournir plus de travail dans le cas non réversible. Ceci sera généralisé au chapitre suivant : la non réversibilité est équivalente à de l'énergie mal exploitée.

5 – Compression adiabatique monobare

Posons le problème :

- Système : {gaz contenu dans le cylindre}, c'est un système fermé (donc $n = \text{cst}$).
- Transformation : compression adiabatique et monobare d'un gaz supposé parfait, entre les états :

$$\text{E.I.} \begin{cases} T_0 = 293 \text{ K} \\ p_0 = 1.0 \text{ bar} \\ V_0 = 50 \times 10^{-6} \text{ m}^3 \\ n_0 = 2.05 \text{ mmol} \end{cases} \xrightarrow{\text{adiabatique, monobare, GP}} \text{E.F.} \begin{cases} T_f \\ p_f \\ V_f = V_0/\alpha, \alpha = 2 \\ n_f = n_0 \end{cases}$$

avec ici $\alpha = 2$ (et non pas 20 comme dans les cas précédents, on verra pourquoi).

Qu'impliquent les hypothèses sur la transformation ?

- Elle est adiabatique, donc le transfert thermique reçu par le système est $Q = 0$.
- Elle est monobare ($p_{\text{ext}} = \text{cst}$), donc on sait que le travail sera facile à calculer : $W = -\int p_{\text{ext}} dV$ et ici on connaît V_f et V_0 .
- On se dit alors que si l'on connaît W et Q , on peut grâce au 1^{er} principe connaître ΔU , et donc connaître ΔT (car pour un gaz parfait $\Delta U = C_V \Delta T$), et donc T_f . On aura alors ensuite p_f avec la loi des gaz parfaits.

Essayons de mener à bien ce programme.

★ On commence donc par W :

$$W = -\int_{V_0}^{V_f} p_{\text{ext}} dV = -p_{\text{ext}} \int_{V_0}^{V_f} dV = -p_{\text{ext}}(V_f - V_0) = -p_{\text{ext}} V_0 \left(\frac{1}{\alpha} - 1 \right).$$

De plus, on a $p_{\text{ext}} = p_f$, car dans l'état final l'équilibre mécanique est atteint. Donc on a $W = -p_f V_0 \left(\frac{1}{\alpha} - 1 \right)$.

On ne peut pas encore le calculer car on ne connaît pas p_f , mais ceci fournit tout de même une première relation.

★ Ensuite, écrivons le premier principe appliqué au système fermé {gaz} entre l'instant initial et final :

$$\begin{aligned} \Delta U &= W + Q = W \\ \Leftrightarrow \frac{nR}{\gamma - 1}(T_f - T_0) &= -p_f V_0 \left(\frac{1}{\alpha} - 1 \right). \end{aligned} \quad (1)$$

On a donc une équation avec deux inconnues : T_f et p_f (on rappelle que par ailleurs on connaît $n = p_0 V_0 / (RT_0) = 2.05 \text{ mmol}$). On va en éliminer une des deux à l'aide de la relation $p_f V_f = nRT_f$: on écrit que $p_f = nRT_f / V_f = nRT_f \alpha / V_0$ et on remplace dans l'équation 1 :

$$\begin{aligned} \frac{nR}{\gamma - 1}(T_f - T_0) &= -\frac{nRT_f \alpha}{V_0} V_0 \left(\frac{1}{\alpha} - 1 \right) \\ \Leftrightarrow (T_f - T_0) &= T_f (\gamma - 1)(\alpha - 1) \\ \Leftrightarrow T_f &= \frac{T_0}{1 - (\gamma - 1)(\alpha - 1)}. \end{aligned} \quad (2)$$

Cette dernière relation donne T_f . Pour $\alpha = 2$, on trouve $T_f = 488 \text{ K} = 215^\circ\text{C}$. On calcule ensuite aisément le reste : $p_f = nRT_f \alpha / V_0 = 3.33 \text{ bar}$, puis $W = 8.32 \text{ J}$, $Q = 0$.

On peut aussi calculer, avec la formule fournie pour un gaz parfait : $\Delta S = \frac{nR}{\gamma - 1} \ln \frac{T_f}{T_0} + nR \ln \frac{V_f}{V_0} = 0.10 \text{ J} \cdot \text{K}^{-1}$. Comme la transformation est adiabatique, on a $S_e = 0$, et donc ΔS correspond aussi à l'entropie créée, qui est strictement positive.

Remarque : La dernière des équations 2 impose d'avoir $1 - (\alpha - 1)(\gamma - 1) > 0$ (sans quoi on trouve $T_f < 0$, impossible). On rappelle que $\alpha = V_0/V_f$. Pour $\alpha > 1$ (c'est-à-dire une vraie compression où le volume final est inférieur au volume initial), cette condition est équivalente à $\alpha < \frac{\gamma}{\gamma - 1} = 3.5$ pour $\gamma = 1.4$. On ne peut donc pas avoir de rapport de compression supérieur pour une transformation adiabatique monobare. Ceci peut paraître étrange, mais ne l'est en fait pas. Il faut bien comprendre que pour une compression monobare ce n'est pas l'utilisateur qui choisit arbitrairement le rapport de compression α : comme on applique une force constante sur le piston (c'est la condition monobare), la compression s'arrête dès que la pression dans le cylindre est suffisamment élevée pour compenser cette force, et le rapport $V_f/V_0 = 1/\alpha$ est alors fixé par cette réponse du système. Il n'est donc pas choisi. De plus, dans des conditions adiabatiques la compression va entraîner une augmentation de température, et la chaleur correspondante ne sera pas évacuée : la pression dans le cylindre sera donc rapidement élevée, ce qui interdira au volume V_f d'être trop petit, et donc à α de dépasser une certaine valeur.

II Résistance chauffante dans une enceinte [●●○]

1 - $\mathcal{P} = RI^2$

2 - On applique le premier principe au système {gaz} entre l'instant initial et l'instant final (qui correspondent à la mise en route et à l'arrêt de l'alimentation).

Remarque : En faisant cela on néglige la capacité thermique de la résistance et de l'enceinte. Pour les prendre en compte il faudrait appliquer le premier principe au système {gaz+enceinte+résistance}, qui reçoit $Q = 0$ et $W = W_{\text{elec}} = RI^2 \times t$.

On a $\Delta U = Q + W$

Or $W = 0$ car l'enceinte est indéformable.

Et $Q = t \times \mathcal{P}$ avec $t = 1$ heure.

On en déduit la valeur de ΔU .

Il suffit ensuite d'utiliser $\Delta U = C_v \Delta T$ et $C_v = \frac{3}{2}nR$ (gaz parfait monoatomique) pour en déduire ΔT .

3 - Même chose, mais cette fois l'évolution est isobare et telle que $\forall t, p = p_{\text{ext}}$ (pour le système {gaz}).

On peut utiliser le premier principe "version H" au système fermé {gaz} :

$$\Delta H = W' + Q = Q$$

On a encore $Q = RI^2 \Delta t$.

Et $\Delta H = C_p \Delta T = \frac{5}{2}nR \Delta T$ (gaz parfait monoatomique).

Bilan :

$$\frac{5}{2}nR \underbrace{(T_f - T_0)}_{\Delta T} = RI^2 \Delta t, \text{ d'où } T_f = T_0 + \frac{2RI^2 \Delta t}{5nR}.$$

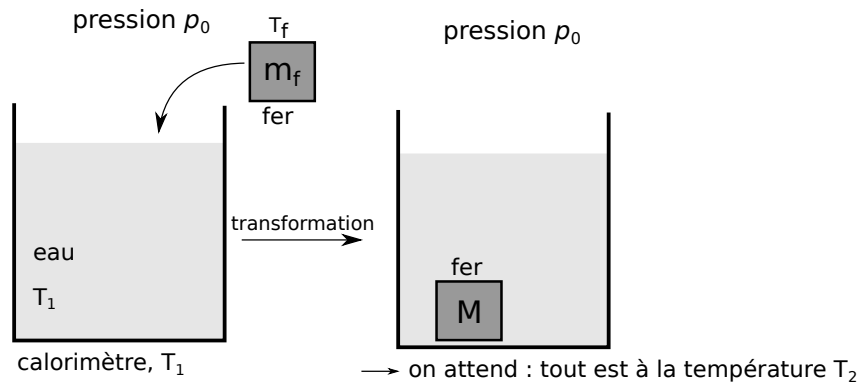
Enfin, on obtient le volume final avec $V_f = nRT_f/p_f$.

Détermination de la capacité thermique massique d'un métal

1 - On peut supposer que la transformation est adiabatique ($Q = 0$ grâce au calorimètre bien calorifugé, attention, ceci vaut donc pour le calorimètre et ce qu'il contient; par exemple elle n'est pas du tout adiabatique pour le morceau de fer seul puisqu'il refroidit, ni pour l'eau seule), et monobare ($p_{\text{ext}} = p_{\text{atm}} = \text{cst}$) avec équilibre des pressions au début et à la fin.

2 - Schéma bilan :

$$1 \begin{cases} \text{eau} : m_e = 0,5 \text{ kg}, T_1 = 20^\circ\text{C} \\ \text{calorimètre} : C_{\text{calo}}, T_1 = 20^\circ\text{C} \\ \text{fer} : m_0 = 0,4 \text{ kg}, T_0 = 80^\circ\text{C} \end{cases} \xrightarrow{\text{adiabatique, monobare}} 2 \begin{cases} \text{eau} : m_e = 0,5 \text{ kg}, T_2 = 24,6^\circ\text{C} \\ \text{calorimètre} : C_{\text{calo}}, T_2 = 24,6^\circ\text{C} \\ \text{fer} : m_0 = 0,4 \text{ kg}, T_2 = 24,6^\circ\text{C} \end{cases}$$



Premier principe "version H " au système {calorimètre+eau+fer} entre les instants 1 et 2 :

$$\Delta H = W' + Q.$$

Or :

- $W' = 0$ (pas d'autres travaux que ceux des forces de pression).
- $Q = 0$ (adiabatique pour ce système).
- Pour ΔH , on utilise l'extensivité :

$$\Delta H = \Delta H_{\text{eau}} + \Delta H_{\text{calo}} + \Delta H_{\text{fer}} = m_e c_{\text{eau}}(T_2 - T_1) + C_{\text{calo}}(T_2 - T_1) + m_0 c_{\text{fer}}(T_2 - T_0)$$

(on est en présence de phases condensées supposées idéales)

Attention : l'eau et le calorimètre passent de T_1 à T_2 , d'où le facteur $(T_2 - T_1)$.

Mais le fer passe de T_0 à T_2 , d'où pour lui un facteur $(T_2 - T_0)$.

On a donc la relation

$$m_e c_{\text{eau}}(T_2 - T_1) + C_{\text{calo}}(T_2 - T_1) + m_0 c_{\text{fer}}(T_2 - T_0) = 0$$

3 - On en déduit
$$c_{\text{fer}} = \frac{(m_e c_{\text{eau}} + C_{\text{calo}})(T_2 - T_1)}{m_0(T_0 - T_2)} = 444 \text{ J} \cdot \text{K}^{-1} \cdot \text{kg}^{-1}.$$

Détermination de la capacité thermique du calorimètre

4 - Premier principe "version H " au système {calorimètre+eau} entre les instants 1 et 2 :

$$\Delta H = W' + Q.$$

Or :

- $W' = 0$ et $Q = 0$ (idem précédemment).

- Pour ΔH , on utilise l'extensivité :

$$\Delta H = \Delta H_{\text{eau froide}} + \Delta H_{\text{calo}} + \Delta H_{\text{eau chaude}} = m_1 c_{\text{eau}}(T_3 - T_1) + C_{\text{calo}}(T_3 - T_1) + m_2 c_{\text{eau}}(T_3 - T_2)$$

On a donc la relation

$$m_1 c_{\text{eau}}(T_3 - T_1) + C_{\text{calo}}(T_3 - T_1) + m_2 c_{\text{eau}}(T_3 - T_2) = 0.$$

5 - On isole C_{calo} :

$$C_{\text{calo}} = c_{\text{eau}} \times \frac{m_1(T_3 - T_1) + m_2(T_3 - T_2)}{T_1 - T_3} = 42,8 \text{ J/K.}$$

IV Élévation de température par frottements [••○]

Schéma. Système {1+2} auquel on applique le premier principe :

$$\Delta U = W + Q$$

– Q ?

On peut supposer que ce système n'échange pas de transfert thermique avec son milieu extérieur sur la durée du frottement, donc $Q = 0$.

– W ?

Sur un aller : $W_1 = \vec{F} \cdot \vec{AB} = F AB$ avec $AB \simeq 5 \text{ cm}$.

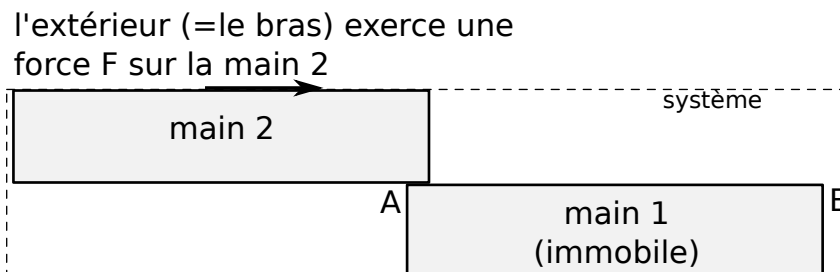
Sur 10 aller-retours on a $W_{\text{tot}} = 20W_1 = 20 \times 10 \text{ N} \times 5 \text{ cm} = 10 \text{ J}$.

– ΔU ?

$$\Delta U = \Delta U_1 + \Delta U_2 = m_1 c_V \Delta T + m_2 c_V \Delta T.$$

$$\text{Or } m_1 + m_2 = \rho \times V_{\text{tot}} \simeq 10^3 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3} \times 2 \times (5 \times 5 \times 0,3) \times 10^{-6} \text{ m}^3 = 0,015 \text{ kg}.$$

$$\Rightarrow \text{Finalement } \Delta T = \frac{W}{(m_1 + m_2)c_v} = 0,2 \text{ }^\circ\text{C}.$$



V Mélange d'eau [● ○ ○]

1 - ★ On suppose le mélange assez rapide pour pouvoir supposer la transformation adiabatique (les échanges d'énergie thermique avec l'extérieur sont ainsi négligés car trop lents).

Notons c la capacité thermique massique de l'eau, $m_1 = 500$ g la masse de boisson initiale (qu'on assimile à de l'eau), $T_1 = 100^\circ\text{C} = 373$ K sa température, $m_2 = 200$ g la masse d'eau du robinet ajoutée, et $T_2 = 20^\circ\text{C} = 293$ K sa température.

On modélise le liquide par une phase condensée incompressible indilatable.

★ On applique le premier principe au système fermé {boisson + eau du robinet} entre avant et après le mélange : $\Delta U = W + Q$. Or :

- $W = 0$ car phases condensées incompressibles indilatables.
- $Q = 0$ car ce système n'échange pas d'énergie thermique avec l'extérieur (l'hypothèse adiabatique).
- De plus, en notant T_f la température finale : $\Delta U = m_1c(T_f - T_1) + m_2c(T_f - T_2)$ (car la masse m_1 passe de T_1 à T_f , et la masse m_2 de T_2 à T_f).

On a donc $\Delta U = m_1c(T_f - T_1) + m_2c(T_f - T_2) = 0$, de quoi on déduit que

$$T_f = \frac{m_1T_1 + m_2T_2}{m_1 + m_2} = 77^\circ\text{C}.$$

2 - On reprend $m_1c(T_f - T_1) + m_2c(T_f - T_2) = 0$, mais cette fois on cherche m_2 connaissant toutes les autres températures. On a ainsi

$$m_2 = m_1 \frac{T_1 - T_f}{T_f - T_2} = 3.0 m_1 = 1.5 \text{ kg},$$

soit un ajout de 1.5 L d'eau. Le problème est que le café sera un peu trop allongé...

VI Estimation de la capacité thermique de l'eau [• ○ ○]

1 - On considère le système {eau+bouilloire}.

Ce système reçoit de l'énergie, ce qui fait augmenter sa température.

Le premier principe version H (car évolution monobare) s'écrit :

$$\Delta H = W' + Q.$$

Avec :

$$- \Delta H = m_{\text{eau}}c_{\text{eau}}\Delta T + C_{\text{bouilloire}}\Delta T.$$

Ici $C_{\text{bouilloire}}$ joue le même rôle que $C_{\text{calorimètre}}$ en calorimétrie : la bouilloire s'échauffe elle aussi et absorbe une partie de l'énergie. Comme on n'a aucune information là dessus, on va le négliger : $C_{\text{bouilloire}} = 0$.

Et bien sûr $\Delta T = 100 - 17 = 83^\circ\text{C}$.

- $Q = 0$ car on néglige les pertes thermiques vers l'extérieur.

C'est une hypothèse qu'on est obligé de faire car on n'a pas d'information sur ces pertes. On espère qu'elles sont petites sur le temps de l'expérience.

- $W' = \mathcal{P}_{\text{élec}} \times \Delta t$ est le travail autre que celui des forces de pression : ici c'est le travail électrique reçu.

Bilan :

$$m_{\text{eau}}c_{\text{eau}}\Delta T = \mathcal{P}_{\text{élec}} \times \Delta t,$$

$$\text{soit } c_{\text{eau}} = \frac{\mathcal{P}_{\text{élec}} \times \Delta t}{m_{\text{eau}}\Delta T} = 4,85 \times 10^3 \text{ J} \cdot \text{K}^{-1} \cdot \text{kg}^{-1}.$$

2 - Il s'agit de chiffres issus d'une vraie expérience. Vous pouvez d'ailleurs essayer chez vous.

On n'est pas très loin de la valeur tabulée $c = 4,2 \times 10^3 \text{ J} \cdot \text{K}^{-1} \cdot \text{kg}^{-1}$.

Hypothèses effectuées qui peuvent expliquer l'écart :

- $Q = 0$: il y a en fait des pertes thermiques.

- $C_{\text{bouilloire}} = 0$.

En les prenant en compte on aurait eu :

$$C_{\text{bouilloire}}\Delta T + m_{\text{eau}}c_{\text{eau}}\Delta T = \mathcal{P}_{\text{élec}} \times \Delta t + Q,$$

$$\text{et donc } c_{\text{eau}} = \frac{\mathcal{P}_{\text{élec}} \times \Delta t}{m_{\text{eau}}\Delta T} - \frac{C_{\text{bouilloire}}}{m_{\text{eau}}} + \frac{Q}{m_{\text{eau}}\Delta T}.$$

Ci-dessus $Q < 0$ car l'ensemble perd de la chaleur. Les deux termes en plus réduisent donc le résultat. Il est donc normal que nous ayons trouvé une valeur supérieure à la valeur tabulée.