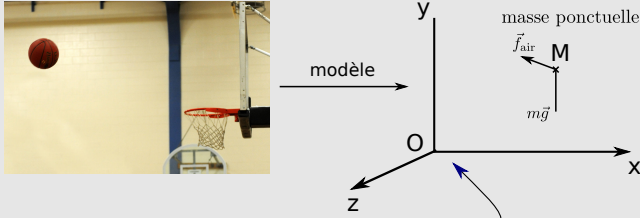


Introduction à la mécanique du point

I Cinématique : description du mouvement

1 - Modélisation par un point matériel



2 - Référentiel, coordonnées, temps

3 - Vecteurs position, vitesse, accélération

$$\vec{OM} = x\vec{e}_x + y\vec{e}_y + z\vec{e}_z$$

$$\vec{v} = \frac{d\vec{OM}}{dt} = \dot{x}\vec{e}_x + \dot{y}\vec{e}_y + \dot{z}\vec{e}_z$$

$$\vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt} = \frac{d^2\vec{OM}}{dt^2} = \ddot{x}\vec{e}_x + \ddot{y}\vec{e}_y + \ddot{z}\vec{e}_z$$

4 - Types de mouvements

rectiligne (uniforme), circulaire (uniforme).

II Forces : description des actions exercées sur un objet

1 - Notion de force

- Vecteur + point d'application
- Principe des actions réciproques

2 - Expressions de certaines forces

- Gravitation
- Archimède
- Poids
- Tension fil
- Électrostatique
- Réaction d'un support
- Force pressante
- Frottementsfluides

mouvement (partie I) et forces (partie II) sont liés par le PFD (partie III)

III Dynamique : influence des forces sur le mouvement - PFD

1 - Référentiel galiléen et principe d'inertie

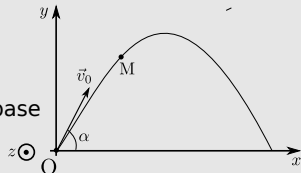
Dans un réf. galiléen : tout corps isolé est en mouvement rectiligne uniforme

2 - Définition de la quantité de mouvement, PFD

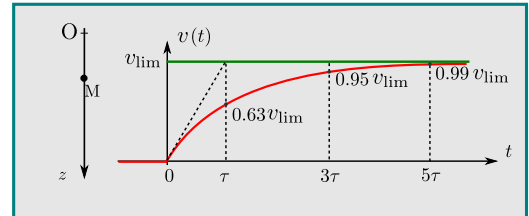
$$\vec{p} = m\vec{v} \quad \text{Dans un réf. galiléen : } m\vec{a} = \sum \vec{F}$$

IV Exemple du mouvement dans un champ de pesanteur

- Système
- Référentiel
- Schéma
- Bilan des forces, exprimées dans la base
- PFD, avec accélération exprimée dans la base
- Projection
- Intégration



V Exemple de la chute libre avec frottements



Ce qu'il faut connaître

_____ (cours : I)

►₁ Qu'est-ce qu'un référentiel ? Et un repère ? Donner deux exemples de référentiel. Les munir d'un repère cartésien en faisant un schéma (attention à ce qu'il soit direct).

►₂ Pour les coordonnées cartésiennes, que valent les produits scalaires $\vec{e}_x \cdot \vec{e}_x$, $\vec{e}_y \cdot \vec{e}_y$, $\vec{e}_z \cdot \vec{e}_z$? Et $\vec{e}_x \cdot \vec{e}_y$, $\vec{e}_x \cdot \vec{e}_z$, $\vec{e}_y \cdot \vec{e}_z$?

_____ (cours : II)

►₃ Par quoi est caractérisée une force ?

►₄ Que dit la troisième loi de Newton ?

►₅ Quelle est l'expression de la force d'attraction gravitationnelle entre deux masses ? Faire figurer cette force sur un schéma.

►₆ Même question pour le poids.

►₇ Quelle est l'expression de la poussée d'Archimède s'exerçant sur un corps immergé ? Faire un schéma qui illustre votre formule.

- ₈ Comment est décrite la réaction du support dans le cadre des lois de Coulomb ? On fera un schéma où figurent les forces.

_____ (cours : III)

- ₉ Quelle est la définition d'un référentiel galiléen ? Que dit le principe d'inertie ?

- ₁₀ Comment s'énonce le principe fondamental de la dynamique appliqué à un point matériel ?

Ce qu'il faut savoir faire _____

_____ (cours : I)

- ₁₁ Établir les composantes des vecteurs position, vitesse et accélération dans un repère cartésien. → **EC1**

- ₁₂ À partir de la donnée des fonctions $x(t)$, $y(t)$, $z(t)$, en déduire le vecteur vitesse, accélération, trouver l'expression de la trajectoire et tracer son allure. → **EC2**

- ₁₃ Pour un mouvement où le vecteur accélération est constant, en déduire l'évolution temporelle des vecteurs vitesse et position, puis l'équation de la trajectoire. → **EC4** (à partir de q2)

_____ (cours : II)

- ₁₄ Faire un bilan des forces sur un système, en rendre compte sur une figure. → TD

_____ (cours : IV)

- ₁₅ Déterminer l'évolution de la position d'un objet lancé dans un champ de pesanteur uniforme. → **EC3, EC4**

_____ (cours : V)

- ₁₆ Déterminer l'évolution de la vitesse d'un objet en chute libre verticale avec une force de frottement en $-\lambda\vec{v}$. → **EC5**

Exercices de cours _____

Exercice C1 – Expressions de \overrightarrow{OM} , \vec{v} , \vec{a}

On se place dans un repère en coordonnées cartésiennes.

- 1 - Faire un schéma du repère. Placer un point M de coordonnées x , y , z .

- 2 - Donner les expressions des vecteurs positions \overrightarrow{OM} , \vec{v} et \vec{a} .

Exercice C2 – Cinématique

On considère un mouvement pour lequel $x(t) = 0$, $y(t) = at$, $z(t) = -\frac{gt^2}{2} + bt$.

- 1 - En déduire les expressions des vecteurs vitesse et accélération.

- 2 - Trouver l'équation de la trajectoire $z(y)$.

- 3 - Tracer l'allure de cette trajectoire. Tracer quelques vecteurs vitesses et vecteurs accélérations en différents points de la trajectoire.

Exercice C3 – Chute libre sans vitesse initiale

On lâche une balle d'une hauteur $h = 5$ m. On néglige tout frottement. On se place dans un repère cartésien avec axe z vers le haut et $z = 0$ au niveau du sol.

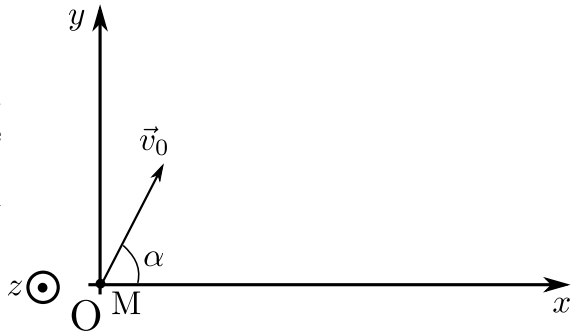
- 1 - Quelles sont les équations du mouvement, portant sur \ddot{x} , \ddot{y} et \ddot{z} ?

- 2 - En partant des équations précédentes, en déduire les expressions des composantes \dot{x} , \dot{y} et \dot{z} de la vitesse \vec{v} de la balle.

- 3 - En déduire les expressions des coordonnées $x(t)$, $y(t)$ et $z(t)$ de la balle.

Exercice C4 – Mouvement dans un champ de pesanteur uniforme

On lance une balle de masse m , décrite comme un point matériel, avec une vitesse \vec{v}_0 comme sur le schéma ci-contre. Le champ de pesanteur \vec{g} est uniforme, de norme $g = 9.8 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$. La balle est initialement à l'origine du repère. Le référentiel est galiléen.



- 1 - Quelles sont les équations du mouvement, portant sur \ddot{x} , \ddot{y} et \ddot{z} ?
- 2 - En partant des équations précédentes, en déduire les expressions des composantes \dot{x} , \dot{y} et \dot{z} de la vitesse \vec{v} de la balle.
- 3 - En déduire les expressions des coordonnées $x(t)$, $y(t)$ et $z(t)$ de la balle.

Il est ensuite possible de tracer l'allure de la trajectoire, etc... Cf EC2.

Exercice C5 – Chute libre verticale avec frottements

On lâche une bille de masse m sans vitesse initiale. La bille est initialement à l'origine du repère. Le champ de pesanteur \vec{g} est uniforme, de norme $g = 9.8 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$. La bille subit une force de frottement du type $\vec{F} = -\lambda\vec{v}$ avec $\lambda > 0$. Le référentiel est galiléen. On admet que le mouvement de la bille est selon l'axe Oz tout au long du mouvement.

- 1 - Aboutir à une équation du mouvement sur la vitesse $v = \dot{z}$.
- 2 - Résoudre l'équation précédente pour obtenir l'évolution de $v(t)$. Tracer l'allure de la solution.
- 3 - Quelle est l'expression de la vitesse limite ? Quel est l'expression du temps caractéristique au bout duquel cette vitesse est atteinte ?

Méthodes

Méthode : Comment obtenir l'équation du mouvement pour un problème de mécanique ?

- Système : à définir.
- Référentiel : à définir.
- Schéma, à un instant quelconque, en précisant les axes.
- Bilan des forces : liste des forces ; les exprimer en fonction de \vec{e}_x , \vec{e}_y , \vec{e}_z ; les représenter sur le schéma.
- Application du PFD. Il faut exprimer l'accélération en fonction de \vec{e}_x , \vec{e}_y , \vec{e}_z .
- Projection sur \vec{e}_x , \vec{e}_y , \vec{e}_z pour obtenir les trois équations du mouvement sur $x(t)$, $y(t)$, $z(t)$.
- Il faudra ensuite résoudre ces trois équations chacune à leur tour : solution générale ou primitive, déterminer les constantes avec les CI.

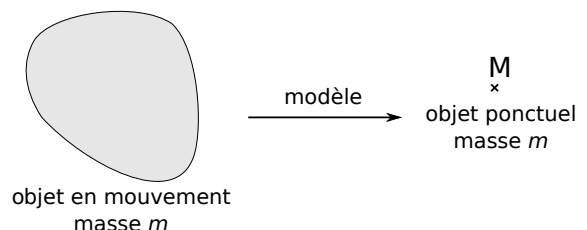
Cours

I – Cinématique : description du mouvement

1 – Modèle du point matériel

Objectif : décrire le mouvement d'un objet.

Le modèle du point matériel (ou de la masse ponctuelle) consiste à décrire le mouvement d'un objet en le représentant par un seul de ses points.



Ce point est souvent le centre de masse (ou centre de gravité) de l'objet (nous verrons pourquoi en mécanique des solides).
 En faisant cela, on perd de l'information : on ne connaît plus la rotation de l'objet sur lui-même.

2 – Référentiel, système de coordonnées

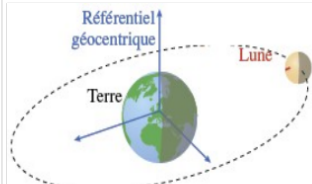
► **Référentiel** : C'est un objet, qui sert de référence pour l'étude du mouvement d'autres objets.

→ Un mouvement (trajectoire, vitesse) dépend du référentiel dans lequel on l'étudie.

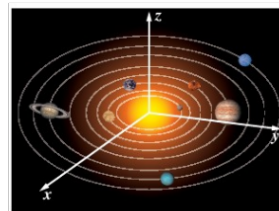
Exemples : Le référentiel de la salle de classe ou le référentiel terrestre, le référentiel de la voiture, du vélo, de la route, de l'avion... En astronomie :



Un référentiel terrestre est lié à la surface de la Terre.
 La Terre y est immobile.



Le référentiel géocentrique est lié au centre de la Terre.
 Dans ce référentiel, la Terre tourne sur elle-même mais son centre ne bouge pas.



Le référentiel de Copernic est lié au centre de masse du système solaire.
 Dans ce référentiel, les planètes décrivent des trajectoires quasi-circulaires.

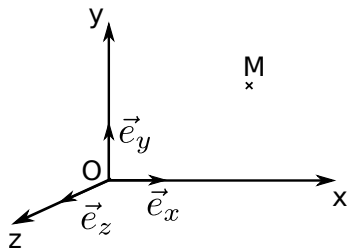
Le référentiel héliocentrique est lié au centre du Soleil.

► **Temps absolu** : Le temps mesuré est le même dans tous les référentiels.

► **Repère** : Pour mesurer la position des objets dans un référentiel donné, il faut le munir d'un repère.

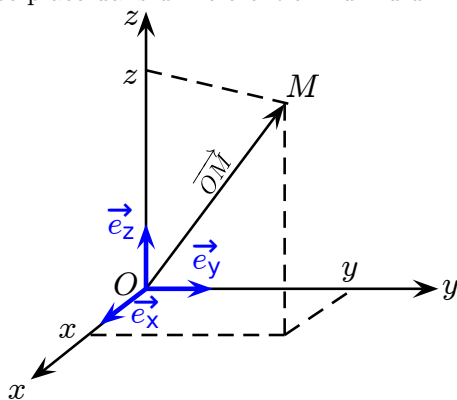
Exemple du repère cartésien :

Ce repère possède trois vecteurs de base $\vec{e}_x, \vec{e}_y, \vec{e}_z$.
 Propriétés :



3 – Vecteurs position, vitesse et accélération

On se place dans un référentiel muni d'un repère cartésien $(O, \vec{e}_x, \vec{e}_y, \vec{e}_z)$.



– **Coordonnées de M** :

– Vecteur position \overrightarrow{OM} :

– **Vecteur vitesse** :

– Vecteur accélération :

Notation avec des points :

Bilan en coordonnées cartésiennes

$$\vec{OM} = x \vec{e}_x + y \vec{e}_y + z \vec{e}_z$$

$$\vec{v} = \dot{x} \vec{e}_x + \dot{y} \vec{e}_y + \dot{z} \vec{e}_z$$

$$\vec{a} = \ddot{x} \vec{e}_x + \ddot{y} \vec{e}_y + \ddot{z} \vec{e}_z$$

Il suffit de dériver pour passer de l'une à l'autre.

Projection de \vec{OM} , \vec{v} et \vec{a} sur les vecteurs de base :

Projeter un vecteur (ou une relation entre vecteurs) sur un vecteur de base \vec{e}_x , revient à prendre le produit scalaire avec \vec{e}_x .

↪₁ Donner les projections de \vec{OM} , \vec{v} et \vec{a} sur le vecteur de base \vec{e}_x .

Exemple :

↪₂ Faire l'EC2.

4 – Types de mouvements particuliers

	trajectoire	$\ \vec{v}\ $	\vec{a}
Rectiligne	droite	variable	quelconque (mais colinéaire à \vec{v})
Rectiligne uniforme	droite	constante	nul
Circulaire	cercle	variable	quelconque (mais \perp à \vec{v})
Circulaire uniforme	cercle	constante	quelconque

↪₃ faire un schéma correspondant à chaque cas :

Propriétés cinématiques

- Le vecteur vitesse est toujours tangent à la trajectoire.
- Si la trajectoire est courbe, alors le vecteur accélération est dirigé du côté de la concavité de la trajectoire.

II – Forces : description des actions exercées sur un objet

Introduction culturelle

Les théories physiques actuelles les plus fondamentales utilisent quatre type d'interactions fondamentales :

- L'interaction gravitationnelle. Dans un cadre classique, elle agit entre les corps massiques. Elle est toujours attractive. Dans le cadre de la relativité générale elle est équivalente à une courbure de l'espace temps, courbure qui est provoquée par la présence de matière ou d'énergie.
- L'interaction électromagnétique. Agit entre les corps chargés électriquement. Attractive ou répulsive.
- L'interaction forte. Agit à très courte distance entre les nucléons d'un noyau, et est ainsi responsable de sa cohésion.
- L'interaction faible. Agit entre certaines particules fondamentales. Intervient par exemple lors de certaines transformations nucléaires.

Les trois dernières sont décrites par la théorie appelée "modèle standard de la physique des particules".

Toutes les forces dérivent de l'une ou l'autre de ces interactions fondamentales. Néanmoins, utiliser directement les théories qui les décrivent est inutile pour décrire des situations courantes. Il est donc d'usage d'utiliser des expressions pour des forces rencontrées couramment, que nous donnons dans la partie suivante.

1 – Notion de force

On considère un système (un objet, un ensemble d'objets, un point matériel...) en interaction avec un autre système.

Force

Modèle : la description de cette interaction se fait par une force, qui est un vecteur caractérisé par

- sa norme, sa direction et son sens,
- son point d'application.

Le vecteur force ne dépend pas du référentiel.

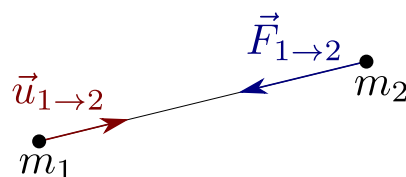
Principe des actions réciproques (ou 3^e loi de Newton)

Si l'objet A exerce une force $\vec{F}_{A \rightarrow X}$ sur l'objet X, alors l'objet X exerce sur A une force $\vec{F}_{X \rightarrow A}$ qui est opposée :

$$\vec{F}_{X \rightarrow A} = -\vec{F}_{A \rightarrow X}.$$

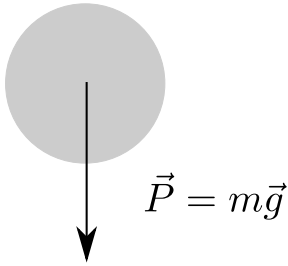
2 – Forces à distance

- **Force de gravitation** : soit deux masses ponctuelles m_1 et m_2 . Soit $\vec{F}_{1 \rightarrow 2}$ la force qu'exerce la masse 1 sur la masse 2.



Avec $\vec{u}_{1 \rightarrow 2}$ un vecteur unitaire (de norme 1) qui va de 1 vers 2, et $G = 6,67 \times 10^{-11} \text{ m}^3 \text{ s}^{-2} \text{ kg}^{-1}$ est la constante universelle de gravitation.

- **Poids** : le poids d'un objet résulte de l'attraction gravitationnelle de la Terre sur l'objet.

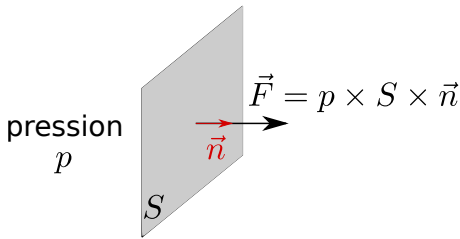


Point d'application : le centre de gravité de l'objet.
Avec \vec{g} la pesanteur. À la surface de la Terre, $\|\vec{g}\| = 9,8 \text{ m s}^{-2}$.

- **Force électrostatique** (ou force de Coulomb) : entre charges électriques. Voir chapitre 4.

3 – Forces de contact

- **Force pressante** : Soit une paroi au contact d'un fluide (un gaz ou un liquide) où règne une pression p .



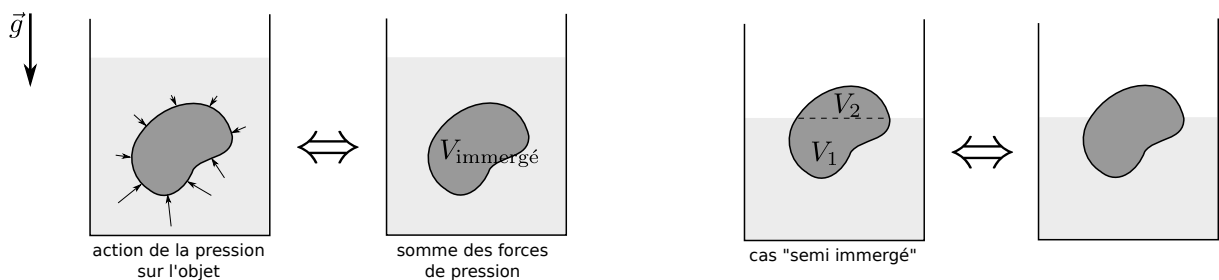
↪₄ On considère une vitre de surface $10 \text{ cm} \times 10 \text{ cm}$, à la pression atmosphérique d'un côté et exposée au vide de l'autre. Quelle est la valeur de la résultante des forces de pression s'exerçant sur cette vitre ?

- **Poussée d'Archimède** : Soit un objet immergé dans un fluide (un gaz ou un liquide).

Hypothèses : • le fluide est au repos • l'objet ne touche pas les bords du récipient

Alors : la résultante des forces de pression s'exerçant sur l'objet est égale à l'opposée du poids du fluide déplacé.

Point d'application : le centre de masse du fluide déplacé.



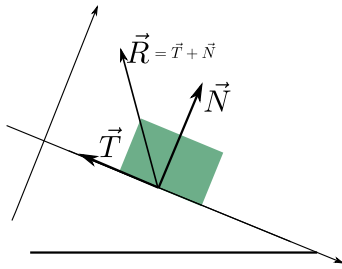
↪₅ On considère une balle de rayon $R = 10 \text{ cm}$ immergée dans l'eau. Quelle est la valeur de la résultante des forces de pression s'exerçant dessus ?

- **Tension d'un fil** :

- **Réaction d'un support, frottements et lois de Coulomb** : Soit un objet en contact avec un support.

L'action du support sur l'objet est appelée la **réaction** du support. On la décompose en deux composantes :

- \vec{N} , composante normale au support. Toujours dirigée du support vers l'objet (sinon c'est qu'il y a rupture du contact).
- \vec{T} , composante tangentielle au support. Il s'agit d'une force de frottement.



Les lois de Coulomb sont un modèle simplifié donnant une description de cette force :

f est le coefficient de frottement. Il dépend du type de surface.

Ci-contre quelques valeurs tabulées de f .

$f = 0 \Leftrightarrow$ pas de frottements.

f	métal-métal	bois-bois	pneu sur chaussée
	0,1 à 0,2	0,3 à 0,4	0,5 à 0,6

- **Frottements fluides** : Soit un objet en déplacement dans un fluide.

- **Ressort** : voir chapitre 2.

III – Dynamique : influence des forces sur le mouvement

1 – Référentiel galiléen et principe d'inertie

a/ Définitions

Principe d'inertie (ou 1^{re} loi de Newton)

Il existe des référentiels privilégiés qui ont la propriété suivante : tout corps isolé (loin de tout) y est soit au repos, soit en mouvement rectiligne uniforme (le repos en étant un cas particulier).

Remarque : En pratique on a plutôt des objets **pseudo-isolés**, sur lesquels l'action des forces se compensent (exemple : un livre posé sur une table).

Alors dans un référentiel galiléen ces objets restent soit au repos, soit en mouvement rectiligne uniforme.

Remarque historique qui n'est pas à retenir : Ce principe est énoncé par Galilée en 1620. Il l'illustre avec l'image d'une bille roulant sur un plan horizontal parfaitement lustré : la bille roule indéfiniment. Ceci tranche avec l'ancienne physique d'Aristote, pour qui tout mouvement fini naturellement pas s'arrêter. Galilée n'avait toutefois pas une vision tout à fait correcte, puisque pour lui le mouvement devait être selon un cercle qui suit la circonférence terrestre. C'est Newton qui l'énonce comme aujourd'hui en 1687.

b/ Caractérisation des référentiels galiléens

Propriété

Les référentiels galiléens sont en translation rectiligne uniforme les uns par rapport aux autres.

Démonstration : Soit R_1 un référentiel galiléen, et soit M un point matériel isolé. Alors M est en mouvement rectiligne uniforme dans R_1 .

Soit R_2 un référentiel.

- S'il est galiléen, alors M est en mouvement de translation rectiligne uniforme par rapport à R_2 . La seule possibilité est alors que R_2 soit en translation rectiligne uniforme par rapport à R_1 .

- Réciproquement, si R_2 est en translation rectiligne uniforme par rapport à R_1 , alors le mouvement de M dans R_2 est aussi un mouvement rectiligne uniforme. Ceci étant valable pour tout point M isolé, il en résulte que R_2 est bien galiléen.

c/ Exemples de référentiels considérés comme galiléens

Pour savoir si un référentiel est galiléen, il faut faire des expériences et voir si les lois de Newton sont vérifiées.

Le référentiel terrestre peut être, en très bonne approximation, considéré comme galiléen (tant que les expériences ont une durée petite devant une journée).

Pour des expériences plus précises ou plus longues, il faut se placer dans le référentiel géocentrique (qui est une meilleure approximation de référentiel galiléen), voir même le référentiel de Copernic.

2 – Définition de la quantité de mouvement, principe fondamental de la dynamique

a/ Quantité de mouvement

Définition

Soit M un point matériel de masse m et vitesse \vec{v} .

La quantité de mouvement de M est :

b/ PFD

Principe fondamental de la dynamique (ou 2^e loi de Newton)

Soit M un point matériel, $\vec{p} = m\vec{v}$ sa quantité de mouvement. Il est soumis à des forces \vec{F}_i .

Interprétation :

En dynamique, variation de $\vec{p} \Leftrightarrow$ force.

Comment ? Selon la seconde loi :

$$\underbrace{\frac{d\vec{p}}{dt}}_{\text{modification du mouvement}} = \underbrace{\sum_i \vec{F}_i}_{\text{actions exercées}} .$$

Cette loi fut énoncée par Newton vers 1700, et progressivement admise pour ses succès dans la description précise des expériences.

Remarques :

- ▶ Ce théorème est aussi appelé loi de la quantité de mouvement, ou encore en sciences de l'ingénieur : théorème de la résultante dynamique (qui s'applique aussi à des solides ou des systèmes).
- ▶ Ce théorème est aussi valable pour un système de points matériels ou pour un solide, à condition de définir $\vec{p} = m\vec{v}(G)$ où $\vec{v}(G)$ est la vitesse du centre d'inertie du système.
- ▶ Si M est isolé ou pseudo-isolé, on retrouve le fait que $\vec{p} = \vec{cst}$, et donc le mouvement est rectiligne uniforme.

Les parties IV et V sont des applications. Elles se poursuivent sur vos cahiers.